

GAODENGSHUXUE  
TONGBUCESHIJUAN

智文  
ZHIWENTIANXIA

# 高等数学 同步测试卷

同济七版 (上、下册合订本)

张燕 滕兴虎 毛磊 张晓蓉 寇冰煜 李静 编著

24 套  
每章2套AB卷

+

4 套  
期中测试AB卷

+

4 套  
期末测试AB卷

+

试卷  
解析

A 卷侧重基础 同步巩固单元知识

B 卷深入综合 提高训练考研辅助

试题精选详解 强化拓宽解题思路



东南大学出版社  
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

GAODENGSHUXUE  
TONGBUCESHIJUAN

智文 | 天  
ZHIWENTIANXIA

# 高等数学

# 同步测试卷

同济七版 (上册)

张燕 滕兴虎 毛磊 张晓蓉 寇冰煜 李静 编著

24 套  
每章2套AB卷

+

4 套  
期中测试AB卷

+

4 套  
期末测试AB卷

+

试卷  
解析

试卷部分



东南大学出版社

SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

· 南京 ·

## 图书在版编目(CIP)数据

高等数学同步测试卷:同济七版:上下册合订本/  
张燕等编著. —南京:东南大学出版社,2015.5  
ISBN 978-7-5641-5624-4

I. ①高… II. ①张… III. ①高等数学—高等学校—  
习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 060293 号

## 高等数学同步测试卷(同济七版)(上、下册合订本)

---

编 著	张 燕 滕兴虎 毛 磊 张晓蓉 寇冰煜 李 静	责任编辑	戴季东
电 话	(025)83793329/83362442(传真)	电子邮件	liu-jian@seu.edu.cn
特约编辑	李 香		

---

出版发行	东南大学出版社	出 版 人	江建中
社 址	南京市四牌楼 2 号	邮 编	210096
销售电话	(025)83793191/83792174/83792214/83794121/83794174/57711295(传真)	电子邮件	press@seu.edu.cn
网 址	www.seupress.com		

---

经 销	全国各地新华书店	印 刷	南京新洲印刷有限公司
开 本	787mm×1092mm 1/16	印 张	14 字 数 320千
版 次	2015 年 5 月第 1 版 2015 年 5 月第 1 次印刷		
书 号	ISBN 978-7-5641-5624-4		
定 价	25.00 元		

---

\* 未经本社授权,本书内文字不得以任何方式转载、演绎,违者必究。

\* 东大版图书若有印装质量问题,请直接与营销部联系,电话:025-83791830。



# 前 言

高等数学是理工类专业的基础课程,但对理工科大学生来说,学习高等数学的过程,就像攀登一段崎岖的山路,要想在攀登的过程中取得较好的成绩,就需要平时有针对性地进行模拟练习,打牢基础,强化提高。此外,高等数学作为硕士研究生入学考试的重要科目之一,有较为扎实的高等数学功底,就可以在入学考试中占据一定的先机。为帮助广大学生有步骤有计划地学好高等数学,加深对基本概念融会贯通,加强对解题方法和技巧的掌握,消化知识、夯实基础、提高能力,顺利通过期中、期末考试,为研究生入学考试做好准备,我们编撰了这本《高等数学同步测试卷》。

本书共分十二章,与同济大学数学系主编的《高等数学》的章节顺序一致。由于本书各章同步测试题的独立性,所以不影响未使用《高等数学》(同济·第七版)的学生对各章知识掌握情况的自我检测。此外本书还精心编写了第一学期期中考试和期末考试题、第二学期期中考试和期末考试题,便于学生进行阶段性检测。本书包括两大部分:

## 1. 试卷部分

各章及期中、期末同步测试卷均有 A、B 两套试卷,限制完成时间均在 150 分钟内。题型包括选择题、填空题、计算题、证明题及综合应用等题型,由我们参照全国研究生入学考试题、有关理工院校期中期末考试真题、省级或全国高等数学竞赛题编撰而成,其中测试卷 B 卷相较测试卷 A 卷更具有一定的综合性。A、B 两套试卷均可供大一同学、准备研究生入学考试或者高等数学竞赛的同学使用,检测自己对高等数学知识的掌握程度,找出差距,以便更好地学习高等数学。

## 2. 解析部分

确保选择题和填空题的得分,往往能够确保整个试卷的得分,因此针对选择题和填空题,我们不仅是给出答案,还给出了详细的解题过程以供参考。对于每一套试题的其他题目,我们也进行了详细的解答:针对解题方法难以想到的题目,我们进行了思路分析;部分题目提供了多种解题方法,以便拓宽学生的解题思路。

在使用本书时,编者建议大一读者在每一章学完之后再做相应的同步测试题,其他年级的读者可根据自己的需要,先制定计划再使用本书。此外,编者还建议读者在规定的时间内解题,解题时尽量把每一个解题步骤完整、规范地写下来,然后再将自己的结果与本书中的解法作比较,并及时总结试卷完成情况和收获。

本书由张燕、滕兴虎、毛磊、张晓蓉、寇冰煜、李静、颜超等老师编写,全书由滕兴虎统稿。在本书的策划、编写、审稿等方面得到胡俊等老师的大力支持和热情帮助,在此表示感谢。我们衷心希望这套《高等数学同步测试卷》能对读者学习高等数学有所帮助。由于编者水平有限,难免会有顾此失彼的情况,书中的不妥之处敬请广大同学和读者批评指正,以使我们的工作更加完善。

编者

# 目 录

第一章 函数与极限同步测试卷 A 卷 .....	1
第一章 函数与极限同步测试卷 B 卷 .....	5
第二章 导数与微分同步测试卷 A 卷 .....	9
第二章 导数与微分同步测试卷 B 卷 .....	13
第三章 微分中值定理与导数的应用同步测试卷 A 卷 .....	17
第三章 微分中值定理与导数的应用同步测试卷 B 卷 .....	21
上册期中同步测试卷 A 卷 .....	25
上册期中同步测试卷 B 卷 .....	29
第四章 不定积分同步测试卷 A 卷 .....	33
第四章 不定积分同步测试卷 B 卷 .....	37
第五章 定积分同步测试卷 A 卷 .....	41
第五章 定积分同步测试卷 B 卷 .....	45
第六章 定积分的应用同步测试卷 A 卷 .....	49
第六章 定积分的应用同步测试卷 B 卷 .....	53
第七章 微分方程同步测试卷 A 卷 .....	57
第七章 微分方程同步测试卷 B 卷 .....	61
上册期末同步测试卷 A 卷 .....	65
上册期末同步测试卷 B 卷 .....	69

# 高等数学同步测试卷(上册)

## 第一章 函数与极限同步测试卷 A 卷

一、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,总计 15 分)

1. 下面四个函数中,与  $y=|x|$  不同的是 ( )

(A)  $y=|e^{\ln x}|$  (B)  $y=\sqrt{x^2}$  (C)  $y=\sqrt[4]{x^4}$  (D)  $y=x\operatorname{sgn}x$

2. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2}-1}{\cos x-1}$  等于 ( )

(A)  $\infty$  (B) 2 (C) 0 (D) -2

3. 当  $x \rightarrow 0$  时,变量  $\frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$  是 ( )

(A) 无穷小 (B) 无穷大  
(C) 有界的,但不是无穷小量 (D) 无界的,但不是无穷大

4. 设  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+x}{1+x^{2n}}$ , 则  $f(x)$  ( )

(A) 无间断点 (B)  $x=1$  为其间断点  
(C)  $x=0$  为其间断点 (D)  $x=-1$  为其间断点

5. 下列结论中,正确的是 ( )

(A) 有界数列必然收敛 (B) 发散数列必然无界  
(C) 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = a, \lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n+1} = a$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$   
(D) 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n-1} = a, \lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n+1} = a$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,总计 15 分)

6.  $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x} + \ln(1-x-2x^2)$  的定义域是\_\_\_\_\_.

7. 当  $\alpha =$ \_\_\_\_\_ 时,  $\sqrt{1+\sin x} - 1 \sim \frac{1}{2}x^\alpha (x \rightarrow 0)$ .

8. 如果  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{(x-1)(4x^n + 7)} = \frac{1}{2}$ , 则  $n =$ \_\_\_\_\_.

9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \sin \frac{x}{2^n} =$ \_\_\_\_\_. ( $x$  为不等于零的常数)

10. 若  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x + e^{2ax} - 1}{x}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、求解下列各题(本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 总计 30 分)

11.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{1+n^2}} + \frac{1}{\sqrt{2+n^2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+n^2}} \right)$ .

12.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2a}{x-a} \right)^x$ .

13.  $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (a > 0)$ .

14.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \cos x}{\sqrt{1+x^3}}$ .

15. 设  $x_n = \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2^2} \cdots \cos \frac{x}{2^n} (n=1, 2, \cdots)$ , 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ .

四、求解下列各题(本大题共 5 小题, 每小题 8 分, 总计 40 分)

16. 设  $f(0)=0$ , 且  $x \neq 0$  时,  $f(x)$  满足  $af(x) + bf\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{c}{x}$  ( $a, b, c$  为常数,  $|a| \neq |b|$ ), 证明  $f(x)$  为奇函数.

17. 设  $0 < x_1 < 3, x_{n+1} = \sqrt{x_n(3-x_n)} (n=1, 2, \cdots)$ , 证明数列  $\{x_n\}$  的极限存在, 并求此极限.



18. 求常数  $a, b$  使得  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{ax^2 + bx + 1}) = 1$ .

19. 设  $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{-\frac{2}{x}}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ , 试确定  $k$  的值, 使  $f(x)$  在  $x=0$  处连续.

20. 设  $f(x)$  与  $g(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 且  $f(a) < g(a)$ ,  $f(b) > g(b)$ , 证明曲线  $y = f(x)$  与  $y = g(x)$  在  $(a, b)$  内至少有一个交点.

# 第一章 函数与极限同步测试卷 B 卷

## 一、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,总计 15 分)

1. 设  $f(x)=x^2, f[\varphi(x)]=2^{2x}$ , 则函数  $\varphi(x)=$  ( )

- (A)  $\log_2 x$  (B)  $2^x$  (C)  $\log_2 x^2$  (D)  $x^2$

2. 设  $\cos x - 1 = x \sin \alpha(x)$ , 其中  $|\alpha(x)| < \frac{\pi}{2}$ , 则当  $x \rightarrow 0$  时,  $\alpha(x)$  是 ( )

- (A) 比  $x$  高阶的无穷小 (B) 比  $x$  低阶的无穷小  
(C) 与  $x$  同阶但不等价的无穷小 (D) 与  $x$  等价的无穷小

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x \sin \frac{2}{x} + \frac{\sin 2x}{x} \right) =$  ( )

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

4. 设  $f(x) = x^{x-1}$ , 则  $x=1$  是  $f(x)$  的 ( )

- (A) 连续点 (B) 无穷间断点  
(C) 跳跃间断点 (D) 可去间断点

5. 设函数  $f(x) = \frac{x}{a + e^{bx}}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 且在  $x \rightarrow -\infty$  时  $f(x)$  为无穷小量,

则常数  $a, b$  满足 ( )

- (A)  $a \geq 0, b < 0$  (B)  $a \leq 0, b > 0$   
(C)  $a > 0, b > 0$  (D)  $a < 0, b < 0$

## 二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,总计 15 分)

6. 设  $f(x+1) = x^2 + 2$ , 则  $f(\cos x) =$  \_\_\_\_\_.

7. 设  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)x}{nx^2 + 1}$ , 则  $f(x)$  的间断点为  $x =$  \_\_\_\_\_.

8. 设  $f(x) = \frac{e^{x-1} - a}{x(x-1)}$  有无穷间断点  $x=0$  和可去间断点  $x=1$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

9. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - a} (\cos x - b) = 5$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

10. 设  $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}}, & -\infty < x < 0, \\ 3x, & 0 < x < 1, \text{ 在 } x=1 \text{ 处连续, 则 } a = \text{_____} \\ e^{2ax} - e^{ax} + 1, & 1 \leq x < +\infty \end{cases}$

姓名 \_\_\_\_\_ 订 \_\_\_\_\_ 装 \_\_\_\_\_ 封 \_\_\_\_\_ 学校 \_\_\_\_\_ 密 \_\_\_\_\_

三、求解下列各题(本大题共 5 小题,每小题 6 分,总计 30 分)

$$11. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \tan x}{1 + \sin x}\right)^{\frac{1}{x^3}}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin[\ln(1+2x)] - \sin[\ln(1-x)]}{x}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\tan x) - \sin(\sin x)}{\tan x - \sin x}.$$

四、求解下列各题(本大题共 5 小题,每小题 8 分,总计 40 分)

16. 当  $a$  取何值时,函数  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - a$  恰有两个不同的零点?

17. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $1 - \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x$  与  $ax^n$  为等价无穷小,求  $n$  与  $a$  的值.

18. 讨论函数  $f(x) = \frac{x^2 - x}{|x|(x^2 - 1)}$  的间断点及其类型,如果有可去间断点,补充或改变函数的定义使其在该点连续.

19. 设  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} + ax^2 + bx}{x^{2n} + 1}$ , 当  $a, b$  取何值时,  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上连续.

20. 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 且  $f(a) = f(b)$ , 证明存在  $\xi \in (a, b)$ , 使

$$f(\xi) = f\left(\xi + \frac{b-a}{2}\right).$$

## 第二章 导数与微分同步测试卷 A 卷

### 一、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,总计 15 分)

1. 若  $y=f(\sin x)$ , 则  $dy=$  ( )

- (A)  $f'(\sin x)\sin x dx$  (B)  $f'(\sin x)\cos x dx$   
(C)  $f'(\sin x) dx$  (D)  $f'(\sin x) d\cos x$

2. 曲线  $\begin{cases} x = \cos t + \cos^2 t, \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$  上在对应  $t = \frac{\pi}{4}$  点处的法线斜率为 ( )

- (A)  $1+\sqrt{2}$  (B)  $\sqrt{2}-1$  (C)  $-1-\sqrt{2}$  (D)  $1-\sqrt{2}$

3. 设  $y=x-\frac{1}{2}\sin x$ , 则  $\frac{dx}{dy}=$  ( )

- (A)  $1-\frac{1}{2}\cos y$  (B)  $1-\frac{1}{2}\cos x$  (C)  $\frac{2}{2-\cos y}$  (D)  $\frac{2}{2-\cos x}$

4. 设  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导, 则  $f(x)$  在点  $x_0$  处 ( )

- (A) 不一定有极限 (B) 不一定连续  
(C) 连续 (D) 不一定可微

5. 若函数  $f(x)$  在原点的某邻域内有定义且在该邻域内满足  $|f(x)| \leq 1 - \cos x$ , 则  $x=0$  为函数  $f(x)$  的 ( )

- (A) 间断点 (B) 连续但不可导点  
(C) 可导点且  $f'(0)=0$  (D) 可导点且  $f'(0) \neq 0$

### 二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,总计 15 分)

6. 设  $f(\ln x) = 1 + x$ , 则  $f'(x) =$  \_\_\_\_\_.

7. 设  $f(x) = x(x-1)(x-2)\cdots(x-100)$ , 则  $f'(50) =$  \_\_\_\_\_.

8. 设  $f(x) = \ln|1+5x|$ , 则  $f'(x) =$  \_\_\_\_\_.

9. 已知曲线  $y=x^2-ax-b$  和  $y=-2+x^2y^4$  在点  $(1, -1)$  处相切, 则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

10. 若  $f(x)$  为可导的偶函数, 且  $f'(x_0) = 5$ , 则  $f'(-x_0) =$  \_\_\_\_\_.



三、求解下列各题(本大题共 5 小题,每小题 6 分,总计 30 分)

11. 设  $y = \ln \cos e^x + \sqrt{1 + \cos x} - \csc 3x$ , 求  $y'$ .

12. 设  $y = e^x \sin x - \log_2 x$ , 求  $y'$ .

13. 设  $y = (\cos x)^{\sin x}$ , 求  $dy$ .

14. 设  $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ , 求  $dy$  及  $d(y')$ .

15. 设  $y=x^2 e^{3x}$ , 求  $y^{(10)}$ .

四、求解下列各题(本大题共 5 小题, 每小题 8 分, 总计 40 分)

16. 设  $x^4 - xy + y^4 = 1$ , 求  $y''$  在点  $(0, 1)$  处的值.

17. 若球的半径以 5 cm/s 的速率增加, 当半径为 50 cm 时, 球的表面积和体积的增加率各是多少?

18. 设  $y=y(x)$  由  $y^3 + y^2 = 2x$  确定, 求  $y=y(x)$  在点  $(0, -1)$  处的切线方程和法线方程.

19. 设  $u=f[\varphi(x)+y^2]$ , 其中  $x, y$  满足方程  $y+e^y=x$ , 函数  $f, \varphi$  均二阶可导, 求  $\frac{du}{dx}$ ,

$$\frac{d^2u}{dx^2}.$$

20. 设  $f(x)=\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{x}{2+x^2-e^{tx}}$ , 讨论  $f(x)$  的可导性, 并在可导点处求  $f'(x)$ .