

周国镇 ©主编

“希望杯”数学竞赛系列丛书



第25届希望杯 全国数学邀请赛 试题·培训题·解答

高中

“希望杯”全国数学邀请赛组委会 编

世界上参加人数最多的竞赛真题权威公布
提高中小学生数学能力的首选教程



东岳出版社

East China Press

周国镇 ©主编

“希望杯”数学竞赛系列丛书



第25届 希望杯 全国数学邀请赛 试题·培训题·解答

高中

“希望杯”全国数学邀请赛组委会 编

图书在版编目(CIP)数据

第 25 届“希望杯”全国数学邀请赛试题·培训题·解答.
高中/“希望杯”全国数学邀请赛组委会编. —北京:
气象出版社, 2014. 9

(“希望杯”数学竞赛系列丛书)

ISBN 978-7-5029-6007-0

I. ①第… II. ①希… III. ①中学数学课—高中—题解
IV. ①G634. 605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 223002 号

Di-25 Jie “Xiwangbei” Quanguo Shuxue Yaoqingsai Shiti, Peixunti, Jieda(Gaozhong)

第 25 届“希望杯”全国数学邀请赛试题·培训题·解答(高中)

“希望杯”全国数学邀请赛组委会 编

出版发行: 气象出版社

地 址: 北京市海淀区中关村南大街 46 号

总 编 室: 010-68407112

网 址: <http://www.cmp.cma.gov.cn>

责任编辑: 刘 畅

封面设计: 符 赋

责任校对: 华 鲁

印 刷: 三河市鑫利来印装有限公司

开 本: 720 mm×960 mm 1/16

字 数: 220 千字

版 次: 2014 年 10 月第 1 版

印 数: 1—8000

邮政编码: 100081

发 行 部: 010-68409198

E-mail: qxcsb@cma.gov.cn

终 审: 章澄昌

责任技编: 吴庭芳

印 张: 12

印 次: 2014 年 10 月第 1 次印刷

定 价: 22.00 元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等, 请与本社发行部联系调换

“希望杯”全国数学邀请赛简介

1. 宗 旨

通过邀请赛活动,鼓励中小学生学习数学课程中最主要的内容,适当地拓宽知识面,引导他们注意数学在其他学科和社会活动中的应用,激发他们钻研和应用数学的兴趣和热情,培养他们科学的思维能力、创新能力和实践能力;同时也为中小学数学教师提供新的信息和资料,以促进我国基础数学教育水平的提高。

2. 命题原则

(1)竞赛试题贴近现行的中小学数学课本

第1试的试题不超过教学大纲和教学进度,第2试的试题中只有1/5左右的内容要用到现行中小学数学课本里所不包括的竞赛数学的一些重要知识。这样做,是为了引导中小学生学习现行的数学课本,在这个基础上,适当地扩大知识面。

(2)竞赛试题活而不难,巧而不偏、不怪,富于启发性;寓科学于趣味之中,寓知识、能力的考查于数学的美育之中

青少年在求学、求知的成长过程中,兴趣是极为重要的,兴趣是青少年成才的重要动力,竞赛试题能激发出旺盛的求知欲,可培养专注于某一事物的研究精神,使他们产生坚持不懈、锲而不舍的毅力。“希望杯”全国数学邀请赛每届的命题都力求能启迪青少年的思维,激发他们学习和钻研的兴趣。

(3)竞赛试题大众化,富有思考性

要体现鼓励性,力求做到使数学程度不太好的学生也能做出相当数量的题目,由此受到鼓励而树立信心,自觉努力地学好数学;而数学程度很好的学生亦不能轻易得到高分。

(4)要体现时代性

题目的编拟,力求与其他学科及现代实际生活建立联系,培养青少年的创造思维能力和解决实际问题的能力。

以上的命题四原则,保证了“希望杯”全国数学邀请赛既紧密结合学校数学教学实际,不是高不可攀,又有很大的思考空间,因而受到参赛学校师生的普遍欢迎。很多市、县的教研室将“希望杯”的第1试作为本地区的一次统考,以检查和促进本地区的数学教学。

3. 评奖原则

(1)使重点学校里数学优秀的学生能崭露头角

(2)充分考虑地区之间、学校之间在生源上的较大差异,坚信每个学校和每个地区在自己的学生群体中都有相对优秀的学生

根据这两条原则,对于边远地区的学校或非重点学校,在三等奖(铜牌)的评定上,不与重点学校拉平,必须保证这些学校有相应的获奖比例。实践证明,这样的做法是科学的、合理的、合乎中国国情的,有利于调动更多学生的学习热情,有利于促进中小学生数学学习水平的普遍提高,这正是“希望杯”的特色——使更多的学校、更多的学生看到希望,从而激发旺盛的进取精神。这样的做法得到我国数学界、数学教育界许多专家、学者的赞赏;当然,更为各地教研室、学校的领导和广大师生所欢迎。

4. 参赛省市

参加“希望杯”全国数学邀请赛的省市及地区有:

北京、上海、天津、重庆、新疆生产建设兵团、澳门、香港、台湾

河北:石家庄、邯郸、邢台、承德、保定、张家口、沧州等

山西:太原、大同、长治等

内蒙古:呼和浩特、包头、乌海、赤峰、呼伦贝尔、鄂尔多斯、乌兰察布、巴彦淖尔、兴安盟、锡林郭勒盟、阿拉善盟、霍林郭勒等

辽宁:沈阳、抚顺、调兵山、辽阳、营口等

吉林:长春、白城、松原、吉林、四平、辽源、通化、白山、延边等

黑龙江:哈尔滨、大庆、鹤岗、牡丹江、嫩江等

江苏:南京、常州、盐城、扬州、徐州、苏州等

浙江:杭州、嘉兴、衢州、余姚等

安徽:合肥、马鞍山、安庆、宣城、淮北、六安等

福建:福州、三明、泉州、厦门、石狮、晋江、屏南、龙岩、宁德、莆田、漳州等

江西:九江、景德镇、鹰潭、新余、吉安、赣州等

山东:济南、青岛、淄博、东营、兖州、菏泽等

河南:郑州、洛阳、新乡、开封、焦作、安阳、平顶山等

湖北:武汉、十堰等

湖南:长沙、岳阳、衡阳、郴州、邵阳、冷水江、常德、株洲等

广东:广州、中山、深圳、茂名、湛江、江门、开平、化州、佛山、东莞等

广西:南宁、桂林、柳州、玉林、来宾等

海南:海口、琼山、文昌、三亚等

四川:成都、宜宾、都江堰、绵阳等

贵州:贵阳、黔南、黔西南、铜仁、毕节等

云南:昆明、普洱、蒙自等

陕西:西安、宝鸡、咸阳等

甘肃:兰州、酒泉等

青海:西宁、大通、乐都

宁夏:银川、固原等

新疆:乌鲁木齐、克拉玛依、喀什、伊宁等

5. 覆盖了中小学系列

“希望杯”全国数学邀请赛自 2003 年起增加了小学组的“希望杯”赛事。从此,“希望杯”全国数学邀请赛覆盖了小学、初中、高中全系列。这使“希望杯”有了更大的发展空间。

6. 走向国际化

“希望杯”全国数学邀请赛是国内规模最大、影响最广泛的中小学生学习数学课外活动,在国外也引起关注,先后有新加坡、日本、德国、俄罗斯、美国、保加利亚等国家的相关机构与“希望杯”数学邀请赛组委会建立了联系。

2009 年,是“希望杯”数学邀请赛向境外迅速发展的一年:

首先,台湾地区,先是由中华学习效能发展及教育学会,后来是由中华数学协会得到授权,在台湾的主要城市组织中小学生学习参加“希望杯”。

美国加州大学伯克利分校的教授们在“数学圈”内和优秀的学生一起研究“希望杯”往届试题。

应美国地区数学联盟(ARML)组委邀请并获唯一授权,“希望杯”组委会每年 5、6 月间都要选派由 15 名选自在“希望杯”中获奖的高中生赴美参加 ARML 的国际组比赛,并年年获得佳绩。

在数学竞赛世界联盟(WFNMC)的第六次会议(里加,2010 年 7 月)上,“希望

杯”负责人周国镇在会上作了题为《中国的数学竞赛与希望杯》的报告,并在会上宣布将举办首届世界数学团体锦标赛(WMTC)。同年 11 月,首届 WMTC 在北京成功举办。接着,在 2011,2012,2013 年先后举办了第 2 届、第 3 届、第 4 届 WMTC,参加的国家及地区,除中国外,还有美国、保加利亚、韩国、印度尼西亚等十个国家。

希望杯数学邀请赛有
利于学生有利于教师
将促进中国数学教育
的发展

王寿仁
一九九〇年
五月

王寿仁：中国著名数学家、中国数学奥委会首任主席

寄希望于教育，
寄希望于青少年。

祝首届“希望杯”数学邀请赛
胜利举行

杨乐
1990年5月

杨 乐：中国科学院院士、中国科学院数学与
系统科学研究院首任院长、国际著名数学家

肩负着祖國的希望，
迎接廿一世紀的到來！

龚昇

95年7月

龚 昇：中国科学技术大学原副校长、著名数学家、
华罗庚数学奖获得者

青出于蓝而
胜于蓝，希望
寄托在年轻
一代身上。

梅向明

90.11.30.

梅向明：原北京师范学院院长、民进中央原副主席、著名数学家

第 25 届“希望杯”全国数学邀请赛

命题委员会

主 任

周国镇 《数理天地》杂志社

副 主 任

周春荔 首都师范大学数学系

那吉生 中国科学院数学与系统科学研究院

余其煌 中国科学院数学与系统科学研究院

高中一年级命题组

组长 李珞珈 中国人民大学附属中学

成员 燕 轶 北京市第二中学

梁志斌 首都师范大学

王墨森 河北省邢台市第一中学

齐明鑫 ARML 选手培训基地

闵继光 北京巨人教育集团

王 磊 《数理天地》杂志社

高中二年级命题组

组长 张海英 《数理天地》杂志社

成员 那吉生 中国科学院数学与系统科学研究院

马 波 北京师范大学数学系

赵学志 首都师范大学

安振平 陕西省咸阳师范学院基础教育课程研究中心

曹大方 江苏省盐城师范学院第一附属中学

姚玉平 北京师范大学附属实验中学

广	东	张文俊 林国忠 李 锡	卢建川 徐山洪	郑喜中 梁小贱	董 磊 陈玉叶	殷切文 王金玉	劳兆喜 范四清	黄文毓 冯 勇
广	西	邓印章	张享发	谭思培				
海	南	张光浓	王树国	廖再兴	屈 韬	冼词学	程范典	熊富霞
重	庆	蒋治祥	欧修祝	汤宪敏				
四	川	余加秋	王一军	张万龙	姚金强	屈江川		
贵	州	黄 凡	王荣方	王兴华	易艳萍	颜家和	梁卫林	
云	南	何树云						
陕	西	马小军	张 雄	闫存哲				
甘	肃	蒲 洁	徐 琳					
宁	夏	杨 燕	孙 涛	何建中				
青	海	闫翊德						
新	疆	杨卫平 陈 春	黄志清 李江萍	摆生兰 曹冬琴	王 霞	张连勇	阿不都热西提	
澳	门	伍助志	郑志民					

前 言

本书编入了 2014 年举行的第 25 届“希望杯”全国数学邀请赛高中一、二年级的第 1 试、第 2 试全部试题和解答及培训题和解答。书的开始部分公布了本届“希望杯”全国数学邀请赛组织委员会和命题委员会名单。书末列出了获本届组织奖的单位,以及获一、二等奖的学生名单。

开始于 1990 年、每年举行一届的“希望杯”全国数学邀请赛,到本届为止,参赛的初中、高中学生累计已超过 2000 万人,其中获奖学生近 50 万人。20 世纪获奖的很多人已经是国内外科研院所、高校等各个行业重要岗位上的拔尖人才。“希望杯”全国数学邀请赛已成为我国中学生课外学科活动中规模最大、影响最广的一项赛事。

参加“希望杯”全国数学邀请赛的中学生,每人都要和老师一起学习、研究由“希望杯”命题委员会的专家们精心编拟的 100 多个数学问题,这些问题不是难、偏、怪,而是很有启发性,寓科学于趣味之中,寓知识、能力的测试于数学的美育之中,有较大的思维空间,犹如营养丰富又美味诱人的系列套餐。学生在对这些问题进行学习、研究的过程中,不但加深了对课堂、课本知识的理解,开阔了眼界,而且激发了研究、探索的兴趣,培养了怀疑和批判的精神,活跃了创新思维。正如一位老师所说:“‘希望杯’如同一把金钥匙,为参赛的学生开启了智慧之门,使他们认识到应当如何去学习,个中的体会不仅对于学数学,对于学好别的课程也有益处。”带领学生参加过“希望杯”全国数学邀请赛的数学老师同自己的弟子一样钟情于“希望杯”。因为他们不仅看到自己的学生经过“希望杯”全国数学邀请赛的锤炼提高了数学水平,还因为从“希望杯”全国数学邀请赛中不断涌现出来的一个又一个新颖的有很大思考空间的问题,为改进自己的教学和教出高水平的学生提供了难得的素材和有益的启示。

“希望杯”全国数学邀请赛的组织者清醒地看到国内各学校之间、各地区之间在教育水平上有明显的差异,而每一所学校、每一个地区又都拥有相对优秀的学生群体,只要有合适的环境使这些学生的潜能得以发挥,他们的发展前景并不比经济发达、教育先进地区的优秀学生差。正是从这样一个具体的有中国特色的国情出发,“希望杯”赛事从一开始举办就制定了能够充分调动广大青少年和最大多数学

校积极性的奖励条例,这个条例既保证重点学校的高水平学生能够崭露头角,同时也保护了非重点学校优秀学生的学习积极性,与单纯“拔尖”的其他学科竞赛有根本区别。

高水平的命题,合乎国情的奖励办法和真诚、细致、高效的组织工作是“希望杯”迅速发展的生命力。正因为如此,“希望杯”竞赛活动不但得到国内数学教育界权威人士严士健、张奠宙等人的肯定和广大中学生的欢迎,而且受到国内著名数学家丁石孙、王寿仁、杨乐、龚昇、徐利治、梅向明等人的好评,他们对强调普及和加强基础的“希望杯”在提高中学生数学素质和中学数学教师业务水平方面的作用给予了很高的评价。已故著名老数学家、中国数学奥委会首任主席王寿仁教授,在“希望杯”活动之初就亲自担任首席顾问,他说:“‘希望杯’数学邀请赛有利于学生,有利于教师,将促进中国数学教育的发展。”国际著名数学家、中国科学院数学与系统科学研究院首任院长杨乐院士早在“希望杯”赛事创始之初就曾对“希望杯”全国数学邀请赛的负责人说:“国际数学奥林匹克是外国人发起组织的,我们中国也要有自己的国际中学生数学竞赛。‘希望杯’可以先在国内做好,待条件成熟就可以走向国际。到那一天,中国数学学会全力支持你们的。”杨乐院士不仅这么说,而且早在十几年前就为“希望杯”与国外的联系做了不少工作。现在,“希望杯”组委会已经先后与日本、俄罗斯、德国、法国、加拿大、美国等国家建立了联系。

最后,特别要提到的是,由中美共同筹备,由中国主办的第1,2,3,4届世界数学团体锦标赛(World Mathematics Team Championship, WMTC)已经先后于2010,2011,2012,2013年11月在北京成功举行,这是“希望杯”数学邀请赛走向国际化的里程碑,也是中国的数学教育同国际接轨的一个平台。

周国镇

2014年9月10日

注:周国镇 《数理天地》杂志社社长兼总编;中国优选法统筹法与经济数学研究会常务理事,数学教育委员会主任;“希望杯”全国数学邀请赛组委会常任秘书长,命题委员会主任;WMTC组委会主席。

“希望杯”激励我走向灿烂的明天

——一个矿工的儿子对“希望杯”的感动

马维民

离12月2日去德国留学只有短短的5天了。在一切准备妥当，只等飞离北京的那一刻，心情也由当初的激动、兴奋而渐趋平静，任由思绪穿梭于对未来的憧憬和对过去的回忆……成长中不间断的挫折，伴随着点滴的荣耀，在我脑海中一幕一幕地闪过，让我不禁想起了曾在我人生道路上数次给我希望、催我上进的一盏明灯——“希望杯”。

我是在读初二第二学期的时候偶然接触“希望杯”全国数学邀请赛的。一天自习课上，教几何的王禄合老师手里拿着一张《中国青年报》，兴冲冲地走进教室。从他激动而又寄予深切希望的热情话语中，我第一次知道了“希望杯”，并被她那“面向广大同学，激发他们的学习兴趣，树立他们奋斗进取的信心”的宗旨所感染。就这样，我参加了中学生涯里的第一次竞赛——第2届“希望杯”全国数学邀请赛。这是在1991年春天。

第1试中，我做出了不少题，分数超过了及格线，到第二试感到力不从心了，只做了不到一半的题，因此，从赛场出来后，我没有再去想“希望杯”的事，更没有企盼着自己能够获奖，我又像往常一样平静地生活、学习……我从小生活在远离城市的一个普普通通的矿工家庭，父亲由于工伤不得不离开工作岗位，提前退休在家。一直以来，矿上的子弟都是初中毕业后，进入矿务局技校，然后就回煤矿下井当工人。因此，家里对我也没有寄予太高的期望，能考个中专，回来以后不再下井就行了。而我当时最大的梦想，就是走出煤矿，投入日新月异的大都市，融入一个更广阔的世界。没想到“希望杯”正帮助我悄然改变着我的思想和生活，给了我一双腾飞的翅膀。

初二学年结束后，在暑假补英语课的一个下午，王禄合老师兴奋地走进教室，激动地对我们说：“现在向你们宣布一个好消息，我们班的马维民同学获得了‘希望杯’全国数学邀请赛的三等奖——铜牌！我们矿上出了一个探花！”全班沸腾了，而我静静地坐在那里不知所措，这对我来说是太大的惊喜了，我一时承受不了……

就是这块小小的铜牌成了我人生的一个转折点。它使我尝到了学习的乐趣；给了我遨游知识海洋的信心和勇气；点燃了我少年时的豪情和梦想！它仿佛为我打开了一扇门，一扇通往更高目标和迈向成功的大门。从此，我就像换了个人，废

寝忘食地拼命学习,真是非常刻苦,因为有了信心,我看到了自己的潜能。从此我顺势而上,不久又获得了“河北省煤炭厅数学英语竞赛”二等奖;中考时以邢台市并列第十三名的成绩考入省重点中学——邢台市一中;在高中阶段我的成绩始终在年级前十名之内,并先后获得“全国化学奥林匹克竞赛河北赛区”二等奖、“全国英语奥林匹克竞赛河北赛区”三等奖;高中毕业时,因为品学兼优,我被保送到北京航空航天大学,大学二年级时入了党,曾担任系学生会主席,多次获得各种奖学金;1999年又被保送直读硕士研究生。

这时的我,在我们矿务局已经是“大名鼎鼎”了。面对自己骄人的成绩,再加上周围不断地称赞,我有些飘飘然……就在这时,1999年7月,“希望杯”全国数学邀请赛组委会邀请我到浙江绍兴参加第10届“希望杯”颁奖仪式,并请我作为往届获奖者代表之一发言。绍兴市的领导和一些著名数学家出席并颁奖。在这次会议上我终于见到了仰慕已久的《数理天地》杂志社社长、“希望杯”组委会秘书长周国镇老师,他以其博学谦虚而又平易近人的独特人格魅力感染着我。在跟周老师的交谈中,我才得知我在初二的时候得到的那块铜牌,并不是因为我在全国的考生中有足够的实力,只是因为在我们地区相对比较优秀。这次会上我还见到了全国各地获得金牌、银牌的同学,和他们交谈时,他们那优秀的综合能力和朝气蓬勃的精神让我在为长江后浪推前浪喝彩时,也感受到无形的压力,更为自己的骄傲无地自容。我暗下决心,一定要戒骄戒躁,更上一层楼——“希望杯”又一次修正了我的人生观,鞭策着我不断前进。

在研究生阶段,我认真刻苦地学习基础知识,踏踏实实地做相关的课题。科研能力得到了导师邹极(早年留学德国获博士学位)的赞许。就在我攻读博士一年后,由他推荐并经国防科工委批准派我到德国不伦瑞克工业大学(不伦瑞克是近代数学奠基者之一高斯的出生地)公费留学两年,我将在德国研究我国亟需的微型机器人。5天后就要飞往欧洲,飞往马克思、恩格斯的故乡,迎接新一轮的挑战了……

在临别这片我眷恋热爱的祖国大地之际,我想对洋溢着关怀和爱意的“希望杯”表达我最深的敬意。感谢她给平凡的我带来了希望,给迷茫的我指明了方向。衷心祝愿“希望杯”越办越好,给更多的青少年带来希望!

2003年11月26日

注:作者于2005年末从德国获博士学位回国,先后在西门子中国研究院、斯达拉格海科特公司从事研究工作。