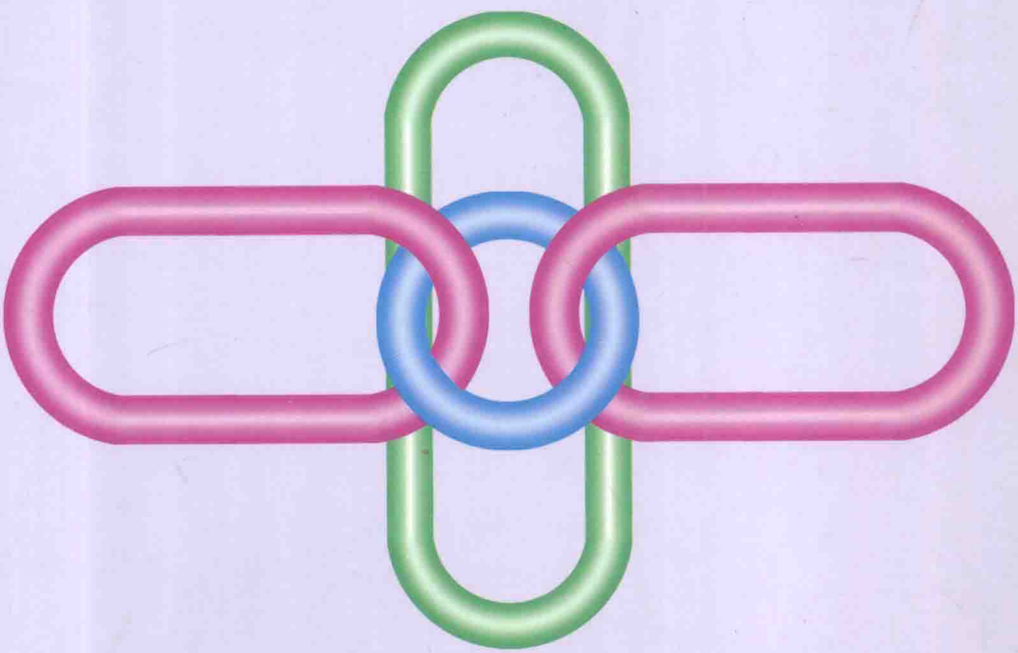
Junior Mathematical Olympiads

奥数精讲与测试

八年级

熊斌 冯志刚 主编
陈毓明 田万国 熊斌 编著

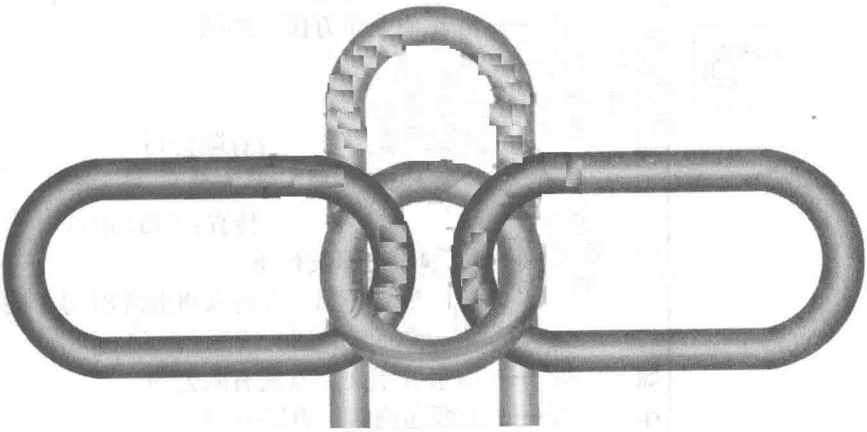


学林出版社

奥数精讲与测试

八年级

熊斌 冯志刚 主编
陈毓明 田万国 熊斌 编著



学林出版社

图书在版编目(CIP)数据

奥数精讲与测试·八年级 / 熊斌，冯志刚主编；陈毓明，田万国，熊斌著．—上海：学林出版社，2007.10
ISBN 978-7-80730-428-9

Ⅰ．奥…　Ⅱ．①熊…②冯…③陈…④田…⑤熊…　Ⅲ．数学课-初中-教学参考资料　Ⅳ．G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 121348 号

奥数精讲与测试·八年级

编　　者—— 陈毓明　田万国　熊斌
责任编辑—— 马健荣
封面设计—— 魏　来
出　　版—— 上海世纪出版股份有限公司
学林出版社(上海钦州南路 81 号 3 楼)
电话：64515005　传真：64515005
发　　行—— 新华书店上海发行所
学林图书发行部(上海钦州南路 81 号 1 楼)
电话：64515012　传真：64844088
照　　排—— 南京展望文化发展有限公司
印　　刷—— 上海印刷四厂有限公司
开　　本—— 787×1092　1/16
印　　张—— 14.5
字　　数—— 27 万
版　　次—— 2007 年 10 月第 1 版
2007 年 10 月第 1 次印刷
印　　数—— 8000 册
书　　号—— ISBN 978-7-80730-428-9/G·123
定　　价—— 22.00 元

(如发生印刷、装订质量问题，读者可向工厂调换。)

前言

我们都知道数学是科学之母，在科技迅速发展的今天，数学的重要性尤为明显。由于人们深刻地了解到数学的重要性，也意识到应当尽早培养青少年学生对数学的兴趣与数学思维的习惯，因此举办了许多内容丰富的数学活动，数学奥林匹克竞赛就是这些丰富多彩的活动中的一项。

数学奥林匹克竞赛对于激发学生的学习兴趣、开发智力、培养创新能力、开拓视野有着非常积极的作用。通过开展数学奥林匹克竞赛活动，可以更好地发现和培养优秀学生，并能提高教师的水平，促进教学改革，为我国数学事业的长期发展提供源源不断的生力军。

本套丛书从小学一年级至高中三年级共12册，将数学奥林匹克竞赛的内容以精讲和测试的形式系统地组织起来，目的是为学生提供一套强化知识、提高数学素养和能力的教材，让学生通过对这套教材的学习，具备和提高参加各种数学竞赛的知识和能力，使学生不仅能把自己课内的成绩提高，而且能在各级各类数学竞赛中取得理想的成绩。

本书的每一讲都有“精讲”和“测试ABC卷”组成，分设三部分内容：

1. 竞赛热点、考点、知识点。将数学奥林匹克竞赛的知识、内容以及当前的热点问题和历届数学奥林匹克竞赛中经常出现的问题给予分析、归纳、阐述和总结。

2. 典型例题精讲。围绕数学竞赛的热点、考点，选择典型的例题，提高对典型例题的分析、讲解，使学生能够掌握基本思想和基本方法，进而提高分析问题和解决问题的能力。

3. 测试ABC卷。有针对性地选择一些名题、新题、好题给学生练习。A卷是“精讲”内容的延伸与拓展，题目难度较小；B卷进一步加强数学竞赛的基本功，突出了解题的基本技巧与方法；C卷是为准备在数学奥林匹克竞赛

中取得优异成绩的同学设计的，题目具有一定的挑战性，是学生发挥自己的创造性、一显身手的试金石。

作者希望同学们在使用本书后，视野开阔了，数学素养提高了，解题与应试的能力加强了，不仅能在课内考试脱颖而出，也能在数学奥林匹克竞赛中出类拔萃。

参加本套丛书编写的作者都是长期在数学竞赛辅导第一线的富有经验的教师，有中国数学奥林匹克国家队的领队、副领队、主教练，还有多次参与各级各类数学竞赛命题的专家，他们丰富的教学经验为本套丛书增色不少。

让我们尽情地享受数学的乐趣，积极地参与数学奥林匹克竞赛吧！

目录

第 1 讲　因式分解(一)

知识点、重点、难点

多项式的因式分解是代数式恒等变形的基本形式之一，是我们解决许多数学问题的有力工具，主要的方法有：提取公因式法、运用公式法、分组分解法和十字相乘法.

常用的公式有：

1. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.
2. $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$.
3. $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$.
4. $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$.
5. $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=(a+b+c)^2$.
6. $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$.
7. $a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})$，其中 n 为正整数.
8. $a^n-b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-\cdots+ab^{n-2}-b^{n-1})$，其中 n 为偶数.
9. $a^n+b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-\cdots-ab^{n-2}+b^{n-1})$，其中 n 为奇数.

例题精讲

例 1　分解因式：

(1) a^6-b^6；(2) $a^2+b^2+c^2-2bc+2ca-2ab$；(3) $a^7-a^5b^2+a^2b^5-b^7$.

解　(1) 原式 $=(a^3)^2-(b^3)^2=(a^3+b^3)(a^3-b^3)$

$=(a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2)$.

(2) 原式 $=(a^2-2ab+b^2)+(-2bc+2ca)+c^2$

$=(a-b)^2+2c(a-b)+c^2$

$=(a-b+c)^2$.

本题也可以直接利用公式 5.

原式 $=a^2+(-b)^2+c^2+2(-b)c+2ca+2a(-b)=(a-b+c)^2$.

(3) 原式 $=(a^7-a^5b^2)+(a^2b^5-b^7)=a^5(a^2-b^2)+b^5(a^2-b^2)$

$=(a^2-b^2)(a^5+b^5)$

$=(a-b)(a+b)(a+b)(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4)$

$=(a-b)(a+b)^2(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4)$.

例 2 分解因式：

(1) $a^3+b^3+c^3-3abc$；(2) $x^3+y^3+3xy-1$.

解 (1) 因为 $(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$，所以 $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$. 于是原式 $=(a+b)^3-3ab(a+b)+c^3-3abc$

$=[(a+b)^3+c^3]-3ab(a+b+c)$

$=(a+b+c)[(a+b)^2-c(a+b)+c^2]-3ab(a+b+c)$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$.

(2) 利用上面已证的(1)，即公式 6，我们有

原式 $=x^3+y^3+(-1)^3-3xy(-1)$

$=(x+y-1)(x^2+y^2+1+x+y-xy)$.

说明 公式 6 是一个应用很广泛的公式，用它可以推出很多有用的公式和结论. 例如

$$a^3+b^3+c^3-3abc=\frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2].$$

当 $a+b+c=0$ 时，$a^3+b^3+c^3=3abc$.

例 3 分解因式：$(x-1)^3+(x-2)^3+(3-2x)^3$.

解 由于 $(x-1)+(x-2)+(3-2x)=0$，所以由上题的说明知

$$(x-1)^3+(x-2)^3+(3-2x)^3=3(x-1)(x-2)(3-2x).$$

例 4 分解因式：x^3-5x+4.

解 原式 $=x^3-x-4x+4=x(x^2-1)-4(x-1)$

$=x(x-1)(x+1)-4(x-1)$

$=(x-1)(x^2+x-4)$.

说明 本题的解法很多，这里用的是拆项、添项的方法. 至于如何添项、拆项，并无一定规律可行，需具体问题具体分析. 对于本题，我们也可以按如下方法来解.

另解一 原式 $=x^3-x^2+x^2-5x+4=x^2(x-1)+(x-1)(x-4)$

$$=(x-1)(x^2+x-4).$$

另解二 原式 $=x^3-1-5x+5=(x-1)(x^2+x+1)-5(x-1)$

$$=(x-1)(x^2+x-4).$$

例 5 分解因式：$x^{5n}+x^n+1$.

解 原式 $=(x^{5n}-x^{2n})+(x^{2n}+x^n+1)$

$$=x^{2n}(x^{3n}-1)+(x^{2n}+x^n+1)$$

$$=(x^{2n}+x^n+1)(x^{3n}-x^{2n}+1).$$

例 6 分解因式：$(x+1)^4+(x^2-1)^2+(x-1)^4$.

解 原式 $=[(x+1)^4+2(x^2-1)^2+(x-1)^4]-(x^2-1)^2$

$$=\{[(x+1)^2]^2+2(x+1)^2(x-1)^2+[(x-1)^2]^2\}-(x^2-1)^2$$

$$=[(x+1)^2+(x-1)^2]^2-(x^2-1)^2$$

$$=(2x^2+2)^2-(x^2-1)^2$$

$$=3x^4+10x^2+3=(x^2+3)(3x^2+1).$$

例 7 分解因式：$a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2-2c^2a^2$.

解 原式 $=(a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2+2c^2a^2)-4c^2a^2$

$$=(a^2-b^2+c^2)^2-(2ca)^2$$

$$=(a^2-b^2+c^2-2ca)(a^2-b^2+c^2+2ca)$$

$$=[(a-c)^2-b^2][(a+c)^2-b^2]$$

$$=(a-b-c)(a+b-c)(a-b+c)(a+b+c).$$

说明 若 a、b、c 是三角形三边长，S 为其面积，则由海伦公式知，

$$16S^2=2a^2b^2+2b^2c^2+2c^2a^2-a^4-b^4-c^4.$$

水平测试 1

A 卷

一、填空题

1. 分解因式 $(a+b)^2+(a-b)^2+c(a^2+b^2)=$ ________.

2. 计算 $\dfrac{(2\,002^2-2\,001)\cdot 2\,003}{2\,002^2-2\,002\cdot 2\,001+2\,001^2}$ 的结果等于________.

3. 已知 $x^3+x^2+x+1=0$，那么 $x^{2\,008}+2x^{2\,000}+5x^{1\,996}$ 的值是________.

4. 分解因式 $(x^2+3x-3)(x^2+3x+4)-8=$ ________.

5. 将多项式 $x^2-4y^2-9z^2-12yz$ 分解成因式的积，结果是________.

6. 把 $(1-x^2)(1-y^2)+4xy$ 因式分解，结果是________.

7. 已知 $x-1$ 是多项式 x^3-3x+k 的一个因式，那么这个多项式的其它因式有________.

8. 分解因式 $(x^2-1)(x^4+x^2+1)-(x^3+1)^2=$ ________.

9. 分解因式 $a^3b+ab+30b$ 的结果是________.

10. 分解因式 $(x-2y)x^3-(y-2x)y^3=$ ________.

二、解答题

11. 分解因式 $a^3+b^3+c^3-3abc$.

12. 已知 $x\neq y$，且 $x^3-x=7$，$y^3-y=7$，那么 x^2+xy+y^2 的值是多少？

B 卷

一、填空题

1. 分解因式 $ab(c^2-d^2)-cd(a^2-b^2)=$ ________.

2. 若 $x^2+y^2+\frac{5}{4}=2x+y$，那么 $x^y+y^x=$ ________.

3. 分解因式 $x^4+x^3+6x^2+5x+5=$ ________.

4. 分解因式 $x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)=$ ________.

5. 已知 a 为正数，且 $a[a(a+b)+b]+b=1$，则 $a+b$ 的值是________.

6. 若 $x+\frac{1}{x}=t$，则 $x^3+\frac{1}{x^3}=$ ________.

7. 若 $A=(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$，则 $A-2\,002$ 的末位数字是________.

8. 分解因式 $(c^2-b^2+d^2-a^2)^2-4(ab-cd)^2=$ ________.

9. 若两个不等实数 m、n 满足：$m^2+2m=a$，$n^2+2n=a$，$m^2+n^2=3$，那么实数 a 的绝对值是________.

10. 分解因式 $(x-1)^3+(x-2)^3+(3-2x)^3=$ ________.

二、解答题

11. 分解因式 $ab^2+bc^2+ca^2+a^2b+b^2c+c^2a+2abc$.

12. 是否存在两个正整数 m 和 n，能使 $m^2-n^2=2\,002$？

C 卷

解答题

1. 分解因式$(x+y)(x+y+2xy)+(xy+1)(xy-1)$.

2. 分解因式$(xy-1)^2-(x+y-2xy)(2-x-y)$.

3. 分解因式$(a+b-2x)^3-(a-x)^3-(b-x)^3$.

4. 设a、b、c、d都是整数，且$m=a^2+b^2$，$n=c^2+d^2$，则mn也可表示成两个整数的平方和，其形式是什么？

5. 若a、b、c满足$a^2+b^2+c^2=9$，那么代数式$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$的最大值是多少？

6. 已知$x^3+y^3-z^3=96$，$xyz=4$，$x^2+y^2+z^2-xy+xz+yz=12$，则$x+y-z$的值是多少？

7. 立方体的每个面上都写有一个正整数，并且相对两个面所写两数之和都相等，若18的对面写的是a，14的对面是b，35的对面写的是c，试求$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$的值.

8. 已知$a\neq 0$，且$14(a^2+b^2+c^2)=(a+2b+3c)^2$，求$a:b:c$.

9. 已知$x=a+\dfrac{1}{a}$，$x^3-2x^2-3x+6=0$，求$a^2+\dfrac{1}{a^2}+2$的值.

10. 若m、n是整数，且$n^2+3m^2n^2=30m^2+517$，求$3m^2n^2$的值.

第2讲 因式分解(二)

知识点、重点、难点

1. 换元法.我们把一个较为复杂的代数式中的某一部分看作一个整体,并用一个新的字母来替代这个整体进行运算,从而使运算过程简洁明了.换元法是数学中的一个重要方法,它在代数式的求值、解高次方程、方程组等方面有广泛的应用.

2. 双十字相乘法.对于多项式 $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f$,常常可以用双十字相乘法进行因式分解.步骤是:(1) 用十字相乘法分解 $ax^2+bxy+cy^2$,得到一个十字相乘图(有两列);(2) 把常数项 f 分解成两个因式填在第三列上,要求第二、第三列构成的十字交叉之积的和等于原式中的 ey,第一、第三列构成的十字交叉之积的和等于原式中的 dx.参见下面例5.

3. 待定系数法.根据已知条件,先假设一个等式,其中含有待定的系数,利用多项式恒等对应系数相等的性质,得到含待定系数的方程或方程组.解方程或方程组,求出待定系数,再代入到原等式中去即可.

例题精讲

例1 分解因式:$(x^2+x+1)(x^2+x+2)-12$.

分析 将原式展开,是关于 x 的四次多项式,较难进行分解因式.我们将 x^2+x看作一个整体,用字母 y 来代替,于是问题就转化为关于 y 的二次三项式的因式分解问题了.

解 设 $x^2+x=y$,则原式 $=(y+1)(y+2)-12=y^2+3y-10$

$$=(y-2)(y+5)=(x^2+x-2)(x^2+x+5)$$

$$=(x-1)(x+2)(x^2+x+5).$$

说明 本题也可将 x^2+x+1 看作一个整体，比如设 $x^2+x+1=u$，一样可以得到同样的结果，有兴趣的同学不妨一试.

例 2 分解因式：$(x^2+3x+2)(4x^2+8x+3)-90$.

解 原式 $=(x+1)(x+2)(2x+1)(2x+3)-90$

$$=[(x+1)(2x+3)][(x+2)(2x+1)]-90$$

$$=(2x^2+5x+3)(2x^2+5x+2)-90.$$

令 $y=2x^2+5x+2$，则

原式 $=(y+1)y-90=y^2+y-90$

$$=(y+10)(y-9)=(2x^2+5x+12)(2x^2+5x-7)$$

$$=(2x^2+5x+12)(2x+7)(x-1).$$

例 3 分解因式：$6x^4+7x^3-36x^2-7x+6$.

解 原式 $=6(x^4+1)+7x(x^2-1)-36x^2$

$$=6[(x^4-2x^2+1)+2x^2]+7x(x^2-1)-36x^2$$

$$=6[(x^2-1)^2+2x^2]+7x(x^2-1)-36x^2$$

$$=6(x^2-1)^2+7x(x^2-1)-24x^2$$

$$=[2(x^2-1)-3x][3(x^2-1)+8x]$$

$$=(2x^2-3x-2)(3x^2+8x-3)$$

$$=(2x+1)(x-2)(3x-1)(x+3).$$

说明 本题的上述解法实际上是将 x^2-1 看作一个整体，但并没有设新的元来代替它. 在熟练使用换元法后，可以不设新元. 本题还可以按如下方法解.

另解 原式 $=x^2\left(6x^2+7x-36-\frac{7}{x}+\frac{6}{x^2}\right)$

$$=x^2\left[6\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+7\left(x-\frac{1}{x}\right)-36\right].$$

令 $x-\frac{1}{x}=t$，则 $x^2+\frac{1}{x^2}=t^2+2$，于是

原式 $=x^2[6(t^2+2)+7t-36]=x^2(6t^2+7t-24)$

$$=x^2(2t-3)(3t+8)$$

$$=x^2\left[2\left(x-\frac{1}{x}\right)-3\right]\left[3\left(x-\frac{1}{x}+8\right)\right]$$

$$=(2x^2-3x-2)(3x^2+8x-3)$$

$$=(2x+1)(x-2)(3x-1)(x+3).$$

例 4 分解因式：$(xy-1)^2+(x+y-2)(x+y-2xy)$.

分析 本题含有两个字母，且当互换这两个字母的位置时，多项式保持不变，这样的多项式叫做二元对称多项式. 对于较难分解的二元对称多项式，经常令 $u=x+y$，$v=xy$ 来分解因式.

解 令 $u=x+y$，$v=xy$，则

原式 $=(v-1)^2+(u-2)(u-2v)$

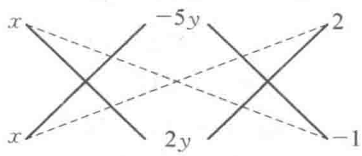
$=u^2+v^2+1-2u+2v-2uv$

$=(u-v-1)^2=(x+y-xy-1)^2$

$=[-(x-1)(y-1)]^2=(x-1)^2(y-1)^2$.

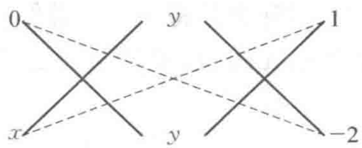
例5 分解因式：(1) $x^2-3xy-10y^2+x+9y-2$；(2) $xy+y^2+x-y-2$.

解 (1) 原式 $=(x-5y)(x+2y)+x+9y-2$，



所以 原式 $=(x-5y+2)(x+2y-1)$.

(2) 原式中缺 x^2 项，可以把这一项的系数看成 0 来分解.



所以 原式 $=(y+1)(x+y-2)$.

例6 求证：$x^2-2xy+y^2+x+y-4$ 不能分解为两个一次因式的乘积.

证明 用反证法. 假设 $x^2-2xy+y^2+x+y-4$ 能分解为两个一次因式的乘积，设 $x^2-2xy+y^2+x+y-4=(x-y+a)(x-y+b)$，即

$$x^2-2xy+y^2+x+y-4=x^2-2xy+y^2+(a+b)x-(a+b)y+ab.$$

比较两边系数，得 $a+b=1$，$a+b=-1$，$ab=-4$，这不可能.

水平测试 2

A 卷

解答题

1. 分解因式 a^3+3a^2+3a+2.
2. 已知二次三项式 x^2-mx-8(m 是整数) 在整数范围内可以分解为两个一次因式的积,求 m 的可能取值.
3. 分解因式 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$.
4. 分解因式 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+6)-3x^2$.
5. 分解因式 x^5+x+1.
6. 若 $(x-a)(x-b)-k$ 中含有因式 $x+b$,求用 a、b 表示 k 的代数式.
7. 分解因式 x^4+4.
8. 已知 x^2+2x+5 是 x^4+ax^2+b 的一个因式,求 $a+b$ 的值.
9. 若多项式 $8x^2-2xy-3y^2$ 可写成两个整系数多项式的平方差 M^2-N^2,求用 x、y 表示 M、N 的一种形式.
10. 已知 n 为正整数,求证: n^3-n 的值必是 6 的倍数.

B 卷

解答题

1. 分解因式 $6x^2-13xy+6y^2+22x-23y+20$.
2. 分解因式 $(x^2+4x+8)^2+3x(x^2+4x+8)+2x^2$.
3. 分解因式 $2x^2+7xy+3y^2-5y-2$.
4. 分解因式 $x^{5n}+x^n+1$.
5. 分解因式 $(x+1)^4+(x^2-1)^2+(x-1)^4$.
6. 已知 n 是正整数,且 n^4-16n^2+100 是质数,求 n 的值.
7. 分解因式 $x^3+(2a+1)x^2+(a^2+2a-1)x+a^2-1$.
8. 分解因式 $x^3(y-z)+y^3(z-x)+z^3(x-y)$.

9. 求证：$(n+2\,002)(n+2\,003)(n+2\,004)(n+2\,005)+1$ 是一个完全平方数(这里 n 为正整数).

10. 观察：$\dfrac{37^3+13^3}{37^3+24^3}=\dfrac{37+13}{37+24}$,

$\dfrac{43^3+19^3}{43^3+24^3}=\dfrac{43+19}{43+24}$,

$\dfrac{53^3+29^3}{53^3+24^3}=\dfrac{53+29}{53+24}$.

思考：用字母表示数的方法，写出一个等式，揭示所述的规律，并用因式分解的知识证明你的结论.

C 卷

解答题

1. 分解因式 $a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2-2c^2a^2$.
2. 分解因式 $a^3b-ab^3+a^2+b^2+1$.
3. 若 $x^2+xy+y=14$, $y^2+xy+x=28$,求 $x+y$ 的值.
4. 分解因式 $x^3+y^3+3xy-1$.
5. 若代数式 $x(x+1)(x+2)(x+3)+p$ 恰好能分解为两个二次整式的乘积(其中二次项系数均为 1 且一次项系数相同)，则 p 的最大值是多少?
6. 分解因式 $(x+5)^4+(x+3)^4-82$.
7. 计算 $\dfrac{(10^4+64)(18^4+64)(26^4+64)(34^4+64)}{(6^4+64)(14^4+64)(22^4+64)(30^4+64)}$.
8. 若 a 为正整数，则 a^4-3a^2+9 是质数还是合数?给出你的证明.
9. 分解因式 $(x^4-4x^2+1)(x^4+3x^2+1)+10x^4$.
10. 求证：形如 $\underbrace{111\cdots11}_{n个1}$ 的数不能表示成两个整数的平方和.

第3讲　分式的化简与求值

知识点、重点、难点

分式的有关概念和性质与分数相类似，例如分式的分母的值不能是零，即分式只有在分母不等于零时才有意义；也像分数一样，分式的分子与分母都乘以（或除以）同一个不等于零的整式，分式的值不变，这一性质是分式运算中通分和约分的理论根据. 在分式运算中，主要是通过约分和通分来化简分式，从而对分式进行求值. 除此之外，还要根据分式的具体特征灵活变形，以使问题得到迅速准确的解答. 本讲主要介绍分式的化简与求值.

例题精讲

例 1　化简$\dfrac{\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^6-\left(x^6+\dfrac{1}{x^6}\right)-2}{\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3+\left(x^3+\dfrac{1}{x^3}\right)}$.

分析　要化简就需要对分式进行约分，而要约分就需要对分子、分母进行因式分解.

解　分子$=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^6-\left(x^3+\dfrac{1}{x^3}\right)^2$

$$=\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)\right]\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^3+\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)\right],$$

所以原式$=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3-\left(x^3+\dfrac{1}{x^3}\right)$

$$=x^3+3x^2\cdot\frac{1}{x}+3x\cdot\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}-\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)$$