

愛知社
編
新
常識
各科
問答

甲

上

上海新聲書局印行

算術解法問答

I. 四 則

(A) 摘要

a. 關於加法的定理

(1) $甲 + 乙 + 丙 = 乙 + 丙 + 甲 = 丙 + 甲 + 乙 = 乙 + 甲 + 丙 \cdots \cdots$ 等

(2) $甲 + 乙 + 丙 = 甲 + (乙 + 丙)$

(3) $甲 + (乙 + 丙) = 甲 + 乙 + 丙$

b. 關於減法的定理

(1) 被減數 - 減數 = 差

(2) 減數 + 差 = 被減數

(3) 被減數 - 差 = 減數

(4) $甲 - 乙 - 丙 = 甲 - 丙 - 乙$

(5) $甲 - 乙 - 丙 = 甲 - (乙 + 丙)$

(6) $甲 - (乙 + 丙) = 甲 - 乙 - 丙$

(7) $(甲 + 丙) - 乙 = 甲 - 乙 + 丙$

(8) $(甲 + 丙) - (乙 + 丙) = 甲 - 乙$

(9) $(甲 - 丙) - (乙 - 丙) = 甲 - 乙$

(10) $甲 + 乙 = (甲 + 丙) + (乙 - 丙)$

$$\begin{aligned}(11) \quad \text{甲} - \text{乙} &= (\text{甲} + \text{丙}) - (\text{乙} + \text{丙}) \\ &= (\text{甲} - \text{丙}) - (\text{乙} - \text{丙})\end{aligned}$$

c. 關於乘法的定理

$$(1) \quad \text{甲} \times \text{乙} = \text{乙} \times \text{甲}$$

$$(2) \quad \text{甲} \times \text{乙} \times \text{丙} = \text{甲} \times \text{丙} \times \text{乙} = \text{丙} \times \text{甲} \times \text{乙} \dots\dots \text{等}$$

$$(3) \quad \text{甲} \times \text{乙} \times \text{丙} = \text{甲} \times (\text{乙} \times \text{丙})$$

$$(4) \quad \text{甲} \times (\text{乙} \times \text{丙}) = \text{甲} \times \text{乙} \times \text{丙}$$

$$(5) \quad (\text{甲} \times \text{乙}) \times \text{丙} = (\text{甲} \times \text{丙}) \times \text{乙} = \text{甲} \times (\text{乙} \times \text{丙}) \dots\dots$$

…等

$$\begin{aligned}(6) \quad \text{甲} \times \text{乙} \times \text{丙} \times \text{丁} &= (\text{甲} \times \text{乙}) \times (\text{丙} \times \text{丁}) \\ &= (\text{甲} \times \text{乙} \times \text{丙}) \times \text{丁} = \text{甲} \times (\text{乙} \times \text{丙} \times \text{丁}) \\ &= (\text{甲} \times \text{丁}) \times (\text{乙} \times \text{丙}) = (\text{乙} \times \text{丁}) \times (\text{甲} \times \text{丙}) \\ &\dots\dots \text{等} \circ\end{aligned}$$

$$(7) \quad (\text{甲} + \text{乙} + \text{丙}) \times \text{丁} = (\text{甲} \times \text{丁}) + (\text{乙} \times \text{丁}) + (\text{丙} \times \text{丁})$$

$$(8) \quad (\text{甲} - \text{乙}) \times \text{丙} = (\text{甲} \times \text{丙}) - (\text{乙} \times \text{丙})$$

$$(9) \quad (\text{甲} \times \text{丁}) + (\text{乙} \times \text{丁}) + (\text{丙} \times \text{丁}) = (\text{甲} + \text{乙} + \text{丙}) \times \text{丁}$$

$$(10) \quad (\text{甲} + \text{乙} - \text{丙}) \times \text{丁} = \text{甲} \times \text{丁} + \text{乙} \times \text{丁} - \text{丙} \times \text{丁}$$

$$(11) \quad \text{甲} \times 1 = \text{甲} \qquad 1 \times \text{甲} = \text{甲}$$

$$\text{甲} \times 0 = 0$$

$$\text{乙} \times 0 = 0$$

d. 關於除法的定理，

$$(1) \text{實} = (\text{法} \times \text{商}) \text{或} (\text{商} \times \text{法})$$

$$\text{又實} = (\text{法} \times \text{商}) \text{或} (\text{商} \times \text{法}) + \text{殘餘},$$

$$(2) \text{甲} \div \text{乙} \div \text{丙} = \text{甲} \div \text{丙} \div \text{乙}$$

$$(3) \text{甲} \div \text{乙} \div \text{丙} = \text{甲} \div (\text{乙} \times \text{丙})$$

$$(4) \text{甲} \div (\text{乙} \times \text{丙}) = \text{甲} \div \text{乙} \div \text{丙}$$

$$(5) (\text{甲} \times \text{丙}) \div \text{乙} = (\text{甲} \div \text{乙}) \times \text{丙}$$

$$(6) (\text{甲} \div \text{丙}) \div \text{乙} = \text{甲} \div \text{乙} \div \text{丙}$$

$$(7) \text{甲} \div (\text{乙} \div \text{丙}) = \text{甲} \div \text{乙} \times \text{丙}$$

$$(8) (\text{甲} \times \text{丙}) \div (\text{乙} \times \text{丙}) = \text{甲} \div \text{乙}$$

$$(9) (\text{甲} \div \text{丙}) \div (\text{乙} \div \text{丙}) = \text{甲} \div \text{乙}$$

$$(10) (\text{甲} + \text{乙} + \text{丙}) \div \text{丁} = (\text{甲} \div \text{丁}) + (\text{乙} \div \text{丁}) + (\text{丙} \div \text{丁})$$

$$(11) (\text{甲} + \text{乙} - \text{丙}) \div \text{丁} = (\text{甲} \div \text{丁}) + (\text{乙} \div \text{丁}) - (\text{丙} \div \text{丁})$$

$$(12) (\text{甲} \div \text{丁}) + (\text{乙} \div \text{丁}) + (\text{丙} \div \text{丁}) = (\text{甲} + \text{乙} + \text{丙}) \div \text{丁}$$

$$(13) (\text{甲} - \text{乙}) \div \text{丙} = (\text{甲} \div \text{丙}) - (\text{乙} \div \text{丙})$$

$$(14) (\text{甲} \div \text{丙}) - (\text{乙} \div \text{丙}) = (\text{甲} - \text{乙}) \div \text{丙}$$

$$(15) \text{ 甲} \times \text{乙} \div \text{丙} \times \text{丁} \div \text{戊}$$

$$= \text{甲} \div \text{丙} \times \text{乙} \times \text{丁} \div \text{戊} = \text{甲} \div \text{戊} \div \text{丙} \times \text{乙} \times \text{丁}$$

$$= \text{甲} \times \text{乙} \times \text{丁} \div \text{丙} \div \text{戊} = (\text{甲} \times \text{乙} \times \text{丁}) \div (\text{丙} \times \text{戊}) \cdots \cdots \text{等}$$

$$(16) \text{ 若 } \text{甲} \div \text{乙} = \text{丙}$$

$$\text{則 } \text{甲} \times \text{丁} \div \text{乙} = \text{丙} \times \text{丁}$$

$$\text{甲} \div \text{丁} \div \text{乙} = \text{丙} \div \text{丁}$$

$$\text{甲} \div (\text{乙} \times \text{丁}) = \text{丙} \div \text{丁}$$

$$\text{甲} \div (\text{乙} \div \text{丁}) = \text{丙} \times \text{丁}$$

$$(\text{甲} \times \text{丁}) \div (\text{乙} \times \text{丁}) = \text{丙}$$

$$(\text{甲} \div \text{丁}) \div (\text{乙} \div \text{丁}) = \text{丙}$$

$$(17) \text{ 甲} \div 1 = \text{甲}$$

$$\text{甲} \div \text{甲} = 1$$

$$\text{甲} \div 0 = 0$$

$$\text{乙} \div 0 = 0$$

e. 指數定理

(1) 10 之若干幂(方乘)與在 1 的右邊添上指數之數的 0 相等。

$$(2) \text{ 甲}^{\text{乙}} \times \text{甲}^{\text{丙}} = \text{甲}^{\text{乙} + \text{丙}}$$

$$(3) (\text{甲}^{\text{乙}})^{\text{丙}} = \text{甲}^{\text{乙} \times \text{丙}}$$

$$(4) \text{ 若 } \text{乙} > \text{丙} \text{ 時。 } \text{甲}^{\text{乙}} \div \text{甲}^{\text{丙}} = \text{甲}^{\text{乙} - \text{丙}}$$

$$(5) \text{ 甲}^0 = 1 \quad \text{乙}^0 = 1 \quad \text{丙}^0 = 1$$

f. 其他

- (1) 有加減符號的式，由左至右順次計算，
 - (2) 有乘除符號的式，由左至右順次計算，
 - (3) 有加減乘除符號的式，須先乘除(2)後加減(1)
 - (4) 有括弧及括線的式，須先由括弧或括線內算起。
- (注意) 甲，乙，丙，丁，戊，皆係代表某數

(B) 問題及解法

- (1) 有大小二數，其和為80，差為16，求二數？

解： $80 + 16 = 96$ ……大數的二倍

$$96 \div 2 = 48 \text{……大數}$$

$$48 - 16 = 32 \text{……小數，} \quad \text{答大48 小32}$$

或： $(80 - 16) \div 2 = 32$ ……小數

$$(80 - 16) \div 2 = 48 \text{……大數}$$

(注意) 此種問題謂之和差問題，就是知道二數的和與差而求二數，一般的解法公式為

$$\text{大數} = (\text{和} + \text{差}) \div 2$$

$$\text{小數} = (\text{和} - \text{差}) \div 2$$

- (2) 有金85元，分與甲乙二人，甲所得金比乙多15元

，問各得若干(16中大)

$$\text{解：}(85+15)\div 2=100\div 2=50\text{元}$$

$$(85-15)\div 2=70\div 2=35\text{元} \quad \text{答甲得50元} \quad \text{乙得35元}$$

(3) 男女各四人25日工資合計95元，男比女一人一日多2角5分，問男女每日資各若干？

$$\text{解：}95\text{元}\div(4\times 25)=0.95\text{元}\cdots\cdots\text{男女各一日工資之}$$

$$\text{和，}(0.95\text{元}+0.25\text{元})\div 2=0.60\cdots\cdots\text{男一人一日之工資，}$$

$$0.95\text{元}-0.60\text{元}=0.35\cdots\cdots\text{女一人一日之工資}$$

$$\text{答男6角} \quad \text{女3角6分，}$$

$$\text{或：}95\text{元}\div(4\times 25)=0.95\text{元}$$

$$(0.95\text{元}-0.25\text{元})\div 2=0.35\text{元}$$

$$0.35+0.25=0.60\text{元}$$

$$\text{答男6角，} \quad \text{女3角5分，}$$

(4) 池周1200丈，甲乙二人環行之，在同所各向反對之方向而行，則12分鐘相會，若同方向而行，則1時間之後，甲從乙之後而追及，問甲乙之速度，每分時各若干？

$$\text{解：}1200\text{丈}\div 12=100\text{丈}\cdots\cdots\text{甲乙一分時間之速之和}$$

$$1200\text{丈}\div 60=20\text{丈}\cdots\cdots\text{甲乙每分之速之差}$$

$$(100\text{丈}+20\text{丈})\div 2=60\text{丈}\cdots\cdots\text{甲每分時之速}$$

$$100\text{丈} - 60\text{丈} = 40\text{丈} \cdots \cdots \text{乙每分時之速}$$

答甲60丈 乙40丈

(5) 長十二里半之河流，甲水夫上行需 15 時間，下行需 5 時間，乙水夫上行需 30 時間，下行需若干時間？

解：[(12.5里 $\div$ 5)-(12.5里 $\div$ 15)] $\div$ 2...水速每時之速
 12.5里 $\div$ 30.....乙上行與流水之速之差，於此加流水之二倍得乙下行之速

$$\therefore 12.5\text{里} \div [12.5\text{里} \div 30 + (12.5\text{里} \div 5 - 12.5\text{里} \div 15) \div 2 \times 2] = 6\text{時間}$$

答 6 時間

(6) 有天米價，上米爲 39 元 5 角 9 分，中米爲 38 元 6 角 3 分，下米爲 37 元 7 角，問上中下平均之價格幾何，又平均一元買幾升？

解：一般總數 $\div$ 個數=平均

$$\text{故}(39.59\text{元} + 38.63\text{元} + 37.7\text{元}) \div 3 = 38.64\text{元}$$

$$38.64\text{元} \div 100 = 0.3864\text{元} \cdots \cdots \text{一升之價}$$

$$1\text{元} \div 0.3864\text{元} = 2.59\text{弱}$$

答38元6角4分， 2.59升

(7) 有長165丈的道路之一邊，每三丈植柳樹一株，問共需柳樹幾株？

$$\text{解：} 165\text{丈} \div 3\text{丈} = 55 \cdots \cdots \text{間隔數，}$$

但樹數比間隔數要多 1

$$\text{故 } 55 + 1 = 56$$

答 56 株

(注意) 此種問題一般的解法為

$$\text{全距離} \div \text{間數} + 1 = \text{樹數},$$

(8) 道路左旁每 4 尺植一柳，右旁每 6 尺植一櫻，今櫻柳相對已有 50 回，問中間道路之長若干 (14 北工大)

解：題意一為 4 尺一為 6 尺

則每 12 尺可對一次即其 L, c. m.

但首次相對無須距離，故距離段數較所對次數須少 1，今相對為 50 回

$$\therefore (50 - 1) \times 12 = 588 \text{ 尺}$$

答中間道路之長 588 尺

(9) 父 49 歲，長子 25 歲，次子 20 歲，末子 16 歲，幾年前父年等於三子年令之和？

解：現在三子年令之和為 $(25 + 20 + 16) = 61$

$$\text{父與三子之差為 } (25 + 20 + 16) - 49 = 12$$

然每過一年，父比三子之年少 2 歲，即 $3 - 1 = 2$ 由

$$\text{是所求之年數為 } (25 + 20 + 16 - 49) \div (3 - 1)$$

$$\text{即 } 12 \div 2 = 6$$

答 6 年前

(注意) 凡年令問題其年令之差常不變

(10) 父現年30歲，子現年4歲，問父年爲子年之二倍，須在若干年後(14.武商大)

解：父子現年相差爲 $30-4=26$

以後父增1歲子亦增1歲，則26歲之差數毫無增減，今題云父爲子之二倍，則父子年令之差爲子年之 $(2-1)$ 倍

$$\therefore 26 \div (2-1) = 26 \cdots \cdots \text{子年}$$

$$26 \times 2 = 52 \cdots \cdots \text{父年}$$

故父年爲子年之二倍應在 $26-4=22$ 年後

答22年後

(11) 有父子二人，現年相差24歲，六年後，父年爲子年之三倍，父與子之現年令各幾何 (16北師大)

解：父子年令相差24歲，六年後仍差24歲，

題云父年爲子之三倍，則子現年應爲

$$[24 \div (3-1)] - 6 = 24 \div 2 - 6 = 12 - 6 = 6 \text{歲}$$

故父之現年爲 $24+6=30$ 歲 答父30歲，子6歲

(12) 設有上下二等酒，上等每斤價銀五分，下等每斤價銀三分，今以二等酒相合一處，共重一百斤，每斤價銀三分六厘，問二等酒各若干？ (13.北大)

解：設A爲上等酒斤數，但知上下二等合爲一百斤，又知

其混合價銀爲三分六厘，設想此一百斤混合酒全爲下等，可知共銀三百分，但現在實得 $3.6 \times 100 = 360$ 分而原價之差爲 $5 - 3$ 故知 $A = (360 - 300) \div (5 - 3) = 60 \div 2 = 30$ 斤 $\therefore$ 下等酒 $= 100 - 30 = 70$ 斤

答上酒30斤 下酒70斤，

(13) 以五百元分給甲乙丙三人，乙較甲多五十元，丙所得等於甲乙所得之和，問三人各得若干元 (15.北農大)

解： $500 - 2 \times 50 = 400$ (正爲甲之4倍)

$\therefore 400 \div 4 = 100$ 元……甲所得

$100 + 50 = 150$ 元……乙所得

$100 + 150 = 250$ 元……丙所得

答甲100元 乙150元 丙250元

(14) 甲年爲乙年之五倍，5年後爲乙年之3倍，求各現在之年令？

解： $5 \times 5 = 25$ ……若甲常爲乙年之5倍，5年後甲應加之歲數，

$25 - 5 = 20$ ……5年後甲爲乙之5倍所少之歲數，

$5 - 3 = 2$ ……5年後甲爲乙之5倍所少之倍數，

$20 \div 2 = 10$ ……5年後乙之年令

$\therefore$ 乙現年爲 $10 - 5 = 5$ 歲

甲現年爲 $5 \times 5 = 25$ 歲

答甲25歲，乙5歲，

(15) 甲汽船在乙汽船之前6里，共向同一之航路前進，今已知甲乙兩船之速力，每時甲爲十三里，乙爲十四里半，問乙追及甲須若干時，又追及地點在離出發點幾里的地方？

解：每時乙近甲 $14.5 \text{里} - 13 \text{里} = 1.5 \text{里}$

今相隔6里，故所求之時間爲 $6 \text{里} \div 1.5 \text{里} = 4$

∴ 兩地距離爲 $14.5 \times 4 = 58.0$

答4時，58里，

(16) 東西兩地相距3600里，甲自東至西須120日，乙自西至東須80日，今甲乙二人同時相向而行，問若干日相遇？

解 甲1日行 $3600 \text{里} \div 120 = 30 \text{里}$

乙1日行 $3600 \text{里} \div 80 = 45 \text{里}$

∴ 甲乙二人1日共行 $30 \text{里} + 45 \text{里} = 75 \text{里}$

故所求之日數爲 $3600 \text{里} \div 75 \text{里} = 48$ 答48日

(注意) 凡追及及相遇的問題，一般解法爲

a, 反對方向進行的時候

相遇時間 = 距離 ÷ 速度之和。

b, 同方向進行的時候

追及時間 = 距離 ÷ 速度之差。

(17) 有人預計時刻行至某地，每時行 2 里，則遲 4 時，
每時行 2.5 里，則早二時，問此兩地之距離？

解：設每時行 2 里之甲與每時行 2.5 之乙，

同時同地出發，考之至預計時間而休息，則想像

而知甲乙之距離為 $(2 \text{ 里} \times 4 + 2.5 \text{ 里} \times 2) = 13 \text{ 里}$

然每時行程之差為 $2.5 \text{ 里} - 2 \text{ 里} = 0.5 \text{ 里}$

由是自出發至預計之時為 $13 \text{ 里} \div 0.5 \text{ 里} = 0.26 \text{ 里}$

即 26 時間，

故兩地之距離為 $2 \text{ 里} \times (26 + 4) = 60 \text{ 里}$

答 60 里

(18) 甲乙二人同時同地出發，經 1 時後，甲因遺忘物件，返出發地 30 分後再出發，問自最初至後追及之時間？
但甲每時行 5 里，乙每時行 3 里，

解：以甲 1 時間行 1 時間返又費 30 分，而乙比甲先 $(1 + 1 + 0.5)$ 時間，其距離為 $3 \text{ 里} \times 2.5 = 7.5 \text{ 里}$ 至追及之時間為 $7.5 \text{ 里} \div (5 \text{ 里} - 3 \text{ 里}) = 3.75$

故自最初之時間為 $1 + 1 + 0.5 + 3.75 = 6.25$ 即 6.25 小時

答 6.25 時

(19) 有甲乙二車，甲車速度每小時50里，乙車45里，午前九時，乙車向某地開行，遲三小時甲車追其後，則兩車相會之時刻如何？（15. 北法大）

解：45里 $\times$ 3 = 135里……乙車先行三小時之路程，

50里 - 45 = 5里……甲、乙車每時相差之速度，

$\therefore 135 \div 5 = 27$ 時

答自甲車追乙車後，過27小時，兩車相會，

(20) 甲每分速率21.6丈，乙19.2丈，二人同由東村出發，赴西村，甲遲五分出發，二人同時達於西村，問東西二村之距離（通商專）

解：21.6丈 - 19.2丈 = 2.4丈……甲與乙之差，

19.2 $\times$ 5 = 96丈……乙先五分鐘所行之路

96 $\div$ 2.4 = 40分……甲所行之時間，

21.6 $\times$ 40 = 864丈……甲所行之路

$\therefore$ 兩村之距離為 864丈即4.8里

答4.8里

(21) 龜鶴合計18隻，其足數合計46，問龜鶴各幾隻？

解：龜為18隻，則其足數為 $4 \times 18 = 72$

今為46足故其差為 $72 - 46 = 26$

今龜一隻與鶴一隻交換，其頭數不變，其足數減少

(4-2)，故交換之數可知為 $26 \div (4-2) = 13$

即鶴13隻，由是龜為 $18-13=5$ 隻

答鶴13隻龜5隻，

(注意) 此項問題謂之龜鶴問題，已知二者頭數之和隻足數，而求二者的頭數，一般解法為

鶴之頭數 = (足數之和 - $2 \times$ 頭數之和) $\div$ (4-2)

龜之頭數 = ($4 \times$ 頭數之和 - 足數之和) $\div$ (4-2)

(22) 有桃李各若干，但知桃為李之3倍，若分給兒童，每人以5桃2李，則桃餘5個，李不足10個，求桃李及兒童之數？

解：題云桃為李之3倍

則 $2 \times 3 = 6$ ，給二李時應給之桃數，

李欠10個桃應不足之數為 $10 \times 3 = 30$

但此題變為每人分5桃餘5桃

分6桃不足30桃故兒童數為

$\therefore (30+5) \div (6-5) = 35$

李數為 $35 \times 2 - 10 = 60$

桃數為 $60 \times 3 = 180$

答兒童35人，桃180個，李60個，

(注意) 此種問題，謂之分配問題，或過不足問題，其

一般解法爲 人數 = (過十不足) ÷ (1人分之差)

(23) 有人每年費用720元，5年虧空之費，若每年節省祇用400元，須3年方可彌補，問此人每年收入？

解：前5年用費，即此人五年中收入與虧空之和爲

$$720 \times 5 = 3600$$

後3年費用，即此人三年收入與其剩餘之差爲

$$400 \times 3 = 1200$$

今三年之剩餘即可免五年之虧空，

則剩餘與虧空之年數爲 $5 + 3 = 8$

$$\therefore 8\text{年之收入爲 } 3600 + 1200 = 4800$$

$$\text{每年之收入爲 } 4800 \div 8 = 600\text{元} \quad \text{答600元}$$

(24) 買蘋果若干個，每個價40文，又買梨子個數爲蘋果之三倍，每個價5文，蘋果之總價比梨子之總價多500文，問所買蘋果之數？

解：買蘋果一個梨子三個其價之差爲

$$(40\text{文} - 5\text{文} \times 3) = 25\text{文}$$

此差依蘋果之數倍之而爲500文

$$\text{故蘋果之數爲 } 500 \div 25 = 20 \quad \text{答20個}$$

(25) 甲乙兩人，同伴乘火車而行，兩人攜帶行李合計350斤，若一人持之則對於火車規定之行李重外，須加運費1.

55元，若二人分別持之，則對於火車規定行李重量外，甲須加運費0.75元，乙須加運費0.6元，問每人能帶若干重量行李方不加運費？

解：1.55元 - (0.75元 + 0.6元) = 0.2元即2角

是為對於規定每人行李重量之運費，

由是1.55元 + 0.2元 = 1.75元為350斤悉加運費之共費

故一斤之運費為 $1.75元 \div 350 = 0.005元$

又必加運費之斤數為 $0.2元 \div 0.005元 = 40$

即行李只準攜帶40斤多則須加運費 答40斤

(26) 三人各按服務時期，之長短分派獎金，甲得700元，乙得567元，丙得415元，其中甲十年半，乙六年零四個月，問丙服務之年限？

解：甲乙年限之差為 $7年6月 - 6年4月 = 1年2月 = 14月$

獎金之差為 $700元 - 567元 = 133元$

故對於1月之獎金為 $1.33 \div 14 = 9.5元$

故丙比甲少

$(700 - 415)元 \div 9.5元 = 30$ 即30個月，

而 $7年6月 - 30月 = 5年$

故丙服務五年，

答五年