

经湖南省教委中小学教
材审定委员会审查使用

课程基础训练

代数

上册

高中一年级

湖南教育出版社

谢玉

192班



课程基础训练

代 数(上册)

高中一年级

《课程基础训练》编写组编写

责任编辑:孟实华

湖南教育出版社出版发行

湖南省新华书店经销 望城湘江印刷厂印刷

787×1092毫米 32开 印张:7.895 字数:160000

1988年6月第1版 1996年5月第5版第9次印刷

ISBN7-5355-0606-2/G·641

定 价:5.10元

本书若有印刷、装订错误,可向承印厂调换

(湘)新登字 005 号

说 明

《高中数学课程基础训练》是根据中学数学教学大纲的要求,按照必修教材修订版内容的顺序编写的。全套书分为四册:代数上册、代数下册、立体几何、平面解析几何。

为了使《课程基础训练》与教学同步,在这次编写中,力求做到每小节教材编写一套练习题,并与教材中的练习、习题配套。全套书试图通过多种题型,使学生巩固所学知识,熟练掌握高中数学的基本解题方法与基本技巧,学会重要的数学思想方法,提高综合运用数学知识解决实际问题的能力。每册书的后面均附有参考答案或提示,以便师生及时检查练习效果。

全套书由周华辅主编,本书由赵雄辉、周大明、傅务本编写,赵雄辉统稿。由于水平所限,书中疏漏之处在所难免,希望广大师生在使用过程中提出宝贵意见。

湖南省教育科学研究所

1996年4月

目 录

第一章 幂函数、指数函数和对数函数(1)

- 练习一 (1) 练习二(4) 练习三(8)
练习四 (13) 练习五(15) 练习六(18)
练习七 (21) 练习八(26) 练习九(29)
练习十 (33) 练习十一(37) 练习十二(42)
练习十三(45) 练习十四(49) 练习十五(54)
练习十六(56) 练习十七(58) 练习十八(61)
练习十九(63) 练习二十(68) 练习二十一(71)
复习参考题一(75)

第二章 三角函数(85)

- 练习一(85) 练习二(87) 练习三(89)
练习四(92) 练习五(95) 练习六(98)
练习七(101) 练习八(105) 练习九(108)
练习十(113) 练习十一(117)
复习参考题二(121)

第三章 两角和与差的三角函数、解斜三角形(133)

- 练习一(133) 练习二(138) 练习三(142)
练习四(147) 练习五(152) 练习六(156)
练习七(159) 练习八(164) 练习九(167)
练习十(170)
复习参考题三(173)

第四章 反三角函数和简单三角方程(182)

练习一(182) 练习二(188) 练习三(193)

练习四(198) 练习五(201)

复习参考题四(205)

参考答案 (213)

第一章(213) 第二章(223) 第三章(231)

第四章(240)

第一章 幂函数、指数函数和对数函数

练习一

(集合)

一、选择题① (将下列各题中唯一正确答案的代号填在题后的括号内)

1. 下列各对象中,不能形成一个集合的是(C)

(A)全体非负整数;

(B)方程 $x^2+7x-21=0$ 的实数解;

(C)与 8 接近的有理数;

(D)函数 $y=\frac{5}{x}$ 的图象上所有点的坐标.

2. 下列对象中,能够构成集合的是(C)

(A)所有年龄大的人;

(B)漂亮的图案;

(C)常数项为 1 的二次三项式;

(D)较难的几何证明题.

3. 下列判断正确的是(D)

(A)集合 $\{3, 4x^2-5, 7x^3+3x\}$ 有 5 个元素;

① 本书中的选择题正确答案都是唯一的.

- (B)集合 $\{2,1,7,2,7,1\}$ 有6个元素;
 (C)集合 $\{\text{直角三角形}\}$ 只有5个元素;
 (D)集合 $\{m\}$ 只有一个元素.
4. 下列说法中,错误的是(D)
 (A)用列举法表示集合时,不必考虑元素之间的顺序;
 (B)式子 $7x^2-5$ 与 $\{7x^2-5\}$ 表示不同的意义;
 (C)有些集合既可用列举法表示,也可用描述法表示;
 (D)含有大量元素的集合是无限集.
5. 在平面直角坐标系中,第三象限的点的坐标可以表示为集合(D)
 (A) $\{x<0 \text{ 且 } y<0\}$;
 (B) $\{(x,y) | x\leq 0 \text{ 且 } y\leq 0\}$;
 (C) $\{(x,y) | x<0 \text{ 或 } y<0\}$;
 (D) $\{(x,y) | x<0 \text{ 且 } y<0\}$.
6. 集合 $M=\{\text{一条边长为 } 3\text{cm}, \text{一个角为 } 110^\circ \text{的等腰三角形}\}$, M 中的元素个数为(B)
 (A)1个; (B)2个;
 (C)3个; (D)无数个.
7. 下列关系中,正确的是(C)
 (A) $0 \notin \mathbb{Z}$; (B) $-5 \in \mathbb{N}$;
 (C) $\pi \in \mathbb{R}$; (D) $1-\pi \in \mathbb{Q}$.
8. 已知 $x=3-\sqrt{2}$, $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $z=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$, $k=2\sqrt{2}+\pi$,
 集合 $M=\{m | m=a+b \cdot \sqrt{2}, a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q}\}$, 则(A)
 (A) $x \in M$; (B) $y \notin M$;
 (C) $z \notin M$; (D) $k \in M$.

二、填空题

1. 当 $x = -1, 0, 1$ 时, 函数 $y = x^2 + 2$ 的值的集合用列举法表示是 $\{1, 2, 3\}$.
2. 组成八位数 30231020 的数字的集合是 $\{0, 1, 2, 3\}$.
3. Q^- 表示 负有理数集, Z^+ 表示 正整数集.
4. 设 $A = \{x | x = 2n + 1, n \in Z\}$, $B = \{x | x = 4n, n \in N\}$, $C = \{x | x \text{ 是质数}\}$.

在下列横线上填写“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”.

- 2 $\notin$ A , 1996 $\in$ B , 1 $\notin$ C ;
17 $\in$ A , 58 $\notin$ B , 13 $\in$ C .
5. 集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 2\}$,
 $C = \{(x, y) | x^2 - y^2 = 2\}$. 点 $P(0, 1)$, $Q(\sqrt{2}, 0)$,
 $R(-\sqrt{3}, -1)$.

用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

- P $\in$ A , Q $\notin$ A , R $\notin$ A ;
 P $\notin$ B , Q $\in$ B , R $\notin$ B ;
 P $\notin$ C , Q $\notin$ C , R $\in$ C .

6. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} + 3x$ 中自变量 x 的取值范围用集合表示宜用 描述 法.

练习二

(子集、交集)

一、选择题

1. 下列正确的关系式是(B)

(A) $0 \subseteq \emptyset$;

(B) $0 \notin \emptyset$;

(C) $\{0\} = \emptyset$;

(D) $\emptyset \subset 0$.

2. 若 $M = \{x | x \geq \sqrt{3}\}$, $a = 1.9$, 则有(A)

(A) $a \in M$;

(B) $\{a\} \in M$;

(C) $\{a\} \subseteq M$;

(D) $\{a\} \supset M$.

3. 下列集合中, 表示空集的是(D)

(A) $\{\text{绝对值最小的整数}\}$;

(B) $\{x | 2x - 1 = 7(3 - x)\}$;

(C) $\{(x, y) | y = -x^2\}$;

(D) $\{x | 2x^2 + 7x + 11 = 0, x \in R\}$.

4. 满足关系式 $\{1\} \subset M \subseteq \{1, 2, 3\}$ 的集合 M 的个数是

(A)

(A) 2 个;

(B) 3 个;

(C) 4 个;

(D) 6 个.

5. 集合 $\{x | (x-1)(x-2)(x-3) = 0\}$ 的子集共有(A)

(A) 3 个;

(B) 6 个;

(C) 8 个;

(D) 9 个.

6. 已知 $A = \{\text{有理数}\}$, $B = \{\text{无理数}\}$, 则 $A \cap B$ 等于 (D)

(A) 0; (B) $\{0\}$;

(C) R ; (D) $\emptyset$.

7. 设 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 5, 7, 10\}$, 则 $A \cap B$ 等于

(B)

(A) $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10\}$;

(B) $\{2\}$;

(C) $\emptyset$;

(D) $\{1, 3, 6, 5, 7, 10\}$.

8. 下列表达式中完全正确的是 ~~ABD~~

(A) $a \subset \{a, b\}$;

(B) $\{a, b\} \supseteq \{b, a\}$;

(C) $a = \{a, b\} \cap \{a, c\}$;

(D) $\{a, c\} \cap \{b, d\} = \emptyset$.

9. 若 $A \cap B = A$, 那么下面一定正确的关系式是 (D)

(A) $A \subset B$; (B) $A = B$;

(C) $A \supseteq B$; (D) $A \subseteq B$.

* 10^①. 集合 $X = \{(2n+1)\pi, n \in \mathbb{Z}\}$, $Y = \{(4k \pm 1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 X 与 Y 的关系是 (C)

(A) $X \subset Y$; (B) $X \supset Y$;

(C) $X = Y$; (D) $X \not\subset Y$ 且 $Y \not\subset X$.

二、判断题(正确的打“√”,错误的打“×”)

1. $\{x | (x-1)(x+2)=0\} \supset \{x | x-1=0\}$.

(√)

2. $A \cap B = \{x | x \in A, \text{或 } x \in B\}$.

(×)

3. 若 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subset C$.

(×)

① 本书中带*的题较难, 仅供学有余力的同学选用.

4. 方程组 $\begin{cases} 6x-5y=17, \\ 6x+7y=-19 \end{cases}$ 的解集是 $\{\frac{1}{3}, -3\}$. (X)

5. 若集合 A 有 7 个元素, 集合 B 有 3 个元素, 则 $A \cap B$ 一定有 3 个元素. (X)

三、已知 $A = \{\text{小于 7 的自然数}\}$, $B = \{\text{质数}\}$, 求 $A \cap B$. (用列举法表示)

$$\text{解: } A \cap B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{2, 3, 5, 7, \dots\} \\ = \{2, 3, 5\}$$

四、集合 $M \subset \{-1, 1, -2, 2\}$, 且 M 中至多有一个奇数, 写出所有满足条件的 M .

$$\text{解: } \{-1, -2\}, \{-1, 2\}, \{1, -2\}, \{1, 2\} \\ \{-1, -2, 2\}, \{1, -2, 2\}, \{-2\}, \{2\} \\ \{-2, 2\}, \{-1\}, \{1\}, \emptyset$$

五、设集合 $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $C = \{0, 3, 5, 7, 11\}$, 且 $A \subseteq B$, $A \subseteq C$. 列出所有满足条件的集合 A .

$$\text{解: } \{0\}, \{3\}, \{5\}, \{0, 3\}, \{0, 5\}, \{3, 5\} \\ \{0, 3, 5\}, \emptyset$$

* 六、已知 a, b 是非零实数, $M = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$, 求出 M 的值所组成的集合, 并写出它的全部真子集.

解: 设 $a > 0, b > 0$, 则 $M = 1 + 1 + 1 = 3$

设 $a > 0, b < 0$ 则 $M = 1 - 1 - 1 = -1$

设 $a < 0, b < 0$ 则 $M = -1 - 1 + 1 = -1$

$$M = \{3, -1, \emptyset\}$$

$$\{3\} \subset M \quad \{-1\} \subset M \quad \emptyset \subset M$$

* 七、已知集合 $M = \{x | 0 < x \leq 9\}$, $A = \{x | x = a + 3\}$, 且 $M \cap A = \emptyset$, 求 a 的取值范围.

解: $\because M \cap A = \emptyset$

$\therefore \text{无解}$

~~$0 < a + 3 \leq 9$~~

~~$\therefore -3 < a \leq 6$~~

$\therefore a + 3 \leq 0$

或 $a + 3 \geq 9$

$\therefore a \leq -3$

或 $a \geq 6$

练习三

(并集、补集)

一、选择题

1. 若 $A = \{1, 3, \sqrt{3}\}$, $B = \{x | (x-3)(x+\sqrt{3})=0\}$, 则 $A \cup B$ 等于(D)
(A) $\{1, 3, \sqrt{3}\}$;
(B) $\{1, \sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$;
(C) $\{3, \sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$;
(D) $\{1, 3, \sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$.
2. 集合 A 有 3 个元素, 集合 B 有 5 个元素, 则 $A \cup B$ 的元素个数(D)
(A) 一定是 8 个; (B) 一定是 5 个;
(C) 一定多于 5 个, 且少于 8 个;
(D) 一定不少于 5 个, 且不多于 8 个.
3. 设 $A = \{0, 1, 2, 4, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 6, 8, 9\}$, $C = \{3, 7, 8\}$, 那么集合 $(A \cap B) \cup C$ 等于(A)
(A) $\{1, 3, 7, 8\}$;
(B) $\{3, 7, 8\}$;
(C) $\{0, 1, 2, 6, 8\}$;
(D) $\{1, 3, 6, 7, 8\}$.

4. 若 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $S = \{x | x = m\sqrt{2} + n\sqrt{3}, m, n \in \mathbb{Z}\}$, 则下列关系式中正确的是 (B)

(A) $\{a\} \cup S = \emptyset$; (B) $\{a\} \cap S = \{a\}$;

(C) $\{a\} \cap S = \emptyset$; (D) $\{a\} \cup S = \{a\}$.

5. 若 S, T 是两个非空集合, 且 $S \subsetneq T, X = S \cap T$, 则 $S \cup X$ 等于 (A)

(A) X ; (B) T ;

(C) $\emptyset$; (D) S .

6. 下列关系正确的是 (D)

(A) $A \cap \bar{A} = A$; (B) $A \cup \bar{A} = \emptyset$;

(C) $\bar{Q} = R$; (D) $\bar{B} = B$.

7. 若全集 $I = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{1, 3, 4\}$, $A = \{2, 4\}$, $P = \{2\}$, 则有 (C)

(A) $P = M \cap A$; (B) $P = M \cap \bar{A}$;

(C) $P = \bar{M} \cap A$; (D) $P = \bar{M} \cup \bar{A}$.

8. 若 $I = R, A = N, B = Z$, 则有 (C)

(A) $A \cap B = R$; (B) $\bar{A} \cap B = \emptyset$;

(C) $A \cap \bar{B} = \emptyset$; (D) $\bar{A} \cup \bar{B} = I$.

9. A, B 都是非空集合, 且 $A \subset B \subset I, I$ 是全集, 则下列各集合中一定为空集的是 (C)

(A) $A \cap B$; (B) $\bar{A} \cap B$;

(C) $A \cap \bar{B}$; (D) $\bar{A} \cap \bar{B}$.

10. 设 $P \cup M = I, P \cap M \neq \emptyset$, 则有 (D)

(A) $P = \bar{M}$; (B) $\bar{P} = \bar{M}$;

(C) $\bar{P} \cup \bar{M} = I$; (D) $\bar{P} \cap \bar{M} = \emptyset$.

二、填空题

1. 若全集 $I = \{a, b, c, d, e\}, M = \{a, c, d\}, P = \{b, d, e\}$, 则

$$\bar{P} = \frac{\{a, c\}}{\{a, b, c, d, e\}}, \bar{M} \cup P$$

2. 若全集为自然数集 N , $S = \{x | x = 2k, k \in N\}$, 则 $\bar{S} =$
 ~~$\{x | x = 2n+1, n \in Z\}$~~ $\{x | x = 2k-1, k \in N\}$

3. 已知 $A = \{x | x \leq 7\}$; $B = \{x | x > -3\}$, $C = \{-2, 2\}$, 全集 $I = R$, 用 $\in, \cup, \cap, \subset, \not\subset$ 填空:

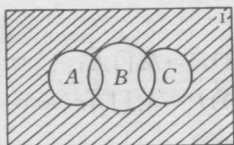
$$C \subset A \cap B, \quad \bar{A} \cap \bar{B} = \emptyset,$$

$$A \cup C = A, \quad -6 \in \bar{B},$$

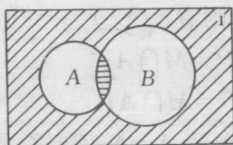
$$\bar{A} \subset \bar{C}, \quad A \cup B \not\subset \bar{C}.$$

三、如下各图中, A, B, C 表示集合, I 表示全集, 写出各图中的阴影部分所表示的集合.

1.



2.

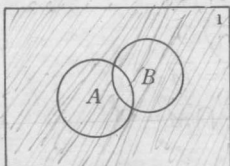


答: $A \cup B \cup C$

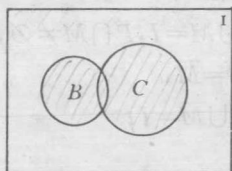
答: $(A \cap B) \cup (A \cup B)$

四、如图中 I 是全集, A, B, C, D 是 I 的子集, 用阴影表示下列各集合.

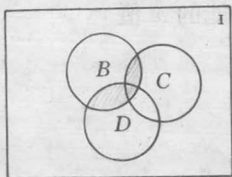
1. $A \cap \bar{B}$



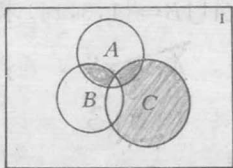
2. $(B \cap \bar{C}) \cup (\bar{B} \cap C)$



3. $B \cap (C \cup D)$



4. $(A \cup \bar{B}) \cap (C \cup B)$



五、已知全集 $I = \{x | x \leq 6, x \in \mathbb{N}\}$, $A \cap B = \{3\}$, $A \cap \bar{B} = \{5\}$, $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 4\}$, 求集合 A, B .

$\because I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 $A \cap B = \{3\}$
 $\therefore A = \{3, 5\}$
 $\therefore A \cap B = \{3\}$
 $\therefore 3 \in B$
 $\therefore A \cap \bar{B} = \{5\}$
 $\therefore 5 \notin B$

$\therefore \bar{A} = \{1, 2, 4, 6\}$
 $\therefore \{1, 4\} \subset \bar{B}$
 $\therefore B \setminus \{1, 4\} \neq \emptyset$
 $\therefore B = \{2, 3, 6\}$

六、设全集 $I = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, $A = \{2, a + 1\}$, $\bar{A} = \{5\}$, 求实数 a .

$\because \bar{A} = \{5\}$
 $\therefore 5 \in I$
 $\therefore a^2 + 2a - 3 = 5$
 $\therefore a_1 = -4, a_2 = 2$
 $\therefore a + 1 = 3$
 $\therefore a = 2$

- * 七、若三个元素的集合 $A = \{1, 3, x\}$, 两个元素的集合 $B = \{1, x^2\}$, 满足 $A \cup B = \{1, 3, x\}$. 求所有可能的 x 值.

$$x_1 = -\sqrt{3}, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 0$$

$$\cancel{x_4 = -1} \quad x_5 = \sqrt{3}$$



- * 八、设二次方程 $x^2 - ax + 5 = 0$ 的解集为 A , 二次方程 $x^2 - 3x + c = 0$ 的解集为 B , 当 $A \cap B = \{1\}$ 时, 求 a, c 的值及集合 A, B .

解: $\because 1 \in A$.

$$\therefore x^2 - ax + 5 = 0 \Rightarrow$$

$$1 - a + 5 = 0$$

$$a = 6$$

同理可得 $c = 2$.

把 a, c 代入原方程. 得

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 5$$

$$A = \{1, 5\}$$

$$x$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2$$

$$B = \{1, 2\}$$