

高新技术译丛

Active Control of Vibration

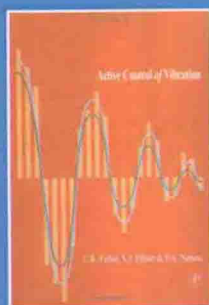
振动主动控制

【美】C.R.Fuller 【英】S.J.Elliott P.A.Nelson 著

楼京俊 俞翔 杨庆超 闫政涛 译



国防工业出版社
National Defense Industry Press



Active Control of Vibration

内容简介

本书为《声学主动控制》(P.A.Nelson和S.J.Elliott著,学术出版社出版)的姊妹篇,主要讨论振动主动控制原理及其应用,内容涉及振动、力学、信号处理、声学以及控制理论等多个领域。

本书重点研究结构波主动控制、主动隔振、分布式应变传感器和作动器应用、结构辐射噪声主动控制等内容,并针对确定或随机扰动,讨论前馈控制和传统的反馈控制方法的应用,以及在这些控制策略中,作动器和传感器作用原理。

本书用两章的篇幅介绍结构辐射噪声主动控制的重要课题:结构声主动控制。控制振动往往是为了阻止噪声辐射,这里给出了该技术在平板和圆筒结构上的工作原理及实际运用。

本书循教科书体例,以期为学生、工程师和科研人员提供参考。

作者简介

C.R.Fuller是弗吉尼亚工学院和州立大学(坐落于美国弗吉尼亚州罗厄诺克布莱克斯堡)的机械工程教授。S.J.Elliott和P.A.Nelson都是英国南安普顿大学振动噪声研究所的教授,其中S.J.Elliott是自适应系统领域的教授,P.A.Nelson是声学领域的教授。

责任编辑:牛旭东 xdniu@ndip.cn

责任校对:苏向颖

封面设计:王媛

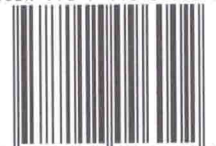
本书译自原版Active Control of Vibration,并由Elsevier授权出版



上架建议:机械振动 主动控制

<http://www.ndip.cn>

ISBN 978-7-118-09600-2



9 787118 096002 >

定价: 89.00 元

振动主动控制

Active Control of Vibration

[美] C. R. Fuller

[英] S. J. Elliott P. A. Nelson 著

楼京俊 俞翔 杨庆超 闫政涛 译

国防工业出版社

· 北京 ·

著作权合同登记 图字:军-2012-142 号

图书在版编目(CIP)数据

振动主动控制/(美)富勒(Fuller, C. R.), (英)艾略特(Elliott, S. J.),
(英)纳尔逊(Nelson, P. A.)著. 楼京俊等译. —北京:国防工业出版社, 2014. 10
(高新科技译丛)

书名原文:Active control of vibration

ISBN 978-7-118-09600-2

I. ①振... II. ①富... ②艾... ③纳... ④楼...

III. ①振动控制—研究 IV. ①TB53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 137800 号

Active Control of Vibration

C. R. Fuller, S. J. Elliott, P. A. Nelson

ISBN:9780122694417

Copyright © 1996 Elsevier Ltd. All rights reserved.

Authorized Simplified Chinese translation edition published by Elsevier Limited and National Defense Industry Press.

Copyright © 2014 by Elsevier Limited. All rights reserved.

Published in China by National Defense Industry Press under special arrangement with Elsevier Limited. This edition is authorized for sale in China only, excluding Hong Kong, Macau and Taiwan. Unauthorized export of this edition is a violation of the Copyright Act. Violation of this Law is subject to Civil and Criminal Penalties.

本书简体中文版由 Elsevier (Singapore) Pte Ltd. 授予国防工业出版社在中国大陆地区(不包括香港、澳门以及台湾地区)出版与发行。未经许可之出口,视为违反著作权法,将受民法及刑法法律之制裁。

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

新华书店经售

*

开本 710 × 1000 1/16 印张 18½ 字数 348 千字

2014 年 10 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 89.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)88540777

发行邮购: (010)88540776

发行传真: (010)88540755

发行业务: (010)88540717

译者序

振动主动控制的思想最早出现于20世纪30年代,随着近几十年来理论的逐渐成熟和计算机、控制器、作动器、传感器等硬件条件的完善,振动主动控制逐渐从实验室研究走向了实际工程,在航空航天、土木建筑、车辆工程及机械工程等领域得到了广泛应用。特别是在舰船领域,振动主动控制技术与浮筏等被动隔振装置相结合,可以在发挥被动隔振高频减振性能优势的基础上,大幅降低低频机械振动的传递,成为各国海军研究的热点。美国海军认为,21世纪中期之前美国潜艇声隐身技术中的首要任务就是主动式隔振基座的研究。

振动主动控制技术是集力学、控制理论、计算机技术、测试和信号分析技术及材料科学于一身的综合技术,要掌握振动主动控制技术并将其应用于工程实际,一本覆盖面广、内容翔实、素材丰富的教科书或参考书必不可少,本书便可扮演这样的角色。本书由长期从事振动噪声控制研究的美国弗吉尼亚理工大学C. R. Fuller教授和英国南安普敦大学S. J. Elliott教授、P. A. Nelson教授于1996年合著,作为《声学主动控制》(P. A. Nelson和S. J. Elliott著,Academic Press出版)的姊妹篇,出版后多次印刷,已经成为了振动主动控制领域的经典著作之一,至今仍然对振动主动控制技术的发展具有重要作用。

全书从介绍机械振动和结构波传播特点出发,简要阐明了控制理论基本概念与方法,着重讨论了前馈控制策略、分布式应变作动器和传感器的建模及应用、结构波控制、主动隔振、结构声辐射主动控制的理论与应用等诸多与工程实际密切相关的课题,并引用了大量参考书籍及论文,能为读者提供更多的信息和指引,以便获得更多相关研究方向的详细内容。本书语言平实、逻辑严密,并极具工程实用价值,适合作为工科大学生、研究生教学用书,也可为工程技术人员处理振动主动控制相关问题提供参考。

由于本书涉及多个学科,翻译难度大,加之水平有限,书中难免有疏漏和错误,欢迎广大读者批评指正。

译者

2014年6月

前 言

过去 10 年中,关于柔性结构中振动主动控制的论文已发表较多,其中绝大多数围绕频率较低的大型柔性反馈控制系统展开。本书涉及的振动主动控制一般性内容,在 Meirovitch 教授(1990)和 Inman 教授(1989)近期发表的论文中有较为充分的论述。这些文献对现代控制系统,特别是多通道反馈控制系统做出了较大贡献。最近,由于噪声控制方面的需求,稳态激励下声频振动的主动控制方面也取得了进展,这些进展在很大程度上归功于近年来数字信号处理和快速多通道模一数以及数一模转换器的发展。另外,新型主动控制元器件的开发和应用使得许多振动主动控制技术得以实施。本书的目的就是总结振动主动控制技术的研究进展,并特别介绍构成这些技术的基本科学原理。

本书面向的读者是具有振动、机械和控制理论知识背景的研究生、科研人员和工程师,因此在写这本书时,我们力求一方面要能帮助读者理解基本概念,另一方面要能为研究人员提供参考内容。Nelson 和 Elliott(1992)的专著详细介绍了噪声主动控制领域相关内容,作为该书的姊妹篇,本书为了简洁而舍去了两个领域中的重复性内容,只在相关位置标注出对 Nelson 和 Elliott(1992)专著的参考,当然,那些对理解至关重要且关系到内容连续性的材料仍会出现在本书中。与姊妹篇相同,本书尝试将机械振动、声学、信号处理、力学以及控制理论的所有材料整合成统一形式。书中所讨论到的关键新领域包括前馈控制的应用、分布式应变作动器以及传感器的建模和应用、结构波的控制、主动隔振以及结构声辐射主动控制的理论与应用。全书用较大篇幅阐述了“波”和“模态”这两种用以描述结构振动的方式,它们各具优势,重点取决于其应用形式、对控制问题的理解以及控制器的设计。

本书开篇简单回顾了结构中的机械振动和波的传播,尽管这是人们耳熟能详的内容,但为了读者能更好地理解本书内容,有必要再次回顾和介绍。此处重点介绍了振动和波的基本概念和理论,以便于读者理解后续章节中关于主动控制等更深层次问题。第 1 章介绍了集总参数系统振动,同时简要介绍了有限元分析方法,其中给出了弱阻尼结构建模的基本方程,并以低阶模态为例加以说明。第 2 章概述了细长梁和圆柱体中的纵波和弯曲波基本方程,并进一步应用于有限梁、平板及圆柱体振动建模,阐述了波或模态形式的响应,推导了不同激励力和力矩形式下系统的响应方程,给出了对这些结构进行振动主动控制建模

的基础。

第3章和第4章介绍了书中所用到的一些控制概念。在第3章中,首先利用传递函数法讨论了单输入/单输出(SISO)系统的反馈控制。然后利用状态变量对多输入/多输出(MIMO)反馈控制系统进行概述。状态变量可有效描述反馈控制器,同时也为描述模态独立控制提供了方法。第4章介绍了前馈控制,同样先在频域内分析了SISO系统,随后介绍了广泛应用于前馈控制的自适应数字滤波器,并对其应用于多通道(MIMO)进行了必要的概述。前馈控制器的自适应性能体现在确保非“开环”,此处还简要分析了如何将自适应前馈控制器代替反馈系统,并使其具有相同的控制效果。

第5章讨论了作动器和传感器在振动主动控制中的运用。本章开篇引用了一项近期在多种结构形式下模拟分布式压电应变作动器及传感器应用的研究摘要,接着探讨了利用列阵中所配置的点传感器来进行模态和波数响应估算,并概述了如何将波场分解成为单个波动分量。该章最后对先进的作动器进行了简要介绍,如基于形状记忆合金的作动器可用于对系统参数的半主动、自适应或稳态控制。第6章介绍了各种分布式机械系统中的振动主动控制。首先,从完整系统的结构模型角度对力学响应的主动控制进行分析,利用前馈和反馈控制这两种方式举例说明了这些模型的共振响应主动控制。此外,还利用结构波的内部传播来分析系统的位移,该章的后半段介绍了结构波的主动控制。由于弯曲波的扩散性及其近场效应,为主动控制增加了难度,所以还重点关注了弯曲波的主动控制。

在第7章中,专门对主动隔振进行了讨论。首先谈及的是周期性振动源与易共振结构的隔离问题,这种问题在工程实践中经常遇到,如旋转或者往复机械安装于柔性结构之上。将该问题进一步延伸,为实现瞬态机械振动的隔离,同样引发了人们的思考,希望能发明一种设备(如某种灵敏仪器)来实现振动的隔离。论证表明,应用主动控制技术来解决上述问题是可行的。

本书的最后两章论述的是有关有源结构声控制(ASAC)的新领域,ASAC系统可实现对结构声辐射的直接控制。第8章首先概括描述了ASAC的概念,并讨论了振动结构中的声辐射机理;其次系统介绍了板结构在不同类型激励和传感器配置下ASAC的应用,讨论了系统在波数域内的响应和控制问题,并通过ASAC配置下的实验验证了其可行性;最后介绍了ASAC系统中多通道反馈控制的实现。第9章讨论了ASAC在圆柱体结构中的应用。首先简要回顾了圆柱体振动和声辐射的耦合关系;其次归纳了ASAC对圆柱体辐射声的控制,概述了充液圆筒的腔体内噪声和振动功率流的控制;最后结合基于ASAC的飞机机舱内部噪声问题,论证了该技术的实用性。

在振动主动控制领域中,还有诸多已确立课题没有纳入本书,仅深入讨论了那些最适用于音频频率范围内的振动控制问题。虽然本书对反馈控制理论及其

在各种结构系统中的应用均作了简要分析,但读者若需更多相关详细内容,可以参考 Merovitch(1990)和 Inman (1989)的文章。本书所包含的反馈控制内容主要为近年来高频条件下反馈控制的应用以及结构声辐射的控制,以此将其与前馈控制的新领域关联起来。超低频大型柔性结构中的振动控制在本书中也有所涉及。全书所出现的大量参考书籍、研究性出版物以及文献均列于书后,参考文献列表的意义并不在于其完整性,而是能给读者提供更多的信息和引导,以便获得更多相关研究方向的详细内容。

希望书中所述内容能够有助于音频频率范围振动主动控制的实践和仿真研究。在我们看来,振动主动控制有解决噪声及振动问题的潜力,若本书能为读者提供基本的指导,引导他们使用这些新的方法,就已实现了本书的目的。

在本书写作过程中,笔者从众多同事那里得到了许多宝贵建议和批评,受益匪浅。特别感谢 Ricardo Burdisso 教授、Gary Gibbs 博士、Cathy Guigou 博士、Bertrand Brevart 博士,弗吉尼亚工学院和州立大学的 Tao Song 和 Julien Maillard 博士。杜克大学 Robert Clark 教授、普渡大学 Jim Jones 教授、国立屏东技术学院 Peter Wang 教授、Hood Technology 公司的 Andy von Flotow 博士、美国海军研究局的 Kam Ng 博士、南安普敦大学声与振动研究所(ISVR)的 Dean Thomas 博士以及美国国家航空航天局兰利研究中心(NASA Langley Research Center)的 Rich Silcox 博士和 Harold Lester 博士也同样提供了非常有益的帮助。作者还非常感谢美国国家航空航天局兰利研究中心(NASA Langley Research Center),美国海军研究办公室以及英国工贸部所给予的财力支持,为本书的研究打下了坚实的基础。非常感谢美国海军研究办公室为本书撰写提供的大力支持。当然还要感谢众多读者花费宝贵时间来阅读并且给予宝贵的建议使得本书日臻完善,作者在此向 E. Anderson 博士、A. Baz 博士、M. Brennan 博士、J. Cuschieri 教授、C. Hansen 博士、PM. Heckl 教授、D. Inman 教授、M. Johnson、C. Knight 教授、C. Liang 教授、B. Mace 博士、R. Pinnington 博士、W. Saunders 教授、J. Scheuren 博士、S. Snyder 博士、S. Sommerfeldt 教授和 T. Sutton 博士表达诚挚的感谢。最后,要感谢家人在写作的困难时期给予的无限宽容,在此也感谢 Dawn Williams、Crystal Carter、Maureen Strickland、Susan Hellon、Karl Estes 和 Cathy Gorman 出色的排版和制图技术。

目 录

第 1 章 机械振动简介	1
1.1 引言	1
1.2 术语	1
1.3 单自由度系统	3
1.4 单自由度系统的自由运动	4
1.5 单自由度系统的阻尼运动	5
1.6 单自由度系统的强迫响应	8
1.7 单自由度系统的瞬态响应和拉普拉斯变换的应用	10
1.8 多自由度系统	13
1.9 多自由度系统的自由运动	15
1.10 多自由度系统的强迫响应	18
1.11 多自由度系统的阻尼运动	18
1.12 振动机械系统的有限元分析	19
第 2 章 结构波介绍	23
2.1 引言	23
2.2 纵波	25
2.3 弯曲波	27
2.4 无限细梁对振动点力的弯曲响应	29
2.5 弯曲波功率流	30
2.6 无限细梁对振动线性力矩的弯曲响应	31
2.7 有限细梁的自由弯曲运动	32
2.8 有限细梁对任意振动分布力的响应	35
2.9 薄板的振动	38
2.10 薄板的自由振动	39
2.11 矩形简支薄板对任意振动分布力的响应	40
2.12 无限薄圆筒的振动	42
2.13 有限薄圆筒的自由振动	46

2.14	无限薄圆筒的简谐强迫振动	48
第3章	反馈控制	51
3.1	引言	51
3.2	单通道反馈控制	52
3.3	单通道系统的稳定性	54
3.4	单自由度系统响应优化	55
3.5	反馈环路中的时延影响	57
3.6	状态变量法	59
3.7	两自由度系统实例	62
3.8	输出反馈和状态反馈	66
3.9	状态估计器和观测器	70
3.10	最优控制	72
3.11	模态控制	75
第4章	前馈控制	79
4.1	引言	79
4.2	单通道前馈控制	80
4.3	测量噪声的影响	82
4.4	自适应数字控制器	84
4.5	多通道前馈控制	88
4.6	自适应频域控制器	89
4.7	自适应时域控制器	92
4.8	等效反馈控制器	95
第5章	用于振动主动控制的分布式传感器	98
5.1	引言	98
5.2	压电材料及其定义	98
5.3	压电堆作动器	100
5.4	一维非对称压电片作动器	102
5.5	一维反对称压电片作动器	109
5.6	二维反对称压电片作动器	112
5.7	压电分布式传感器	118
5.8	点阵列传感器模态估测	122
5.9	点传感器阵列波数估测	123
5.10	点传感器阵列波向量滤波	124

5.11 形状记忆合金作动器和传感器	127
第6章 结构中的振动主动控制	132
6.1 引言	132
6.2 有限结构前馈控制	133
6.3 有限结构的反馈控制	139
6.4 基于波传递的前馈控制	143
6.5 弯曲波控制中的作动器阵列	145
6.6 弯曲波控制中的传感器阵列	149
6.7 弯曲波的前馈控制	151
6.8 弯曲波的反馈控制	155
第7章 主动隔振	160
7.1 简介	160
7.2 SDOF 系统周期振源隔离	160
7.3 柔性基础隔振及次级激励力位置的影响	164
7.4 使用多重次级激励力输入的周期性振动主动隔离	167
7.5 周期振动主动隔振系统的有限元分析	170
7.6 周期振动隔离的多通道前馈控制实例	174
7.7 不可预测的基础振动隔离	177
7.8 振动系统的随机外部激励隔离及前馈控制的可能性	182
7.9 振动系统的随机外部激励隔离及反馈控制策略的分析	183
7.10 振动系统的随机外部激励隔离及现代控制理论的准则	186
7.11 路轨不平稳产生的车辆振动主动隔离	187
第8章 有源结构声控制——平板系统	191
8.1 简介	191
8.2 平面振动表面的声辐射及瑞利积分	192
8.3 使用波数傅里叶变换计算辐射声场	197
8.4 结构多模态响应的声功率辐射	202
8.5 平板系统有源结构声控制(ASAC)的整体分析	206
8.6 使用集中力作动器的矩形板声传播的有源控制	215
8.7 使用多个压电作动器的结构辐射声的有源控制及空间波数波谱特性的解释	218
8.8 压电分布式结构误差传感器在 ASAC 中的应用	224
8.9 实施前馈 ASAC 的例子	228

8.10	振动障板活塞声辐射的反馈控制	229
8.11	分布式弹性结构声辐射的反馈控制	234
第9章	有源结构声控制——圆筒结构	239
9.1	简介	239
9.2	圆筒耦合声场	239
9.3	简谐强迫激励下无限圆筒结构的响应	241
9.4	受点力的圆筒内部声场的有源控制	243
9.5	充液管道系统振动和声传播的有源控制	248
9.6	振动圆筒结构声辐射的有源控制	255
9.7	有限圆筒系统声的有源控制	258
9.8	全尺寸喷气飞机机身内噪声控制	262
附录A	状态变量	266
A.1	简介	266
A.2	状态变量方程的一般解	266
A.3	瞬态响应	267
A.4	变量转换	268
A.5	模态坐标	269
参考文献		271

第1章 机械振动简介

1.1 引言

所有由质量、刚度和阻尼元件构成的机械系统在受到时变扰动时都会产生振动响应。预测与控制这些扰动下的机械设备响应,对其设计与操作都具有重要意义。本书所关注的便是通过向系统中输入次级有源振动以可控方式来改变系统响应。受控系统的分析方法与弹性结构振动的分析方法在原理上是相同的,因而简要了解主要的机械振动概念和相关技术对于理解后续章节十分必要。本章首先定义描述线性振动系统响应的术语和数学方法,然后讨论单自由度系统自由振动和强迫振动的运动方程和线性响应,并介绍拉普拉斯变换在解决瞬态响应方面的应用,简要介绍了扩展后的多自由度系统和有限元分析方法的应用。这些方法适用于比运动波长小的弱阻尼结构或元件。更多详细内容可以参阅 Thomson、Meirovitch 和 Inman 的论文。

1.2 术语

以下所列为分析机械系统振动响应所使用的主要术语及其定义。

机械系统:机械系统由具有质量、弹性和阻尼特性的分布式元件构成。

自由度:系统自由度的数量等于完整描述该系统运动所需的独立坐标的数量。

系统响应:在受到内力和外力的激励时,所有的机械系统都会产生某种形式的振动响应,这些振动响应可能不规则或是周期性重复,周期性重复的运动称为周期运动。

周期:周期 T 为完成一个运动循环所用的时间。

谐波运动:谐波运动是最简单的周期运动形式,其实际或观测得到的运动可用振荡函数表示,如正弦或余弦函数。可用连续正弦或余弦函数描述的运动称为稳态运动。例如,该运动的实际位移 $w(t)$ 可表述为

$$w(t) = |A| \cos(\omega t + \phi) \quad (1.2.1)$$

式中: $w(t)$ 和 $|A|$ 为实数; ω 为角频率 (rad/s); ϕ 为任意相角 (rad)。

式(1.2.1)也可用正弦函数和余弦函数叠加的形式表示为

$$w(t) = A_R \cos \omega t - A_I \sin \omega t \quad (1.2.2)$$

式中: A_R 和 A_I 为实数, 且

$$A_R = |A| \cos \phi \quad (1.2.3a)$$

$$A_I = |A| \sin \phi \quad (1.2.3b)$$

式中: 相位角为

$$\phi = \arctan(A_I/A_R) \quad (1.2.4)$$

式(1.2.1)中的常数 $|A|$ 与式(1.2.2)中的常数 A_R 和 A_I 的关系为

$$|A| = (A_R^2 + A_I^2)^{1/2} \quad (1.2.5)$$

频率: 为每秒内的运动周期数和周期的倒数, 即频率为

$$f = \frac{1}{T} \quad (1.2.6)$$

角频率 ω (弧度每秒, rad/s) 为

$$\omega = 2\pi f \quad (1.2.7)$$

振幅: 为一个周期内的最大系统响应值, 例如, 如果用式(1.2.1)描述运动, 则常数 $|A|$ 对应该运动的振幅。

均方振幅: 为响应平方的时间平均, 如

$$\overline{w^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T w^2(t) dt \quad (1.2.8)$$

均方根: 为均方振幅的正平方根。对于式(1.2.1)的谐波振动而言, 均方根振幅与相位无关, 且等于 $|A|/\sqrt{2}$ 。

自由振动: 无外部扰动时, 由初始条件所产生的系统运动。

强制振动: 外部持续扰动所产生的系统运动。

自然频率: 自由振动时响应的频率。最低的自然频率称为基频。

瞬态运动: 除稳态响应之外的运动, 如果存在阻尼, 瞬态响应将会随时间逐渐衰减。

相量: 代表系统谐波运动的旋转矢量。为便于计算, 式(1.2.1)和式(1.2.2)的周期运动可用复数形式表示为

$$w(t) = A e^{j\omega t} \quad (1.2.9)$$

式中: A 和 $w(t)$ 为复数, 其中复振幅为

$$A = A_R + jA_I \quad (1.2.10)$$

式(1.2.9)所表示的相量如图 1.1 所示, 矢量的长度 $|A|$ 为运动的实振幅。当矢量以角速度 ω 沿逆时针方向旋转时, 其在复平面 w 的实轴和虚轴上的投影随时间 t 简谐变化, 矢量旋转 360° 对应一个运动周期。

本书按惯例, 将相量或运动的复数形式的实部来描述实际测得的运动。因

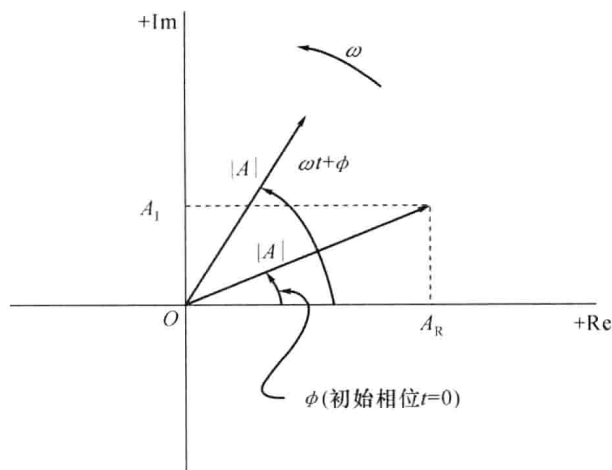


图 1.1 谐波运动的相量图

此,实际运动为

$$w(t) = \text{Re}[Ae^{j\omega t}] \quad (1.2.11)$$

使用关系式 $e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$, 并将 $A = A_R + jA_I$ 代入式(1.2.11)可以得出式(1.2.2)。该运动的相位 ϕ 可由相量实部和虚部之比得到,如式(1.2.4)所示。注意,与其他关于振动的论文不同,式(1.2.2)中使用了负号,这样确保了相位 ϕ 为正数,因为 A_I 为边界条件确定的常数,所以负号并不会影响结果。

由于相量为矢量,任意多个同频率运动可以进行矢量叠加。对于复数表示的线性运动,根据叠加原理,仅需要将各运动的实部和虚部分开求和。

本书中大部分响应方程均采用复数形式,因为这是分析响应叠加系统(主动控制仿真所采用的系统)最为方便的方法。实际运动可通过取复数描述的实部而得到。对于直接采用实际形式描述运动之处,书中会给出说明。

1.3 单自由度系统

如图 1.2(a)所示,质量块 M 由无质量的弹簧支承。如果系统在任意时刻的位移都可以完全用单个变量 w 表示,则该系统具有单自由度。

通过在静止位置(即静平衡位置)选取适当的坐标原点,重力产生的恒力可以忽略不计。如自由体受力图如图 1.2(b)所示,当质量块从平衡位置位移 w 时,弹簧由于拉伸(正 w)会产生回复力 $-Kw$ 。一旦释放,质量块在弹簧的作用下加速,根据牛顿第二运动定律,回复力与加速度之间的关系式为

$$M \frac{d^2 w}{dt^2} = -Kw \quad (1.3.1)$$

重新排列式中各项,得到该单自由度系统的运动微分方程为

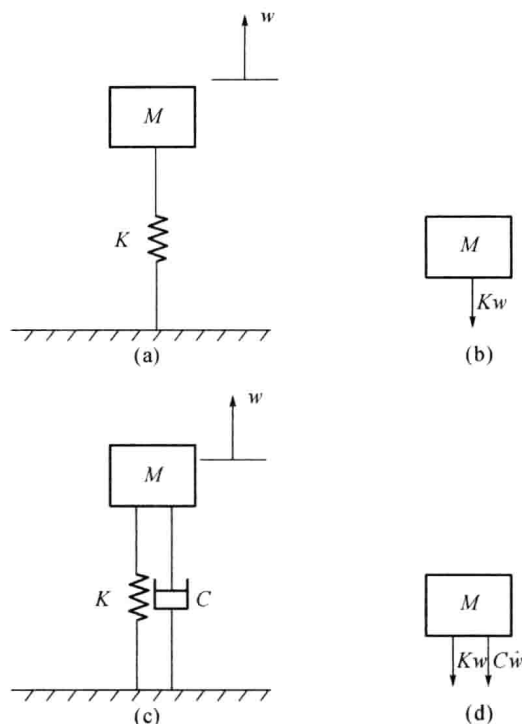


图 1.2 单自由度系统和自由体受力图
(a)、(b) 无阻尼；(c)、(d) 有阻尼。

$$\frac{d^2 w}{dt^2} + \left(\frac{K}{M}\right)w = 0 \quad (1.3.2)$$

式(1.3.2)为二阶常微分方程,因此它的解必定可由两个未知常数或运动幅值进行描述。

尽管上述分析相当简单,但它确实描述了弹性系统的基本分析过程。首先要将系统分解成元件(或块),对于某些初始条件,回复力和惯性力是平衡的,这样就得到了系统的运动微分方程。

1.4 单自由度系统的自由运动

基于机械系统的自由运动为简谐响应,可以假定式(1.3.2)的解的形式与式(1.2.2)相同,因此假定实际运动可描述为

$$w(t) = A_R \cos \omega t - A_I \sin \omega t \quad (1.4.1)$$

式中: \$A_R\$ 和 \$A_I\$ 为运动实数幅值。

将式(1.4.1)代入式(1.3.2),对时间求导并消去共同项,可得到系统振动的自然频率 \$\omega_n\$ 为

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (1.4.2)$$

式(1.3.2)的解变为

$$w(t) = A_R \cos \omega_n t - A_I \sin \omega_n t \quad (1.4.3)$$

为了完整地描述该运动,需要确定未知常数 A_R 和 A_I 。通过在系统中应用给定的边界条件和初始条件可得出这些常数。频率 ω_n 称为自然频率或共振频率,它是非常重要的系统特征参数,这将在 1.6 节加以讨论。单自由度系统的自然频率随刚度 K 增加而变大,随质量 M 增加而变小,一般而言,该结论适用于所有线性振动系统。

为了完整描述该运动,需要在系统中应用初始条件。例如,如果在 $t=0$ 时,系统的初始实位移为 $w(0)$,实速度为 $\dot{w}(0)$,则式(1.4.3)中的未知常数可确定为

$$w(0) = A_R \quad (1.4.4a)$$

$$\dot{w}(0) = -\omega_n A_I \quad (1.4.4b)$$

式中:上标点为时间微分的紧缩记法。

通过解出式(1.4.4a)和式(1.4.4b)中的常数 A_R 和 A_I ,并将其代入式(1.4.3)中可得出系统响应。任意初始条件下的实际系统响应为

$$w(t) = w(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{w}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t \quad (1.4.5)$$

该运动也可表示为

$$w(t) = |A| \cos(\omega_n t + \phi) \quad (1.4.6)$$

式中的相位为

$$\phi = \arctan\left(-\frac{\dot{w}(0)}{\omega_n w(0)}\right) \quad (1.4.7)$$

由式(1.2.5)得出的运动振幅为

$$|A| = \left[[w(0)]^2 + \left(\frac{\dot{w}(0)}{\omega_n}\right)^2 \right]^{1/2} \quad (1.4.8)$$

单自由度系统的响应可看做是自然频率 ω_n 下的简谐运动,其振幅为式(1.4.8)中的 $|A|$,相位为式(1.4.7)中的 ϕ 。

1.5 单自由度系统的阻尼运动

实际系统中所有振动均伴随着某种形式的阻尼机制,在每个运动周期内都会有振动能量损耗。当阻尼的阻力与元件速度成正比且作用方向相反时,阻尼形式最简单,该阻尼力为