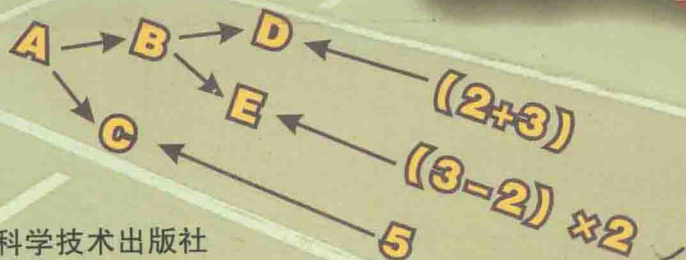


小升初考典

歌谣奥数 解析大全

万用公式破解难题

吴儒奇◎主编



河南科学技术出版社

小升初考典

歌谣奥数解析大全

吴儒奇 主编

河南科学技术出版社

· 郑州 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

歌谣奥数解析大全/吴儒奇主编. —郑州: 河南科学技术出版社, 2012. 4

ISBN 978 - 7 - 5349 - 5563 - 1

I. 歌… II. ①吴… III. ①数学课 - 中小学 - 教学参考资料 IV. ①G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 055985 号

出版发行: 河南科学技术出版社

地址: 郑州市经五路 66 号 邮编: 450002

电话: (0371) 65737028

网址: www.hnstp.cn

责任编辑: 李 伟

责任校对: 柯 姣

封面设计: 苏 真

版式设计: 张金霞

责任印制: 朱 飞

印 刷: 郑州文华印务有限公司

经 销: 全国新华书店

幅面尺寸: 148 mm × 210 mm 印张: 13.875 字数: 300 千字

版 次: 2012 年 5 月第 1 版 2012 年 5 月第 1 次印刷

定 价: 35.00 元

如发现印、装质量问题, 影响阅读, 请与出版社联系。



目 录

一、两头凑思路趣谣	(1)
二、智力趣谣	(15)
三、平均思路趣谣	(109)
四、和倍思路趣谣	(118)
五、和差思路趣谣	(133)
六、差倍思路趣谣	(142)
七、年龄思路趣谣	(158)
八、鸡兔同笼趣谣	(167)
九、归一思路趣谣	(172)
十、植树思路趣谣	(180)
十一、行程思路趣谣	(193)
十二、“隧道”思路趣谣	(203)
十三、流水行程思路趣谣	(208)
十四、盈亏思路趣谣	(214)
十五、消元思路趣谣	(227)
十六、约倍思路趣谣	(238)
十七、列举思路趣谣	(244)
十八、数列思路趣谣	(254)

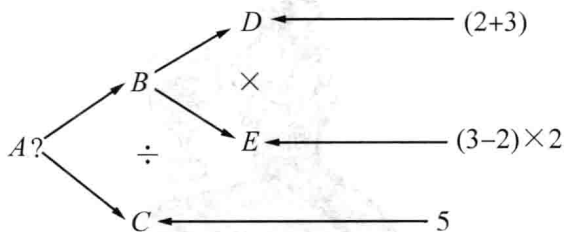
十九、重叠思路趣谣	(263)
二十、周期思路趣谣	(268)
二十一、方程思路趣谣	(274)
二十二、分数百分数趣谣	(282)
二十三、工程思路趣谣	(333)
二十四、比和比例思路趣谣	(339)
二十五、几何形体思路趣谣	(354)
二十六、牛顿问题思路趣谣	(384)
二十七、余数思路趣谣	(389)
二十八、时钟思路趣谣	(395)
二十九、浓度思路趣谣	(402)
三十、画图思路趣谣	(409)
三十一、逆推思路趣谣	(414)
三十二、顺推思路趣谣	(426)
后记	(431)





一、两头凑思路趣谣

未知已知两头凑思路也叫两头打隧道思路，是在解决复杂应用题时，先要求出题中的未知数，首先得知道与已知条件有关系的那些数，再从已知条件想，根据哪些已知条件可以求出那些数，这样两头往中间凑使问题很快得到解决，具体可用下面的式子表示：



从未知往已知想

从已知往未知想

$$A = (2 + 3) \times [(3 - 2) \times 2] \div 5 = 2$$

A——表示题中要求的未知数。

B、C、D、E——表示要求出 A 所需要的与已知数有关的过渡未知数。

2、3、5——表示题中给出的已知数。

用这种思路时，开始可以写出来，过渡未知数要根据题目中的复杂程度和自己的理解能力，可多可少，

由多到少，由写出来到不写出来，最终达到顺利解决问题的目的。因为这种思路和公式应用广泛，中小學生都能用，所以又可以称为万用解题公式。

使用时应特别注意，过渡未知数一定得是与已知条件有关联的、最简单的、一步就能算出来的。



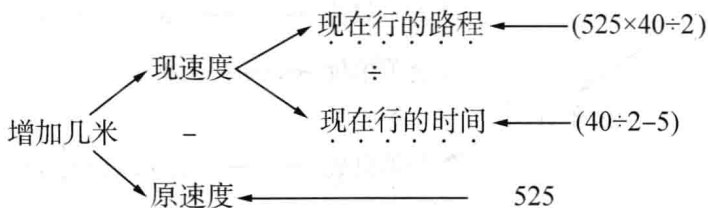


1. 甲地到乙地

汽车从甲地到乙地，
计划 40 分钟到乙地。
每分钟行驶 525 米，
中点停 5 分钟修理。
若按计划到达乙地，
每分钟速度增加几米？

思路提示：

用未知已知两头凑思路写出分析式：



上式意思是，要求每分钟速度快几米，就要用现在每分钟行的米数减去原来每分钟行的米数。原来每分钟行 525 米是已知。现在每分钟行的米数，要用现在行的路程 ($525 \times 40 \div 2$) 除以现在行的时间 ($40 \div 2 - 5$)。这样把一个问题分成几个小问题，很容易就解决了。综合算式如下：

答案：

$$(525 \times 40 \div 2) \div (40 \div 2 - 5) - 525 \\ = 175 \text{ (米)}$$

每分钟速度增加 175 米。

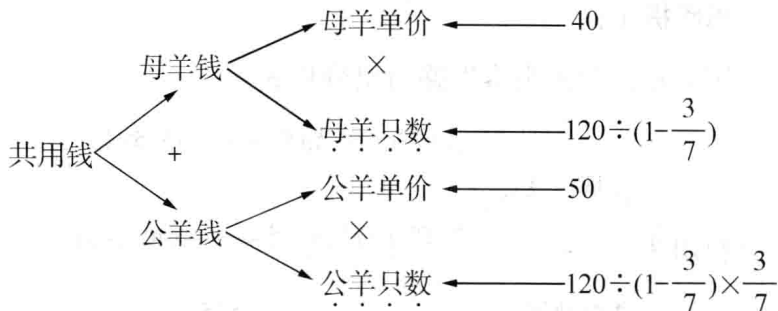
2. 畜牧场卖羊

畜牧场卖出一群羊，
50 元卖出一只公羊，
40 元卖出一只母羊。

公羊是母羊数的 $\frac{3}{7}$ ，

母羊比公羊多 120 只羊，
多少钱能买这群羊？

思路提示：用未知已知两头凑思路写分析式如下：



上式的意思是要知道共用钱数，就用母羊用的钱数加上公羊用的钱数。要知道母羊用的钱数，就用母羊的单价 40 元乘以母羊只数 $120 \div (1 - \frac{3}{7})$ ；要知道公羊的钱数，就用公羊的单价 50 元，乘以公羊的只数 $120 \div (1 - \frac{3}{7}) \times \frac{3}{7}$ 。综合算式如下：

答案：

$$40 \times [120 \div (1 - \frac{3}{7})] + 50 \times [120 \div (1 - \frac{3}{7}) \times \frac{3}{7}] = 12900 (\text{元})$$

12900 元能买这群羊。

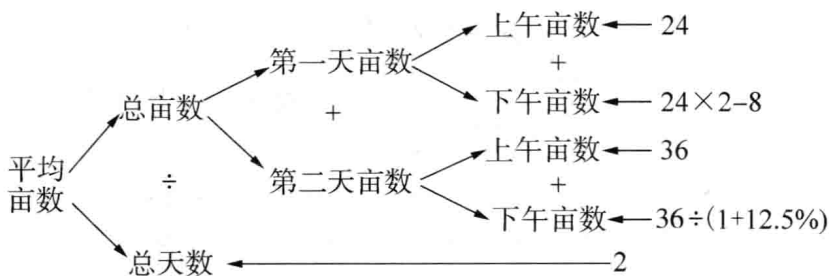




3. 八戒耕地

八戒农场去耕地，
 第一天上午耕 24 亩地，
 下午是上午的 2 倍少 8 亩地；
 第二天上午耕 36 亩地，
 比下午多耕 12.5% 的地；
 八戒平均每天耕几亩地？

思路提示：用未知已知两头凑思路写分式如下：



以上式子，用了较多的过渡未知数，把一个较复杂的问题分成几个简单的小问题，使问题迎刃而解。

答案：

$$\begin{aligned}
 & \{ (24 + 24 \times 2 - 8) + [36 + 36 \div (1 + 12.5\%)] \} \div 2 \\
 &= \{ 64 + 36 + 32 \} \div 2 \\
 &= 66 \text{ (亩)}
 \end{aligned}$$

八戒平均每天耕 66 亩地。

4. 挖树坑

少先队员挖树坑，

每人挖 5 个树坑，

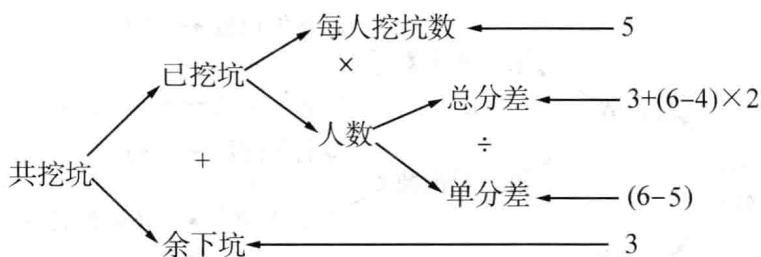
剩 3 个没挖的坑。

若每人挖 6 个坑，

有两人只挖 4 坑。

他们共挖几个坑？

思路提示：



要求共挖坑数，得用已挖坑数加上余下坑数，要知已挖坑数，得用每人挖坑数乘以人数，要知道人数，得用两种分法的总分差 $3 + (6 - 4) \times 2$ 除以两次单分差 $(6 - 5)$ ，每人挖坑数是 5，余下坑数是 3，列出综合算式求出结果。

答案：

$$\begin{aligned} & 5 \times \{ [3 + (6 - 4) \times 2] \div (6 - 5) \} + 3 \\ & = 38 \text{ (坑)} \end{aligned}$$

他们共挖 38 个坑。

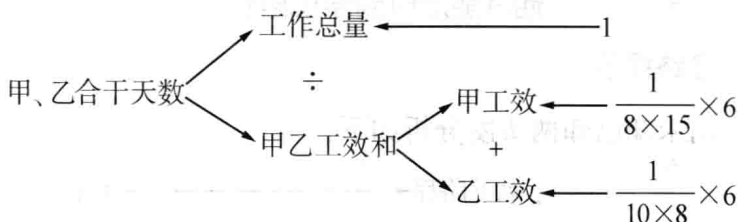




5. 工程

现有一个工程，
甲每天干 8 小时，
15 天可以完成。
乙每天干 10 小时，
8 天可以完成。
甲、乙合干这工程，
每天干 6 小时，
几天可以完成？

思路提示：



先从未知数想，求甲、乙合干天数，得用工作总量除以甲、乙每天工作效率和，求甲、乙每天工作效率和，用甲工作效率加上乙工作效率；再从已知数想，工作总量看作单位 1，甲每天工作效率，用甲每小时工作效率乘以 6，即 $\frac{1}{8 \times 15} \times 6$ ，乙每天工作效率，用乙每小时工作效率乘以 6，即 $\frac{1}{10 \times 8} \times 6$ ，列式计算结果。

答案：

$$1 \div \left[\left(\frac{1}{8 \times 15} + \frac{1}{10 \times 8} \right) \times 6 \right] = 8 (\text{天})$$

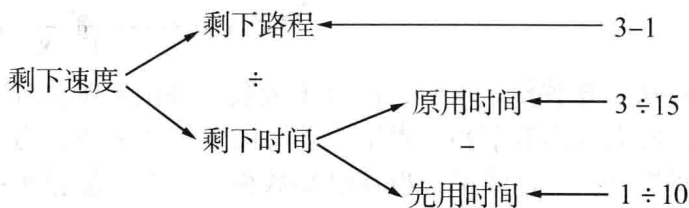
甲、乙合干 8 天完成。

6. 小罗上学

家离学校 3 千米，
小罗骑车上学去，
每时骑行 15 千米，
恰好按时到学校里。
一天逆风先行 1 千米，
逆风每时行 10 千米，
剩下逆风每时行几千米，
他才能准时到学校里？

思路提示：

用未知已知两头凑分析如下：



答案：

$$(3-1) \div (3 \div 15 - 1 \div 10)$$

$$= 2 \div 0.1$$

$$= 20 \text{ (千米/时)}$$

剩下逆风每小时行 20 千米可准时到学校。





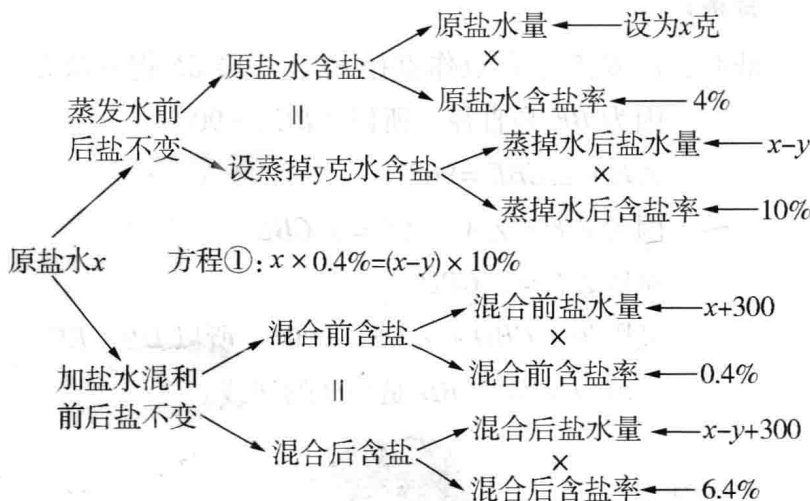
7. 用方程组解题

有浓度为 4% 的盐水，
蒸发掉一部分的水，
变成浓度 10% 的盐水；
再加进 300 克 4% 盐水，
混合成 6.4% 的盐水，
最初有多少克盐水？



思路提示：

这个题的特点是蒸发部分水前后和加入 300 克 4% 盐水前后，盐含量不变，可设原盐水为 x 克，蒸发掉的水为 y 克，列方程组求解。



答案: $x \times 4\% = (x - y) \times 10\%$

$(x + 300) \times 4\% = (x - y + 300) \times 6.4\%$

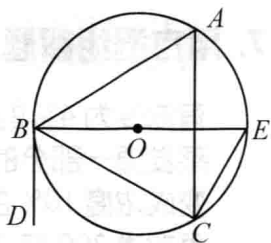
化简为 $\begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ 3x - 8y = -900 \end{cases}$

解得 $x = 500$ 最初的盐水有 500 克。

8. 几何证明题

图中 $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形，
过点 B 在三角形外作 $\angle CBD = \angle A$ 。

求证： BD 是 $\odot O$ 的切线。



证 BD 切 $\odot O$ $\rightarrow$ $DB \perp EB$ $\rightarrow$ 由 B 点过 O 作直线
 $\rightarrow$ 连接 EC 得 $\triangle CBE$
 $\rightarrow$ 因为 $\angle E = \angle A = \angle CBD$
 $\rightarrow$ $\angle E + \angle CBE = 90^\circ$
 $\rightarrow$ 所以 $\angle CBE + \angle CBD = \angle EBD = 90^\circ$
 $\rightarrow$ $DB \perp EB$

答案：

证明：由 B 点过 O 点作直径 BE ，连接 CE 得 $\triangle CBE$ 。

因为 BE 是直径 所以 $\angle BCE = 90^\circ$

$\angle E + \angle CBE = 90^\circ$

因为 $\angle E = \angle A$ $\angle A = \angle CBD$

所以 $\angle E = \angle CBD$ 。

又因为 $\angle CBD + \angle EBC = 90^\circ$ 所以 $DB \perp EB$

$\angle EBD = 90^\circ$ BD 是 $\odot O$ 的切线。





9. 拉力比赛

山地汽车进行拉力比赛，

甲车用 120 千米/时速度到途中，

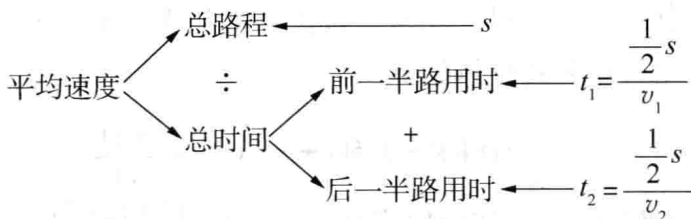
接着用 150 千米/时速度到终点，

甲平均每小时几千米行全程？



思路提示：

要分清平均速度和速度的平均值的不同。



答案：

$$\begin{aligned}
 \text{平均速度 } v &= \frac{s}{t} = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{s}{\frac{\frac{1}{2}s}{v_1} + \frac{\frac{1}{2}s}{v_2}} \\
 &= \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}} = \frac{s}{\frac{s}{2} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)} \\
 &= \frac{s}{\frac{s}{2} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)} = \frac{2s}{s \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)} = \frac{2s}{s \left(\frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2} \right)} = \frac{2s v_1 v_2}{s (v_1 + v_2)} \\
 &= \frac{2 \times 120 \times 150}{150 + 120} \\
 &= 133 \frac{1}{3} \text{ (千米/时)}
 \end{aligned}$$

甲平均每小时 $133 \frac{1}{3}$ 千米行完全程。

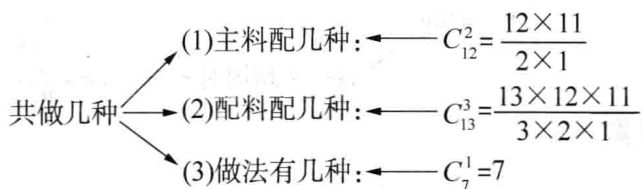
10. 厨师做菜肴

先从 12 种主料中挑 2 种，
再从 13 种配料中挑 3 种，
7 种烹饪方式中挑 1 种，
可搭配成烹饪菜肴 1 种。
最多搭配烹饪菜肴几种？



思路提示：

先分别求出主料、配料、做法各能搭配几种，再将其相乘。用万用公式分析如下：



答案：

$$\begin{aligned} C_{12}^2 \times C_{13}^3 \times C_{2 \times 1}^1 &= \frac{12 \times 11}{2 \times 1} \times \frac{13 \times 12 \times 11}{3 \times 2 \times 1} \times 7 \\ &= 66 \times 286 \times 7 \\ &= 132\,132 \text{ (种)} \end{aligned}$$

最多可搭配烹饪成 132 132 种不同菜肴。

