中学数学
解题方法与思维训练

朱德宣　庞关群　编著

天津人民出版社

中学数学
解题方法与思维训练

朱德宣　庞关群　编著

天津人民出版社

（津）新登字 001 号

中学数学

解题方法与思维训练

朱德宣　庞关群　编著

天津人民出版社出版

*

（天津张自忠路 189 号）

国家教委图书馆工作

委员会装备用书

北京地质印刷厂印刷

*

787×1092 毫米 32 开本　16.25 印张　362.2 千字

1993 年 2 月第一版　1993 年 2 月北京第一次印刷

印数 00001-12000 册

ISBN 7-201-01417-X/G・671

出版说明

本书根据《中学数学教学大纲》和中学数学体系，选编了各类题型 570 道。对这些题型以例题的形式逐一分析了它们的解题思路，解题方法和解题技巧，给出了解题过程，并对有些题型的引伸、注意点和知识面的拓宽附加了说明。

在本书的编写过程中，曾得到邓毅、张杰、芮锋、陈雪莉、杨伶俐等同志的指导、协助和支持；另外，还参考了同行们的一些研究成果，谨此表示感谢。

由于编著者的水平有限，书中难免会出现错误或不足之处，敬请读者批评指正。

——编者

目　　录

第一章　代数

例 1　证明$\sqrt{3}$是无理数.

分析　要根据无理数的定义证明$\sqrt{3}$是无理数是困难的，故该题适合采用反证法.

证明　设$\sqrt{3}$为有理数，即$\sqrt{3}=\frac{p}{q}$（p，q 互质）$p^2=3q^2$，p 含 3 的因子，∵3 是质数.

$\therefore p=3r, 3^2r^2=3q^2, q^2=3r^2$

$\therefore q$ 也含 3 的因子，这与 p，q 互质矛盾

$\therefore \sqrt{3}$是无理数.

例 2　求$\frac{1}{1+x^{a-b}+x^{a-c}}+\frac{1}{1+x^{b-a}+x^{b-c}}+\frac{1}{1+x^{c-a}+x^{c-b}}$.

分析　如果利用通分计算，则很繁，通过观察题目，不难发现，若化去分母中 x 的负指数即可达到通分之目的。

解　原式$=\frac{1}{1+x^a(x^{-b}+x^{-c})}+\frac{1}{1+x^b(x^{-a}+x^{-c})}$

$$+\frac{1}{1+x^c(x^{-a}+x^{-b})}$$

$$=\frac{x^bx^c}{x^bx^a+x^bx^c+x^cx^a}+\frac{x^ax^c}{x^ax^b+x^bx^c+x^ax^c}+$$

$$\frac{x^ax^b}{x^ax^b+x^bx^c+x^ax^c}$$

$$=1$$

例 3　若$\frac{y}{x-z}=\frac{y+x}{z}=\frac{x}{y}$，试求 $x:y:z$.

分析　此题可根据比例的性质. 分 $x+y\neq 0$ 和 $x+y=0$ 讨论.

解 $\frac{y}{x-z}=\frac{y+x}{z}=\frac{x}{y}=\frac{y+(y+x)+x}{x-z+z+y}=\frac{2(x+y)}{x+y}=2$

(1)若 $x+y\neq0$,则有$\frac{x+y}{z}=\frac{x}{y}=2$

$$\therefore\begin{cases}x=2y\cdots\cdots\cdots\cdots①\\x+y=2z\cdots\cdots\cdots\cdots②\end{cases}$$

这里对 y,z 显然不能为 0。

将①代入②得 $2y+y=2z$ $z=\frac{3}{2}y$

$\therefore$ $x:y:z=2y:y:\frac{3}{2}y=4:2:3$

(2) 若 $x+y=0$ 则比例式

$$\frac{y}{x-z}=\frac{x}{y}\text{可化为}\frac{-x}{x-z}=\frac{x}{-x}=-1$$

这里 x 显然不能为 0 $\therefore -x=-(x-z)$ 即 $z=0$

所以. $x:y:z=x:(-x):0=1:(-1):0$

例 4 证明:若$\frac{x^2-yz}{x(1-yz)}=\frac{y^2-xz}{y(1-xz)}$,$x\neq y$、$x\neq0$、$y\neq0$

$z\neq0$. 则 $x+y+z=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$.

分析 此题旨在证明 $x+y+z-\frac{1}{x}-\frac{1}{y}-\frac{1}{z}=0$ 即可.

证明 由题设 $y(1-xz)(x^2-yz)=x(1-yz)(y^2-xz)$

即 $x^2y-x^3zy-y^2z+xy^2z^2=xy^2-x^2z-xy^3z+x^2yz^2$

$\therefore(xy^3z-x^3yz)-(y^2z-x^2z)+(xy^2z^2-x^2yz^2)-(xy^2-x^2y)=0$

$xyz(y^2-x^2)-z(y^2-x^2)+xyz^2(y-x)-xy(y-x)=0$

$\therefore(y-x)xyz[(x+y+z)-(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z})]=0$

$\because y-x\neq0.\ xyz\neq0$

$\therefore(x+y+z-\frac{1}{x}-\frac{1}{y}-\frac{1}{z})=0$ 即

$$x+y+z=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}.$$

例 5 分解因式 1. $4abx^2-2(a^2+b^2)xy+aby^2$

2. $x^2+3xy+2y^2+4x+5y+3$

分析:第 1 小题可看作是二次三项式的因式分解,可用十字相乘法,第二小题是二次六项式,可用双十字相乘法进行因式分解.

解 1.

$$\begin{array}{ccc} 2ax & & -by \\ & \times & \\ 2bx & & -ay \end{array}$$

中间项 $-2a^2xy-2b^2xy$

而 $-2a^2xy-2b^2xy=-2(a^2+b^2)xy$

$\therefore$ 原式 $=(2ax-by)(2bx-ay)$

2.

$$\begin{array}{ccccc} x & & y & & 1 \\ & \times & & \times & \\ x & & 2y & & 3 \end{array}$$

$x^2+3xy+2y^2+4x+5y+3$

其中 $x\cdot x=x^2$ 为原式第一项,$y\cdot 2y=2y^2$ 为原式第三项,$1\times3=3$ 为原式第六项,$x\cdot 2y+x\cdot y=3xy$ 为原式第二项. $y\times3+1\times 2y=5y$ 为原式第五项,$3\times x+1\times x=4x$ 为原式第四项.

$\therefore$原式 $=(x+y+1)(x+2y+3)$

例 6 已知 $a^2+b^2=c^2+d^2=1$,则 $(ac-bd)^2+(ad+bc)^2=1$

分析 将要求证的等式的左边向已知条件转化.

证明 $(ac-bd)^2+(ad+bc)^2$

$=a^2c^2-2abcd+b^2d^2+a^2d^2+2abcd+b^2c^2$

$=(a^2c^2+a^2d^2)+(b^2d^2+b^2c^2)=a^2(c^2+d^2)+b^2(d^2+c^2)$

$=(a^2+b^2)(c^2+d^2)=1\times1=1.$

例 7　已知 a、b、c 为直角三角形三边，c 为斜边：证明 $\log_{b+c}a+\log_{c-b}a=2\log_{b+c}a\cdot\log_{c-b}a$

分析　利用对数的换底公式可以得到公式. $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$，再用此公式将等式的左边换成以 a 为底的对数.

证明　$$左边=\frac{1}{\log_a(b+c)}+\frac{1}{\log_a(c-b)}$$
$$=\frac{\log_a(b+c)+\log_a(c-b)}{\log_a(b+c)\cdot\log_a(c-b)}=\frac{\log_a(c^2-b^2)}{\log_a(b+c)\log_a(c-b)}$$
$$=\frac{\log_a a^2}{\log_a(b+c)\log_a(c-b)}=\frac{2}{\log_a(b+c)\log_a(c-b)}$$
$$=2\log_{b+c}a\cdot\log_{c-b}a=右边$$

例 8　已知$\dfrac{x(y+z-x)}{\log_a x}=\dfrac{y(x+z-y)}{\log_a y}=\dfrac{z(x+y-z)}{\log_a z}$

求证 $x^y y^x=z^x x^z=y^z z^y$

分析　此题可根据已知条件，推导出 $x^y y^x$，$z^x x^z$，$y^z z^y$ 的表达式相同即可.

证明　设$\dfrac{x(y+z-x)}{\log_a x}=\dfrac{y(x+z-y)}{\log_a y}=\dfrac{z(x+y-z)}{\log_a z}=k$，则得

$$\begin{cases}x(y+z-x)=k\log_a x\cdots\cdots\cdots(1)\\ y(x+z-y)=k\log_a y\cdots\cdots\cdots(2)\\ z(x+y-z)=k\log_a z\cdots\cdots\cdots(3)\end{cases}$$

(1)xy＋(2)xx 得

$$yx(y+z-x)+xy(x+z-y)=k\log_a x^y+k\log_a y^x$$

$$\therefore k\log_a x^y y^x=y^2x+xyz-x^2y+x^2y+xyz-xy^2=2xyz$$

$$\therefore \log_a x^y y^x=\frac{2}{k}xyz$$

同理　(2)xz＋(3)xy 得.

$$\log_a y^z z^y=\frac{2}{k}xyz$$

$$(1)\times z+(3)\times x \text{ 得}$$

$$\log_a x^z z^x=\frac{2}{k}xyz$$

$\therefore x^y\cdot y^x=z^x\cdot x^z=y^z\cdot z^y.$

例 9 解方程组$\begin{cases}x^3+y^3+z^3=a^3\cdots\cdots\cdots(1)\\ x^2+y^2+z^2=a^2\cdots\cdots\cdots(2)\\ x+y+z=a\cdots\cdots\cdots(3)\end{cases}$

分析 此题若采用加减消元或代入消元的方法显然很繁，若巧妙地运用$(x+y+z)^2$、$(x+y+z)^3$与$x^2+y^2+z^2$，$x^3+y^3+z^3$的关系，就可化繁为简.

解 $\because (x+y+z)^2-(x^2+y^2+z^2)=2(xy+yz+xz)$

$$(x+y+z)^3-(x^3+y^3+z^3)=3(x+y+z)(xy+yz+xz)-3xyz$$

由(2),(3)得 $xy+yz+xz=0$ $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ (4)

由(1),(3)得 $xyz=0$ $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ (5)

$\therefore$由(5)得 $x=0$,或 $y=0$,或 $z=0$ 代回(4)得

$yz=0$ 或 $xz=0$ 或 $xy=0$

即 $y=0$ 或 $z=0$;$x=0$ 或 $z=0$;$x=0$ 或 $y=0$

代回(3)可得

$z=a$ 或 $y=a$;$z=a$ 或 $x=a$;$y=a$ 或 $x=a$

$\therefore$方程组的三个解为：

$$\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=a\end{cases}\quad \begin{cases}x=0\\ y=a\\ z=0\end{cases}\quad \begin{cases}x=a\\ y=0\\ z=0\end{cases}$$

例 10 解不等式

$$(x-1)(x-2)^3(x-3)^5(x-4)(x-6)^2(x^2-x+1)<0$$

分析 本题若采用不等式组的方法来解.计算量是相当之大，对于解这种类型的不等式.我们可用列表的方法较为简

便.

解 当 $x\neq 6$ 时，$(x-6)^2>0$.

又∵x^2-x+1 的判别式 $b^2-4ac=-3<0$

故 x^2-x+1 之值与 x^2 的系数同号，即 $x^2-x+1>0$

当 $x\neq 1,2,3,4$ 时，解原不等式，仅需解不等式

$(x-1)(x-2)^3(x-3)^5(x-4)<0$

列表

x		1		2		3		4	
$x-1$	$-$		$+$		$+$		$+$		$+$
$(x-2)^3$	$-$		$-$		$+$		$+$		$+$
$(x-3)^5$	$-$		$-$		$-$		$+$		$+$
$x-4$	$-$		$-$		$-$		$-$		$+$
左端	$+$		$-$		$+$		$-$		$+$
解区间			✓				✓		

由表可知 $1<x<2,3<x<4$

为原不等式的解.

例 11 解不等式：$x^{2x+1}>x^{x+4}$

分析 解指数不等式时，要把底数分为大于 1 和小于 1 的正数两种情况讨论.

解 （Ⅰ）$\begin{cases}x>1\\2x+1>x+4\end{cases}$ 或（Ⅱ）$\begin{cases}0<x<1\\2x+1<x+4\end{cases}$

（Ⅰ）不等式组的解为 $x>3$

（Ⅱ）不等式组的解为 $0<x<1$

∴原不等式的解为 $0<x<1,x>3$.

例 12 解不等式 $\log_{x+4}(x^2-3x-4)<\log_{x+4}(5-3x)$

分析 解对数不等式，首先应考虑真数大于零，考虑底数

大于零且不等于1，然后再将底数分为大于1种底数为小于1的正数两种情况来解.

解 (Ⅰ)$\begin{cases} x+4>1 \\ x^2-3x-4>0 \\ 5-3x>0 \\ x^2-3x-4<5-3x \end{cases}$

或 (Ⅱ)$\begin{cases} 0<x+4<1 \\ x^2-3x-4>0 \\ 5-3x>0 \\ x^2-3x-4>5-3x \end{cases}$

(Ⅰ)组的解为$-3<x<-1$

(Ⅱ)组的解为$-4<x<-3$

∴原不等式的解为$-4<x<-3$，$-3<x<-1$.

例 13 已知全集 $I=R$，$A=\{x \mid 2x^2-5x<0\}$

$B=\{x \mid 6x^2-x-2\geqslant 0\}$求 $A\cap B$、$A\cup B$、$\overline{A\cup B}$$\overline{(A\cup B)}\cap A$

分析 解这类题应首先求出各集合的具体区间，再根据集合的交、并、补的定义解题.

解 ∵$A=\{x \mid 0<x<\frac{5}{2}\}$ $B=\{x \mid x\leqslant -\frac{1}{2}$或$x\geqslant \frac{2}{3}\}$

∴$A\cap B=\{x \mid \frac{2}{3}\leqslant x<\frac{5}{2}\}$

$A\cup B=\{x \mid x\leqslant -\frac{1}{2}$或$x>0\}$

$\overline{A\cup B}=\{x \mid -\frac{1}{2}<x\leqslant 0\}$

$\overline{(A\cup B)}\cap A=\phi$

例 14 判断下列对应哪些是映射？哪些是一一映射？

(1)$A=\{x \mid x\in R\}$，$B=\{y \mid y>0\}$

对应法则 $f: x\rightarrow y=\frac{1}{x^2}$；

(2) $A=\{x\mid x\in R\}$, $B=\{y\mid y\geqslant 0\}$

对应法则 $f: x\rightarrow y=x^2$

(3) $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$, $B=\{y\mid -\frac{\pi}{2}\leqslant y\leqslant \frac{\pi}{2}\}$

对应法则 $f: x\rightarrow y=\arcsin x$

分析　判断映射还是一一映射，除了要掌握映射和一一映射的定义外，还要能运用一些特例进行判断.

解(1)因为对于 A 中的元素 O，B 中无元素与之对应，所以，这个对应不是映射.

(2)因为对于 A 中的每一个元素 x，根据对应法则 f，B 中都有唯一的元素 $y=x^2$ 与之对应，所以，这个对应是映射.

又因为对于 A 中的两个不同元素 x 与 $-x$，在集合 B 中的象相，因此，这个对应不是一一映射.

(3)显然，这个对应是映射. 在这个映射下，根据反正弦函数的单调性，对于集合 A 中的不同元素 x，在集合 B 中有不同的象；而且 B 中每一个元素 y 都有原象. 所以，这个对应是 A 到 B 上的一一映射.

例 15　求下列函数的反函数.

(1) $y=2x-3$；　　(2) $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$；

(3) $y=x^2-8x+B\quad(x\geqslant 4)$；　　(4) $y=\begin{cases}x^2+1 & (x\leqslant 0)\\ 1-x & (x>0)\end{cases}$

分析　求一个函数的反函数，一般分为三个步骤. (1)解出 x，即用关于 y 的代数式表示 x，(2)将 x 与 y 互换，(3)确定反函数的定义域.

解(1)由 $y=2x-3$ 可得 $x=\dfrac{y+3}{2}$

所以，$y=2x-3$ 的反函数是 $y=\dfrac{x+3}{2}\quad(x\in R)$

(2)由 $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ 可得 $x=\dfrac{3y+1}{2-y}$,

所以 $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ 的反函数是 $y=\dfrac{3x+1}{2-x}\quad(x\neq 2)$

(3)由 $y=x^2-8x+B\ (x\geqslant 4)$ 可得 $x=4+\sqrt{13+y}\,(y\geqslant -13)$

所以 $y=x^2-8x+B\ (x\geqslant 4)$ 的反函数为

$$y=4+\sqrt{13+x}\quad(x\geqslant -13)$$

(4)由 $y=\begin{cases}x^2+1(x\leqslant 0)\\1-x(x>0)\end{cases}$ 可得 $x=\begin{cases}-\sqrt{y-1} & y\geqslant 1\\1-y & (y<1)\end{cases}$

$\therefore y=\begin{cases}x^2+1(x\leqslant 0)\\1-x(x<1)\end{cases}$ 的反函数为 $y=\begin{cases}-\sqrt{x-1}(x\geqslant 1)\\1-x(x<1)\end{cases}$

例 16 求下列函数的定义域.

(1)$y=\lg(\sqrt{2x-4}-\sqrt{9-4x})$; (2)$y=\dfrac{\sqrt{(\frac{1}{2})^x-4}}{\log_{\frac{1}{3}}(x+5)}$

分析 求函数的定义域即求使函数 y 有意义的 x 的取值范围. 首先根据常见函数的不同要求分别写出不等式,然后解不等式组求出函数的定义域. 对于应用题,还要考虑问题的实际意义.

解(1)$\begin{cases}2x-4\geqslant 0\\9-4x\geqslant 0\\\sqrt{2x-4}>\sqrt{9-4x}\end{cases}$ 解不等式组得 $\begin{cases}x\geqslant 2\\x\leqslant \dfrac{9}{4}\\x>\dfrac{13}{6}\end{cases}$

$\therefore \dfrac{13}{6}<x\leqslant \dfrac{9}{4}$

即函数 $y=\lg(\sqrt{2x-4}-\sqrt{9-4x})$ 的定义域是$(\dfrac{13}{6},\dfrac{9}{4})$

(2)$\begin{cases}(\frac{1}{2})^x-4\geqslant 0\\ x+5>0\\ \log_{\frac{1}{3}}(x+5)\neq 0\end{cases}$ 解不等式组得$\begin{cases}x\leqslant -2\\ x>-5\\ x\neq -4\end{cases}$

$\therefore -5<x\leqslant -2$ 且 $x\neq -4$

即函数$\dfrac{\sqrt{(\frac{1}{2})^x-4}}{\log_{\frac{1}{3}}(x+5)}$的定义域是$(-5,-4)\cup(-4,-2)$

例 17 求下列函数的值域：

(1)$y=\dfrac{x-2}{x+1}$ (2)$y=\dfrac{x^2-2x-3}{2x^2+2x+1}$

(3)$y=2x+2\sqrt{1-x^2}-1\quad(x\geqslant 0)$

分析 求函数的值域通常有三种方法：(1)通过求反函数的定义域，求函数的值域；(2)通过判别式求值域；(3)通过对函数解析式的分析求出值域.

解(1)函数 $y=\dfrac{x-2}{x+1}$的反函数为 $y=\dfrac{x+2}{1-x}$，函数 $y=\dfrac{x+2}{-x+1}$的定义域是 $x\neq 1$ 的一切实数.

$\therefore$函数 $y=\dfrac{x-2}{x+1}$的值域是$(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$.

(2)由 $y=\dfrac{x^2-2x-3}{2x^2+2x+1}$得$(2y-1)x^2+2(y+1)x+(y+3)=0$

当 $y\neq\dfrac{1}{2}$时.要使方程有实数根，必须

$$\triangle=4(y+1)^2-4(2y-1)(y+3)\geqslant 0$$

解不等式得$-4\leqslant y\leqslant 1$.

又 $y=\dfrac{1}{2}\in[-4,1]$.

$\therefore$函数 $y=\dfrac{x^2-2x-3}{2x^2+2x+1}$的值域是$[-4,1]$

(3)为了使 $\sqrt{1-x^2}$ 是实数，必须 $|x|\leqslant 1$，又 $x\geqslant 0$，因此 $0\leqslant x\leqslant 1$，于是可考虑用三角代换.

令 $x=\sin\theta\ (0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2})$ 则

$$y=2\sin\theta+2\sqrt{1-\sin^2\theta}-1=2\sin\theta+2\cos\theta-1$$

$$=2\sqrt{2}\sin(\theta+\frac{\pi}{2})-1$$

$\because 0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}\quad \frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant\sin(\theta+\frac{\pi}{4})\leqslant 1$

$\therefore 1\leqslant 2\sqrt{2}\sin(\theta+\frac{\pi}{4})-1\leqslant 2\sqrt{2}-1$

故函数 y 的值域为 $[1,2\sqrt{2}-1]$

例 18 判断下列函数的奇偶性.

(1) $f(x)=\frac{(1+2^x)^2}{2^x}$ (2) $f(x)=\lg\frac{1-x}{1+x}$

(3) $f(x)=|x-a|+|x+a|$

分析 如果函数 $y=f(x)$ 对于定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，那么函数 $f(x)$ 叫做奇函数；对于定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫偶函数. 将 $-x$ 代入函数表达式中以后要注意将表达式化简：

解(1) $f(-x)=\frac{(1+2^{-x})^2}{2^{-x}}=\frac{(\frac{2^x+1}{2^x})^2}{\frac{1}{2^x}}=\frac{(1+2^x)^2}{2^x}=f(x)$

$\therefore f(x)=\frac{(1+2^x)^2}{2^x}$ 是偶函数.

(2) $f(-x)=\lg\frac{1+x}{1-x}=\lg(\frac{1-x}{1+x})^{-1}=-\lg\frac{1-x}{1+x}=-f(x)$

$\therefore f(x)=\lg\frac{1-x}{1+x}$ 是奇函数.

(3) $f(-x)=|-x-a|+|-x+a|$

$$=|x+a|+|x-a|=f(x)$$

$\therefore f(x)=|x+a|+|x-a|$是偶函数.

例 19 求证函数 $f(x)=\dfrac{x^3}{(x^2-1)^2}$在区间$(1,+\infty)$是减函数.

分析 在一个区间上,若对于自变量 x 的任意两个值 x_1,x_2 且 $x_1<x_2$ 都有 $f(x_1)<f(x_2)$,则函数 $f(x)$在这个区间上是增函数;若对于任意的 $x_1<x_2$,都有 $f(x_1)>f(x_2)$,则函数 $f(x)$在这个区间上是减函数,但有时在判别 $f(x_1)$与 $f(x_2)$的大小关系时比较困难,这时可将函数表达式变形,以利于判别.

解 $\because x\neq 0$

$$\therefore f(x)=\frac{1}{\dfrac{(x^2-1)^2}{x^3}}=\frac{1}{\dfrac{x(x^2-1)^2}{x^4}}=\frac{1}{x(1-\dfrac{1}{x^2})^2}$$

设 $1<x_1<x_2$

则$\dfrac{1}{x_2^2}<\dfrac{1}{x_1^2}<1,1-\dfrac{1}{x_2^2}>1-\dfrac{1}{x_1^2}>0$

$$\therefore x_2(1-\frac{1}{x_2^2})^2-x_1(1-\frac{1}{x_1^2})^2>0$$

$$\frac{1}{x_2(1-\dfrac{1}{x_2})^2}<\frac{1}{x_1(1-x_1^2)^2}$$

即 $f(x_1)>f(x_2)$

故函数 $f(x)$在$(1,+\infty)$是减函数.

例 20 求函数 $y=x^2-|x|-b$ 的图象与 x 轴两个交点间的距离.

分析 欲求函数图象与 x 轴两个交点间的距离,只要求出图象与 x 轴交点的横坐标即可.而函数图象与 x 轴交点的横坐标就等于方程$x^2-|x|-b=0$.因此可归结为解方程$x^2-|x|-b=0$.