模型论与计算复杂度

罗里波文集

LUO LIBO WENJI

北京师范大学出版集团
北京师范大学出版社

罗里波文集

模型论与计算复杂度

李仲来 / 主编

北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

2013 · 北京

图书在版编目(CIP)数据

模型论与计算复杂度——罗里波文集／罗里波著，李仲来主编.—北京：北京师范大学出版社，2013.12
（北京师范大学数学家文库）
ISBN 978-7-303-15890-4

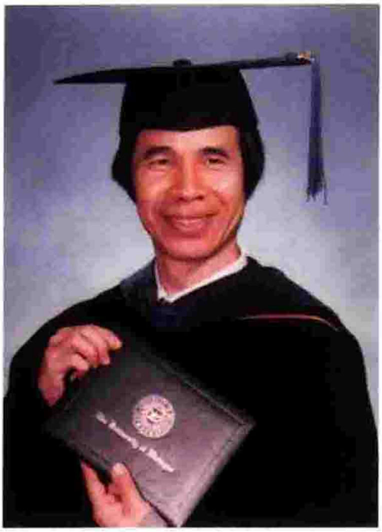
Ⅰ.①模… Ⅱ.①罗… ②李… Ⅲ.①模型论－文集②线性复杂度－文集 Ⅳ.①O141.4-53 ②O157.4-53

中国版本图书馆CIP数据核字（2013）第011584号

营销中心电话 010-58802181 58805532
北师大出版社高等教育分社网 http://gaojiao.bnup.com
电子信箱 gaojiao@bnupg.com

出版发行：北京师范大学出版社 www.bnup.com
北京新街口外大街19号
邮政编码：100875
印　　刷：北京京师印务有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：155 mm × 235 mm
印　　张：21
插　　页：4
字　　数：325千字
版　　次：2013年12月第1版
印　　次：2013年12月第1次印刷
定　　价：52.00元

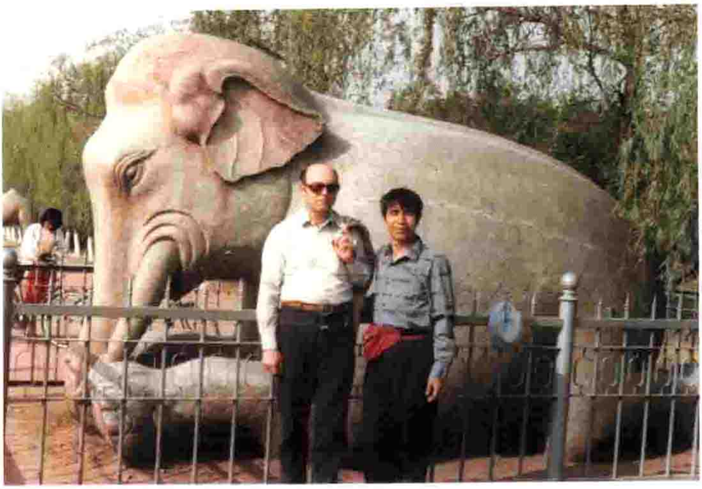
策划编辑：岳昌庆　　责任编辑：岳昌庆
美术编辑：王齐云　　装帧设计：王齐云
责任校对：李　菡　　责任印制：孙文凯



1984 年在 Michigan 大学的博士毕业照。

1987 年南京大学的一个博士生的答辩会上的照片：左起（下同）：莫绍揆、丁德成、李未、罗里波。

1984 年在 Michigan 大学的博士毕业典礼之后和教授们的合影：罗里波的博士导师之一 R. Lyndon 教授、罗里波、M. Reade 教授。

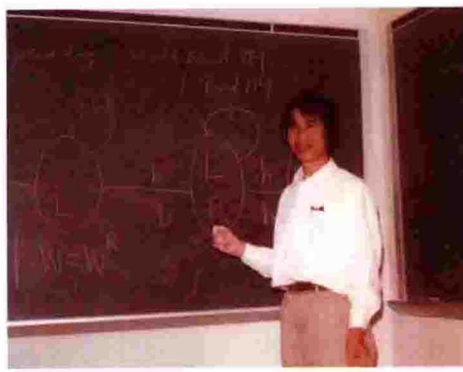


◀ 1988 年罗里波的博士导师之一 Y. Gurevich 来华访问，在明十三陵的合影。

▶ 1987 年德国 Freiburg 大学 D. Ebbinghaus 教授夫妇来华访问，在天安门城楼上的合影。

◀ 1990 年，作为首批访问台湾的大陆学者得到李焕的接见：罗里波、工作人员、李焕。

1988年，和侯宝林在第7届全国人民代表大会住所的合影。



1985年在Mississippi大学数学系讲课的照片。

1981年10月，数学系首届（1978级）硕士毕业生合影。

第1排：刘绍学*、孙永生*、张禾瑞*、王世强*、严士健*；

第2排：陈木法、罗里波、罗承忠*、李英民*、张英伯、罗俊波；

第3排：唐守正、王成德、郑小谷、孙晓岚、王昆扬、程汉生、沈复兴。

（有*的是教师）

1983 年王世强先生访问 Michigan 大学在研究生院 Rackham Hall 前面的合影。

1987 年出席《中国科学》和《科学通报》的编委会，会间休息时和杨乐院士的合影。

2010 年 10 月家人聚会。前排：葛月明、罗里波；后排：孔伟成、罗宁、罗南、Lance Winn。

自 序

这本文集收集了我所发表过的数学方面的主要文章，其中有研究论文 20 篇，科普文章 2 篇，指导研究生的论文 3 篇以及历史上重要文献的中译文 1 篇. 我开始做数学研究工作于 1956 年，第一篇研究论文《有限结合系与有限群(I)》是在王世强教授的指导之下并和他合作写出来的. 由于当时国内的数学研究论文较少，这篇文章得以在 1956 年举行的全国第一届数学论文宣读会上报告并且发表在《数学进展》上. 我的第 2～3 篇研究论文《强不可接近基数上 $P(K)$ 的插入定理》和《关于代数系统自同构群的一个问题》1980 年发表在《数学学报》上. 这两篇文章作者的署名单位是内蒙古锡林浩特中学，投稿时我是该校英语教研组的一名教师.《关于代数系统自同构群的一个问题》由于解决了 Birkhoff 的《格论》中所提出的一个问题，后来在该书的第 3 版中得到了引用作为参考文献.

经过我的导师王世强的多方努力，我于 1978 年由内蒙古返回北京师范大学做数理逻辑方向的硕士研究生. 这时由于年龄较大，在同一批研究生

中我得了一个雅号，叫作“大师兄”. 这个名字给了我一股压力，使我觉得什么事都要做得快一点. 我用较快的速度完成了研究生的毕业论文两篇，它们是《模型的并、积与齐次模型》和《自由群内方程的讨论》. 这两篇文章后来分别发表在《北京师范大学学报（自然科学版）》和《中国科学》. 除了毕业论文之外我还写了 3 篇文章《可换群中无限生成元直和项消去条件的探讨》发表在《数学学报》上；另外两篇《On the Number of Countable Homogeneous Models》解决了模型论里面的 Vaught 猜想中的一个情形，《The τ—Theory for Free Groups is Undecidable》解决了 Huber—Dyson 所提出的一个问题. 由于这些问题比较重要，我和王先生商量看能不能投到美国的《The Journal of Symbolic Logic》去发表. 王先生说可以试一试. 当时的条件比较差，并且为了节省邮费，我用一种很薄的纸在老式的机械打字机上打印出底稿，寄到了美国.《The Journal of Symbolic Logic》发表了这两篇文章.《On the Number of Countable Homogeneous Models》和《模型的并、积与齐次模型》后来得到了美国 Chang 的书《Model Theory》第 3 版的引用. 英国的 Hodges 的书《Model Theory》引用了前一篇.

这时数学系又有了选派出国访问学者的任务，领导建议我去参加考试，我考取了一个名额. 在联系赴美访问的过程中，美国 Michigan 大学数学系的 Lyndon 教授又将我的身份由访问学者改成了他的一个以教学助教名义攻读博士学位的研究生. 从 1981 年到 1984 年里的三年间，我用最短的时间修够了必要的学分，通过了资格考试并且撰写了博士论文. 我的毕业论文的题目《On the Computational Complexity of the Theory of Abelian Groups》是 Michigan 大学计算机系的 Gurevich 教授提出的，他也就成为我的另一位博士导师. 这篇文章后来发表在荷兰的《Annals of Pure and Applied Logic》杂志上.

1984 年取得博士学位以后，我先后在美国 Mississippi 大学数学系、北京师范大学数学系、美国 Mississippi 大学计算机系、美国 Wichita 州立大学计算机系和日本名古屋商科大学计算机系工作. 这一期间我发表了《The Computational Complexity of Positive Formulas in Real Addition》(《名古屋商科大学论文集》)和《Functions and Functionals on Finite Systems》(美国《The Journal of Symbolic Logic》).

1995 年我回到北京师范大学数学系工作. 我受邀做了一个关于计算

机科学发展的报告,并在报告后应《数学通报》的请求将其发表,题目是《计算机科学发展漫谈》.这是一篇科普文章,后来我把它放在我的博客上,也有一些点击率.这段时间我写了两篇研究论文,《多个一元关系上的 Vaught 猜想》发表在《数学学报》上,《P-Time Algorithms in Number Theory》发表在《南京大学学报》上.

1999 年我在北京师范大学数学系退休.退休之后应广东女子职业技术学院的邀请去帮他们筹建计算机系.这一期间我写了研究论文《无原子布氏代数的计算复杂性》,发表在《数学研究》.另外和该学院的同事合作写了一篇科普文章《利用计算机计算古典数论问题》,发表在《数学通报》.我的同事在文章的有关程序运行上做了很多工作.国内有些中学将这篇文章列为数学小组的必读材料.

2005 年我应邀到贵州民族学院数学与计算机科学系担任首席教授.在这期间我写了研究论文《The Theory of Finite Models without Equal Sign》,发表在《Acta Mathematica Sinica》.又应邀参加在广州中山大学举办的第四届逻辑与认知国际会议,在会上作了题为《Remove Infinity from Computer Science》的报告.会后这篇文章收入了该会议的文集.

2007 年我应邀到石家庄经济学院的信息工程学院担任特聘教授.在这期间我写了 4 篇研究论文《康托尔实数的局限性》《The Stability of Turing Machines in Computing Real Functions》《非良基集合论模型悖论》《Computing Functions on Real Numbers with Stable ω—Turing Machines》,其中前两篇发表在《数学研究》,第 3 篇发表在《北京师范大学学报(自然科学版)》,第 4 篇发表在《前沿科学》.

回国后,在北京师范大学数学系我招收过 4 个硕士研究生,其中于丽荣的毕业论文是《New Theorems in Non-Standard Number Theory》,她和我联名将这篇文章发表在《Acta Mathematica Sinica》.我参与指导过沈复兴教授的研究生的论文《完全二叉树的量词消去》,他们和我联名将该文发表在《数学学报》.我参与指导过贵州大学李祥教授的博士生李志敏的毕业论文《完全二叉树理论的计算复杂度》,他们和我联名将该文发表在《数学学报》上.

我翻译的重要文献,Turing 的著名论文《On Computable Numbers, with an Application to the 'Entscheidungs Problem'》,也收在这本文集

之中.

纵观我的研究工作,先是在代数方面,后来转到数理逻辑,又转到计算复杂性. 近年来我的文章主要是想说明数学基础中的问题,我希望将来能有人在这方面做一些工作.

感谢北京师范大学数学科学学院和北京师范大学出版社的大力支持和帮助.感谢我的导师王世强教授对我的教导和极大的帮助,感谢本丛书主编李仲来教授所做的很多工作和大力的帮助.

罗里波

2012 年 3 月

目 录

Contents

数学进展,1957,3(2):268~270

有限结合系与有限群(Ⅰ)[①]

Finite Systems and Finite Groups

在群的各种著名性质中,哪些是为群所特有的?哪些还有其他类似系统能适合?这是一类很有趣的问题.本文只限于讨论有限结合系及Lagrange定理.结果如下:

设 S 为一具有 Lagrange 性质(定义见下)的有限结合系(以下简称 L 系),则

1. 当 S 之元数 n 为奇数时,S 为群.

2. 当 S 之元数 n 为偶数时,若 S 只含 1 个幂等元,则除 $n=2$ 时是一个特例外,S 为群.

当元数为偶数时,含多个幂等元的 L 系是存在的,本文暂不讨论.

定义 设 S 为一非空有限集合,在其中定义了一种适合结合律的二元运算"·",则称 S(对"·"言)为一有限结合系.若 T 为 S 的子集,对"·"封闭,则称 T 为 S 的子系.设 S 含 n 元,若 S 的每一子系其元数皆为 n 的因数,则称 S 具有 Lagrange 性质,此种 S 简称为 L 系.

引理 1 设 S 为有限结合系,$a\in S$,则存在正整数 r 使 a^r 为一幂等元 e(特知:每一有限结合系皆含有幂等元).

证 在无限序列 $a,a^2,a^3,\cdots$ 中必有相同者,设 $a^p=a^{p+q}(p,q\geqslant 1)$,取 m 使 $r=mq>p$,则

$$(a^r)^2=a^{mq-p}a^{p+mq}=\cdots=a^{mq-p}a^p=a^r.$$

① 本文与王世强合作.

定理 1 设 S 为一 $n(>2)$ 元结合系，不含 $n-1$ 元子系，只含 1 个幂等元 e，则 S 为群.

证 (1)S 中任一元 a 皆能表为另二元之积：$a=bc(b,c\neq a)$. 因否则易见 $S-\{a\}$ 为 $n-1$ 元子系.

(2)设 $a\in S$，考虑子系 $(a)=\{a,a^2,a^3,\cdots\}$ 及 $(a)'=\{a^2,a^3,a^4,\cdots\}$.

若 $a\in(a)'$，则有 $S\geqslant 2$ 使 $a^S=a$，因而易见 (a) 为一循环群.

若 $a\notin(a)'$，则易见 (a) 不为群，称此种 (a) 为 N 型子系.

(3)若有 $a_1\in S$ 使 (a_1) 为 N 型.

(i)设 $a_1=a_2b_2(a_2\neq a_1)$.

若 (a_2) 为群，则必以幂等元 e 为单位元. 又由引理 1 知有 $r\geqslant 1$ 使 $a_1^r=e$，所以

$$a_1=a_2b_2=ea_2b_2=ea_1=a_1^{r+1}\in(a_1)',$$

这与 (a_1) 为 N 型之假设不合. 故 (a_2) 为 N 型.

(ii)再设 $a_2=a_3b_3(a_3\neq a_2)$，

仿上知 (a_3) 为 N 型.

今证 $a_3\neq a_1$：若 $a_3=a_1$，则

$$a_1=a_2b_2=a_3b_3b_2=a_1b(b=b_3b_2),$$

设 $b^t=e$，则 $a_1=a_1b=a_1b^2=\cdots=a_1b^t=a_1^{r+1}\in(a_1)'$，这与 (a_1) 为 N 型之假设不合.

(iii)再设 $a_3=a_4b_4(a_4\neq a_3)$，

仿上知 (a_4) 为 N 型，且 $a_4\neq a_2,a_1$.

如此继续，可得 S 中无限多互异之元 $a_1,a_2,a_3,\cdots$ 与 S 之有限性不合.

故对每 $a\in S$，(a) 皆为群，以 e 为单位元. 由此即易见 S 自身为群.

定理 2 设 S 为一 L 系，只含 1 个幂等元. 则除一 2 元特例外，S 为群.

证 (1)当 S 之元数 $n\leqslant 2$ 时，除群外易见只有如下一个只含 1 个幂等元的 L 系：

$\cdot$	e	a
e	e	e
a	e	e