

老吕专硕系列



MBA/MPA/MPAcc

主编◎吕建刚

管理类联考
老·吕·数·学
——要点精编——

2016

- ◆ 7套模考实战演练
- ◆ 13年真题详剖细解
- ◆ 120类题型归纳总结
- ◆ 480道例题精选精编

老吕专硕系列

理工社

管理类联考

MBA/MPA/MPAcc

主编◎吕建刚

管理类联考 老·吕·数·学 要点精编



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



版权专有 侵权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

管理类联考·老吕数学要点精编/吕建刚主编. —北京: 北京理工大学出版社, 2015. 2

ISBN 978 - 7 - 5682 - 0278 - 7

I. ①管… II. ①吕… III. ①高等数学 - 研究生 - 入学考试 - 自学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 032426 号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)

82562903 (教材售后服务热线)

68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 保定华泰印刷有限公司

开 本 / 787 毫米 × 1092 毫米 1/16

印 张 / 18.25

字 数 / 428 千字

版 次 / 2015 年 2 月第 1 版 2015 年 2 月第 1 次印刷

定 价 / 35.80 元

责任编辑 / 梁铜华

文案编辑 / 多海鹏

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 边心超

图书出现印装质量问题, 请拨打售后服务热线, 本社负责调换

Preface
前言

本套丛书采用老吕独创的教学方法，快速有效地提升考生的成绩。

其中,“老吕数学”系列采用老吕数学“母题”学习法,以120类考试常见题型的原型(即母题)为核心,归纳每年题型的常见变化及解题方法,达到“做一题会百题”的效果。

“老吕逻辑”系列采用老吕独创的“老吕逻辑”学习法，解题方法简单、粗暴、有效；授课风格通俗、易懂，学习效果显而易见。

“老吕写作”系列突出写作技巧的可用性和公式化。其中，论证有效性分析部分与“老吕逻辑”紧密结合，互有帮助；论说文部分则重点提高学生的成文能力，即使没有文字功底的考生也可以迅速写出一篇较为满意的文章。

(1)老吕数学(适用于管理类联考)。

(2)老吕逻辑(适用于管理类、经济类联考)。

1

(3)老吕写作(适用于管理类、经济类联考)。

轮次	建议备考时间	配套图书	配套课程
第一轮	6-9月	《管理类、经济类联考·老吕写作要点精编》	要点班
第二轮	10-11月	《管理类、经济类联考·老吕写作要点精编》	真题班
第三轮	12月	范文、押题讲义	押题班

(4)老吕综合(适用于管理类联考)。

轮次	建议备考时间	配套图书	配套课程
第一轮	报名前	《管理类联考·老吕综合密押6套卷》	模考估分班
第二轮	考试前		模考押题班

3. 老吕的课程和答疑说明

(1)面授课。

老吕与多家辅导机构开展面授合作,想听面授班的同学,可以咨询合作机构或咨询老吕。

(2)在线直播课。

不方便面授的同学,也可选择老吕的在线直播课,与老吕实时互动,也有非常好的授课效果。详情请咨询老吕。

(3)答疑。

老吕开通多种方式与各位同学互动。希望与老吕沟通交流的同学,可以选择以下联系方式。

微博:吕建刚老湿(<http://weibo.com/laolvzhuanshuo>)

QQ: 2816472531

微信: wx2816472531

2016 备考 QQ 群: 124043459, 125418210。

“十年寒窗无人问,一举成名天下知!”祝各位考生金榜题名!

吕建刚

轮次	建议备考时间	配套图书	配套课程
第一轮	6-9月	《管理类、经济类联考·老吕写作要点精编》	要点班
第二轮	10-11月	《管理类、经济类联考·老吕写作要点精编》	真题班
第三轮	12月	范文、押题讲义	押题班

管理类联考数学题型说明

一、题型与分值

管理类联考中,数学分为两种题型:问题求解和条件充分性判断,均为选择题.其中,问题求解10道,每道题3分,共30分;条件充分性判断题有15道,每题3分,共45分.

二、条件充分性判断

1. 充分性定义

对于两个命题 A 和 B , 若有 $A \Rightarrow B$, 则称 A 为 B 的充分条件.

2. 充分性判断题的解题说明

题干给定一个结论和两个条件,要求判断根据给定的条件是否足以推出题干中的结论.

若条件(1)充分,但条件(2)不充分,选择 A.

若条件(2)充分,但条件(1)不充分,选择 B.

若条件(1)和(2)单独都不充分,但条件(1)和条件(2)联合起来充分,选择 C.

若条件(1)充分,条件(2)也充分,选择 D.

若条件(1)和(2)单独都不充分,两个条件联合起来也不充分,选择 E.

3. 例题

例1 条件充分性判断.

方程 $f(x) = 1$ 有且仅有一个实根.

(1) $f(x) = |x - 1|$;

(2) $f(x) = |x - 1| + 1$.

【解析】由条件(1)得 $|x - 1| = 1 \Rightarrow x - 1 = \pm 1 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 0$, 所以条件(1)不充分.

由条件(2)得 $|x - 1| + 1 = 1 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$, 所以条件(2)充分.

【答案】B

例2 条件充分性判断.

$x = 3$.

(1) x 是自然数;

(2) $4 > x > 1$.

【解析】条件(1)不能推出 $x = 3$ 这一结论,即条件(1)不充分.

条件(2)也不能推出 $x = 3$ 这一结论,即条件(2)也不充分.

联立两个条件,可得 $x = 2$ 或 3 ,也不能推出 $x = 3$ 这一结论,所以条件(1)和条件(2)联合起来也不充分.

【答案】E

例3 x 是整数,则 $x = 3$.

(1) $x < 4$;

(2) $x > 2$.

【解析】条件(1)和(2)单独显然不充分，联立两个条件，得 $2 < x < 4$ 。仅由这两个条件当然不能得到题干的结论 $x = 3$ ，但要注意，题干还给了另外一个条件： x 是整数，结合这个条件，可知，两个条件联立起来充分，选 C。

【答案】C

三、注意

本书正文例题中的条件充分性问题，不再注明选项，同学们务必记住各选项的含意，按照上述说明进行选择即可。

Content 目录

管理类联考数学题型说明	1
-------------------	---

第一部分 算术

第一章 算术	2
第一节 实数的分类、性质与运算	5
第二节 比与比例	20
第三节 绝对值	25
第四节 平均值和方差	38
管理类联考数学微模考一	42
管理类联考数学微模考一参考答案	45

第二部分 代数

第二章 整式与分式	50
第一节 整式	51
第二节 分式	64
管理类联考数学微模考二	70
管理类联考数学微模考二参考答案	73
第三章 集合、函数、方程、不等式	77
第一节 集合、简单方程(组)、不等式(组)	78
第二节 不等式的性质和基本不等式	81
第三节 一元二次函数、方程、不等式	86
第四节 特殊函数、方程和不等式	104
管理类联考数学微模考三	113
管理类联考数学微模考三参考答案	116
第四章 数列	120
第一节 数列的概念与性质	122
第二节 等差数列	128
第三节 等比数列	136
管理类联考数学微模考四	146

管理类联考数学微模考四参考答案	149
第五章 应用题	153
第一节 算术问题	154
第二节 平均值问题	158
第三节 行程问题	160
第四节 工程问题	165
第五节 比例问题	168
第六节 溶液问题	173
第七节 集合问题	175
第八节 最值问题	177
第九节 阶梯价格问题	180
第十节 数列应用题	182
管理类联考数学微模考五	184
管理类联考数学微模考五答案	187

第三部分 几何

第六章 几何	192
第一节 平面几何	194
第二节 立体几何	206
第三节 解析几何	209
管理类联考数学微模考六	232
管理类联考数学微模考六	236

第四部分 数据分析

第七章 数据分析	242
第一节 数据的图表表示	243
第二节 排列组合	246
第三节 概率	265
管理类联考数学微模考七	278
管理类联考数学微模考七参考答案	281

第一章

第一部分 算术

大纲要求

1. 整数

(1) 整数及其运算

(2) 整除、公倍数、公约数

(3) 奇数、偶数

(4) 质数、合数

2. 分数、小数、百分数

3. 比与比例

4. 数轴与绝对值

5. 平均值与方差

第一章 算术

一 历年真题考查点

年份	题量/道	分数/分	考查点
2015 年 1 月	3	9	质数、比例、平均值
2014 年 1 月	2	6	质数、不定方程与平均值方差综合题
2013 年 1 月	3	9	质数、实数的运算技巧、三角不等式
2012 年 1 月	2	6	奇偶性、实数不等式
2011 年 1 月	2	6	非负性、质数
2010 年 1 月	4	12	比例、质数、奇偶数
2009 年 1 月	2	6	实数的运算技巧、非负性
2008 年 1 月	3	9	实数的运算技巧、绝对值的最值、自比性

备注:

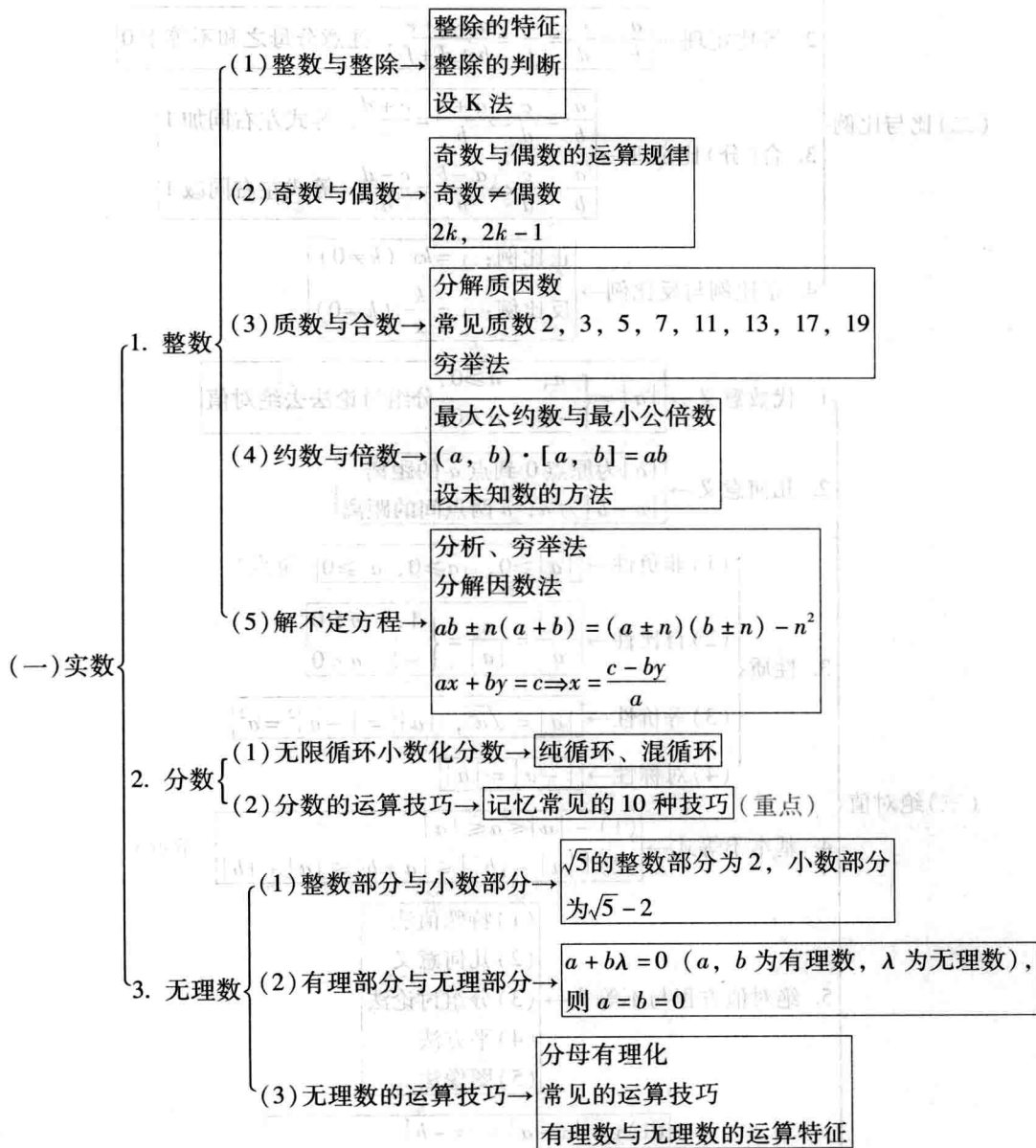
(1)2008 年 1 月和 2009 年 1 月数学的总题量为 30 道,其余年份为 25 道。

(2)2007 年以前的考试内容考查高等数学的知识,与现在有极大差异,故本表不统计 2007 年以前的考点,下文同。

二 命题趋势预测

预计 2016 年本部分还会考查 2-3 道题。其中,质数问题、奇偶数问题、实数的运算技巧、整数不定方程、绝对值问题、等比定理和合比定理、平均值问题会是考查重点。本部分一般不会有太难的题目,备考建议以基础题型为主。

三 本章知识网



- (二) 比与比例
- 性质 → $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow (1) ad = bc; (2) \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; (3) \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$
 - 等比定理 → $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f}$, 注意分母之和不等于 0
 - 合(分)比定理 → $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$, 等式左右同加 1
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$, 等式左右同减 1
 - 正比例与反比例 → 正比例: $y = kx$ ($k \neq 0$)
 反比例: $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)

- (三) 绝对值
- 代数意义 → $|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$ 分组讨论法去绝对值
 - 几何意义 → $|a|$ 为原点 0 到点 a 的距离
 $|a-b|$ 为 a, b 两点间的距离
 - 性质
 - (1) 非负性 → $|a| \geq 0, \sqrt{a} \geq 0, a^2 \geq 0$ (重点)
 - (2) 自比性 → $\frac{|a|}{a} = \frac{a}{|a|} = \begin{cases} 1, & a > 0 \\ -1, & a < 0 \end{cases}$
 - (3) 等价性 → $|a| = \sqrt{a^2}, |a|^2 = |-a|^2 = a^2$
 - (4) 对称性 → $|-a| = |a|$
 - 基本不等式 → (1) $-|a| \leq a \leq |a|$
 (2) $||a| - |b|| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$ (重点)
 - 绝对值方程与不等式 → (1) 特殊值法
 (2) 几何意义
 (3) 分组讨论法
 (4) 平方法
 (5) 图像法
 - 最值问题 → (1) $y = |x-a| + |x-b|$
 (2) $y = |x-a| - |x-b|$
 (3) $y = |x-a| + |x-b| + |x-c|$ (重点)
 (4) $y = |x-a| + m|x-b| - n|x-c|$
 (5) 自变量属于某一区间

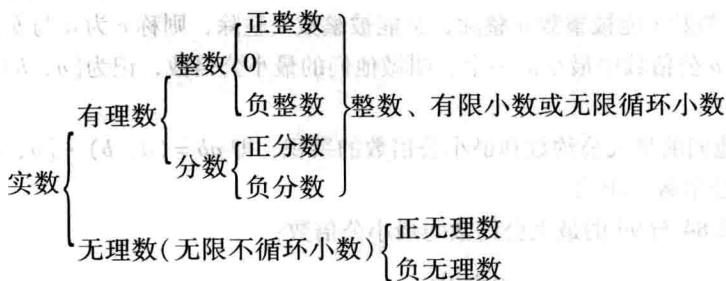
(四) 均值与方差

1. 算术平均值 $\rightarrow \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$
2. 几何平均值 $\rightarrow G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \cdots \cdot x_n}, x_i > 0$
3. 方差 $\rightarrow \begin{aligned} S^2 &= \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2] \\ &= \frac{1}{n} [x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 - n\bar{x}^2] \end{aligned}$
4. 标准差 $\rightarrow S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2]}$

第一节 实数的分类、性质与运算

一、考点精编

(一) 实数的分类



(二) 整除

1. 数的整除

设 a, b 是两个任意整数, $b \neq 0$, 若存在整数 c , 使得 $a = bc$, 则称 b 整除 a , 或 a 能被 b 整除. 此时, 称 b 是 a 的约数(因数), 称 a 是 b 的倍数.

2. 整除的特征

- (1) 若一个整数的末位数字能被 2(或 5)整除, 则这个数能被 2(或 5)整除.
- (2) 若一个整数各数位的数字之和能被 3(或 9)整除, 则这个数能被 3(或 9)整除.
- (3) 若一个整数的末两位数字能被 4(或 25)整除, 则这个数能被 4(或 25)整除.
- (4) 若一个整数的末三位数字能被 8(或 125)整除, 则这个数能被 8(或 125)整除.

(三) 质数与合数

1. 定义

质数: 只有 1 和它本身两个约数的数;

合数: 除了 1 和它本身外, 还有其他约数的数;

1 既不是质数, 也不是合数.

2. 常见的质数

常见的质数有：2(质数中唯一的偶数)，3、5、7、11、13、17、19.

3. 分解质因数

把一个合数分解为若干个质因数的乘积的形式，称为分解质因数，如 $12 = 2 \times 2 \times 3$.

(四) 奇数与偶数

1. 定义

偶数：能被2整除的数，记为 $2n$ ($n \in \mathbf{Z}$)；

奇数：不能被2整除的数，记为 $2n+1$ ($n \in \mathbf{Z}$).

2. 运算规律

奇数 + 奇数 = 偶数；奇数 + 偶数 = 奇数；偶数 + 偶数 = 偶数；

奇数 $\times$ 奇数 = 奇数；奇数 $\times$ 偶数 = 偶数；偶数 $\times$ 偶数 = 偶数.

(五) 约数与倍数

1. 定义

(1) 公约数：如果一个整数 c 既是整数 a 的约数，又是整数 b 的约数，那么 c 叫做 a 与 b 的公约数.

(2) 最大公约数：两个数的公约数中最大的一个，叫做这两个数的最大公约数，记为 (a, b) . 若 $(a, b) = 1$ ，则称 a 与 b 互质.

(3) 公倍数：如果一个整数 c 能被整数 a 整除，又能被整数 b 整除，则称 c 为 a 与 b 公倍数.

(4) 最小公倍数： a 与 b 公倍数中最小的一个，叫做他们的最小公倍数，记为 $[a, b]$.

2. 定理

两个整数的乘积等于他们的最大公约数和最小公倍数的乘积，即 $ab = (a, b) \cdot [a, b]$.

3. 最大公约数和最小公倍数的求法

使用短除法. 例如，求 84 与 96 的最大公约数与最小公倍数：

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 84 \ 96} \\ 2 \overline{) 42 \ 48} \\ 3 \overline{) 21 \ 24} \\ \quad 7 \ 8 \end{array}$$

故有

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7,$$

$$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3,$$

$$(a, b) = 2 \times 2 \times 3,$$

$$[a, b] = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 8.$$

(六) 有理数和无理数

1. 定义

有理数：整数、有限小数和无限循环小数，统称为有理数.

无理数：无限不循环小数叫做无理数.

2. 运算

(1) 有理数之间的加减乘除运算结果必为有理数；

(2) 有理数和无理数的乘积为 0 或无理数；

(3) 有理数与无理数的加减必为无理数.

3. 整数部分与小数部分

整数部分是指一个数减去一个整数后, 若所得的差大于等于 0 且小于 1, 那么此减数是整数部分, 差是小数部分.

例如, $\sqrt{5}$ 的整数部分是 2, 小数部分是 $\sqrt{5} - 2$.

$-\sqrt{5}$ 的整数部分是 -3, 小数部分是 $-\sqrt{5} - (-3) = 3 - \sqrt{5}$.

4. 定理

若 a, b 为有理数, λ 为无理数, 若 $a + b\lambda = 0$, 则 $a = b = 0$.

(七) 实数的乘方与开方

1. 乘方运算

(1) 当实数 $a \neq 0$ 时, $a^0 = 1$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $a^m a^n = a^{m+n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

(2) 负实数的奇数次幂为负数; 负实数的偶数次幂为正数.

2. 开方运算

(1) 在实数范围内, 负实数无偶次方根; 0 的偶次方根是 0; 正实数的偶次方根有两个, 它们互为相反数, 其中正的偶次方根称为算术根.

(2) 当 $a > 0$ 时, a 的平方根是 $\pm\sqrt{a}$, 其中 $\sqrt{a}$ 是正实数 a 的算术平方根.

(3) 在运算有意义的前提下, $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

乘积的方根: $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$);

分式的方根: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$);

根式的方根: $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ ($a \geq 0$);

根式的化简: $\sqrt[m]{a^m} = \sqrt[n]{a^m}$ ($a \geq 0$);

分母有理化: $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ ($a > 0$).

二、题型 - 技巧网

题型 1.1 整除与带余除法问题

老吕施法

整除问题, 常用以下方法:

- (1) 特殊值法(首选方法).
- (2) 设 K 法(常用方法, 必须掌握): a 被 b 整除, 可设 $a = bk$ ($k \in \mathbf{Z}$).
- (3) 分解因式法.

真题精讲

例 1 (2008-10) (条件充分性判断) $\frac{n}{14}$ 是一个整数.

- (1) n 是一个整数, 且 $\frac{3n}{14}$ 也是一个整数;

(2) n 是一个整数, 且 $\frac{n}{7}$ 也是一个整数.

【解析】特殊值法.

条件(1): $\frac{3n}{14}$ 是一个整数, 因为 3 与 14 互质, 所以 n 是 14 的倍数, 条件(1)充分.

条件(2): 令 $n=7$, 显然不充分.

【答案】A

【注意】本题为条件充分性判断. 本书之后的例题不再单独注明条件充分性判断题, 出现条件(1)和(2)的就是这种题型, 选项见本书题型说明部分.

例 2 (2007-10) m 是一个整数.

(1) 若 $m = \frac{p}{q}$, 其中 p 与 q 为非零整数, 且 m^2 是一个整数;

(2) 若 $m = \frac{p}{q}$, 其中 p 与 q 为非零整数, 且 $\frac{2m+4}{3}$ 是一个整数.

【解析】设 K 法、特殊值法.

条件(1): p 与 q 为非零整数, 所以 $m = \frac{p}{q}$ 为整数或分数.

因为分数的平方必然为分数, 又因为 m^2 是整数, 所以 m 必然是整数, 故条件(1)充分.

条件(2): 令 $\frac{2m+4}{3} = k$, 则 $m = \frac{3k}{2} - 2$.

所以, 当 k 为偶数时, m 是整数; 当 k 为奇数时, m 是分数, 故条件(2)不充分.

【快速得分法】对于条件(2)有特殊值法:

令 $p = -1, q = 2$, 则 $\frac{2m+4}{3} = 1$ 是整数, 但 $m = \frac{p}{q} = -\frac{1}{2}$, 不是整数, 所以条件(2)不充分.

【答案】A

触类旁通

例 3 $4x^2 + 7xy - 2y^2$ 是 9 的倍数.

(1) x, y 是整数;

(2) $4x - y$ 是 3 的倍数.

【解析】方法一: 设 K 法.

使用特殊值法, 易知两个条件单独不充分, 联立之.

设 $4x - y = 3k \Rightarrow y = 4x - 3k$, 代入, 得

$$4x^2 + 7xy - 2y^2 = 4x^2 + 7x(4x - 3k) - 2(4x - 3k)^2 = 27kx - 18k^2 = 9(3kx - 2k^2).$$

因为 $3kx - 2k^2$ 为整数, 故原式能被 9 整除, 两个条件联立起来充分.

方法二: 因式分解法 + 设 K 法.

$$4x^2 + 7xy - 2y^2 = x(4x - y) + 8xy - 2y^2 = x(4x - y) + 2y(4x - y) = (4x - y)(x + 2y).$$

设 $4x - y = 3k \Rightarrow y = 4x - 3k$, 得 $x + 2y = x + 2(4x - 3k) = 9x - 6k$ 是 3 的倍数.

又由 $4x - y$ 是 3 的倍数, 故 $(4x - y)(x + 2y)$ 是 9 的倍数.

【答案】C

例 4 若 $5m + 3n (m, n \in \mathbb{N})$ 是 11 的倍数, 则 $9m + n$ ().

(A) 是 11 的倍数

(B) 不是 11 的倍数

(C) 不都是 11 的倍数