

大學用書

材料力學

季文美編譯

增訂本

龍門聯合書局出版

增訂版弁言

1. 本書初版係 Timoshenko 著 Strength of Materials 上冊之譯本，於一九四七年九月出版。用作交大航空系課本後，陸續發現錯誤三十餘處，曾於次年七月印發勘誤表。第二次用作課本，竟又發現錯誤十餘處。本版均已一一加以更正。此種書籍，無論校對時如何審慎，非經多次用作課本，望漏疏誤，迨無法完全避免。

2. 本書增訂本較初版增加下列六部分：

第十一章 曲桿之應力及撓度

第十二章 鉚接與焊接

第十三章 工程材料之機械性質

附錄二 應力集中現象

附錄三 關於應力與應力圓之較詳盡的討論

附錄四 計算直梁之斜度及撓度常用方程式簡表。

較初版篇幅，約增加三分之一。所用參攷書籍，散見各該部分附註。

3. 編者希望此書能陸續改良，補充，修正，使能逐漸作為大專學校之適當課本。細思外國較優良課本，均為多年教學經驗之結晶。國內大學用西文課本者甚多，但完全按照原書內容及章節講授者恐為數極少。此種現象固因西書之不符國情，但大多由於對課本內容之取捨標準，講述之先後層次，見仁見智，各不相同。編者認為：鑒於目前參攷書籍之不易得，課本內容與其失之過簡，毋寧偏於過多；如此不特便於自修，即用作課本時，教學者亦可酌情選擇，而無“抄黑板”之苦。本書增訂部分之內容，即根據此種見解決定。

4. 三向應力圓之證明原僅註明參閱 A. Föppl 德文原著 (Technische Mechanik, Vol. 5)，據編者所知，此書在上海僅能從同濟大學借到；Nádai

著塑性力學之英譯本，亦有此證明，但微嫌簡略，初學者不易領會；李四光先生著地質力學之基礎與方法，亦涉及此問題，但亦不適於作為普通參攷之用。且各書所用符號，彼此互異，初學者極易混淆。編者參照上述各書，及Prescott之彈性力學，沿用初譯本之符號及系統，寫成附錄三。此種題材，原可不必列入，但對於欲求明確瞭解應力分佈情形之讀者，當不無幫助。

5. 初譯本共有習題三百餘，已全部由交大航空系同學陳舜揆君做出解答。原擬繼續將國內各種材料力學常用課本中之較難習題，全部演出，合出材料力學難題解答一書，限於時間，未能完稿。增訂部分共有習題五十餘。讀者用本書自修時，如發現有疑難之處，務望來函質詢，編者當儘速從詳答復。

6. 編者學力不深，時間有限，如蒙將書中疏誤之處，惠予指正，不勝感荷。

7. 為節省篇幅，初版序文，均從略。編譯增訂部分時，承教授陳湖、王子昌、俞調梅、許玉贊諸兄代為洽借或介紹參攷書籍；陳舜揆君細心校讀原稿，指出疏誤多處；合併致謝。

一九五〇年四月季文美於上海交大

三 版 弁 言

三版內容，與增訂版同。惟已將排印中疏誤十餘處，加以修訂。

季文美 一九五一年一月。

四 版 附 記

本書習題中，原有一百餘題尚缺答案，本版中已全數加齊（見372—378頁）。

其他細小更動頗多，但僅限於字句的修改和符號的調換。

編者 一九五一年四月。

致教師與讀者

1. 本書可供工程大學材料力學課本及工程設計時參攷之用。全書共十三章，分九十五節。習題凡三百五十餘。每星期授課五小時，一學期(十六星期)可以講授完畢。

2. 如授課時數較少，下列各部分可從略，並不妨礙全書之連續性。

節	頁	內 容
27.....	88—89	圓梁內剪應力之分佈。
39.....	128—132	剪力對於梁撓度之效應。
45.....	155	連續梁之支點不在同一水平線上者
51.....	177—178	載荷不在支柱之主平面上者。
52.....	179—182	斷面核心。
60.....	204—205	矩形軸之扭轉。
64.....	219—220	被撞擊之拉桿，其重量須加以計及者。
66.....	227—228	由應變能計算肱梁因剪力而生之撓度。
67.....	231	被撞擊之梁，其重量須加以計及者。
72.....	259—260	例外情形。
79.....	273—284	曲梁之撓度。
89—90..	314—319	應變硬化與殘留應力。滯後現象。
92—94..	324—333	金屬之疲乏，影響持久極限之各種因素。各種強度學說。

3. 如每星期僅授課三小時，則除上述各部分外，下列各節，亦可從略：

節	頁	節	頁
6—8.....	14—26	43.....	143—146
18.....	46—48	46—49.....	159—171
29—30.....	91—100	56.....	193—195
38.....	125—128	71.....	252—258

4. 如讀者對轉動慣量等名詞尚未熟稔，最好先讀附錄一。

記 號

- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \dots$ 與 $x, y,$ 及 z 軸垂直各平面上之法線應力。
 σ_n 與 n 方向垂直之平面上之法線應力。
 σ_y, σ_f 達到降點時之法線應力。
 σ_{zu} 資用法線應力。
 τ 剪應力。
 $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ 與 $x, y,$ 及 z 軸平行而作用於與 $y, z,$ 及 x 軸垂直各平面上之剪應力。
 τ_{zu} 資用剪應力。
 δ 總伸長, 總撓度。
 ϵ 單位伸長。
 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 在 $x, y,$ 及 z 軸方向之單位伸長。
 γ 單位剪應變, 單位體積之重量。
 E 拉伸與壓縮之彈性係數。
 G 抗剪彈性係數。
 μ 波桑比。
 Δ 單位體積之增加。
 K 積彈係數。
 M_t 扭矩。
 M 彎矩, 即彎曲力矩。
 V 梁上之剪力。
 A 橫斷面積。
 I_y, I_z 平面面積對於該平面內 y 與 z 軸之轉動慣量。
 k_y, k_z 相當於 I_y 與 I_z 之迴轉半徑。
 I_x 極轉動慣量。

-
- Z 斷面係數。
 C 抗扭剛度。
 l 桿之長度, 梁之跨度。
 P, Q 集中作用之力或集荷。
 t 溫度, 厚度。
 α 熱膨脹係數, 純數係數。
 U 應變能。
 w 單位體積之應變能。
 h 梁之深度, 板之厚度。
 q 單位長度上之載荷。
 ϕ, θ 角度。
 p 壓力。
 D, d 直徑。
 R, r 半徑。
 W 重量, 載荷。

目 錄

頁數

第一章 在彈性極限內之拉伸與壓縮

1. 彈性..... 1
2. 虎克定律..... 2
3. 拉伸試驗圖..... 4
4. 實用應力..... 5
5. 垂直桿因本身重量而生之應力及應變.....10
6. 拉伸與壓縮時之靜力不定問題.....14
7. 初應力與熱應力.....19
8. 圓環之擴張.....22

第二章 應力與應變之分析

9. 單向拉伸或緊縮時應力隨橫斷面方向之變更.....27
10. 應力圓.....29
11. 兩垂直方向之拉伸或壓縮.....31
12. 合成應力之應力圓.....33
13. 主應力.....35
14. 單向拉伸時應變之分析.....38
15. 兩垂直方向受拉伸或壓縮時之應變.....39
16. 純剪, 抗剪係數41
17. 實用抗剪應力.....44
18. 三互相垂直方向之拉伸或壓縮.....46

第三章 剪力與彎矩

19. 梁之種類.....50
20. 彎矩與剪力.....51

21. 彎矩與剪力之關係	54
22. 彎矩圖與剪力圖	55
第四章 承受橫向載荷時梁內應力	
23. 純彎曲	66
24. 梁之各種斷面	73
25. 梁受橫向載荷時之普遍情形	77
26. 梁受彎曲時之剪應力	83
27. 圓梁內剪應力之分佈	88
28. I形梁內之剪應力分佈	89
29. 梁受彎曲時之主應力	91
30. 合成梁內之應力	95
第五章 梁受橫向載荷之撓度	
31. 撓曲線之微分方程式	101
32. 梁受均佈載荷時之彎曲	103
33. 梁受集中載荷時之撓度	106
34. 用彎矩圖求撓度之方法, 疊合法	108
35. 用面矩法求肱梁之撓度	110
36. 用面矩法求雙支點梁之撓度	115
37. 外伸梁之撓度	122
38. 不與梁主平面平行各載荷所生之撓度	125
39. 剪力對於梁撓度之效應	128
第六章 靜力不定式橫梁之彎曲	
40. 多餘拘束	133
41. 一端插入一端用可動鉸鏈支點之梁	135
42. 兩端插入之梁	140
43. 間架	143
44. 三支點梁	149
45. 連續梁	152
第七章 變斷面梁, 兩種材料之合成梁	

46. 變斷面梁	159
47. 兩種材料之合成梁	164
48. 鋼筋混凝土梁	167
49. 鋼筋混凝土梁內之剪應力	170
第八章 軸向載荷與彎曲載荷之合成結果: 柱之理論	
50. 彎曲與軸向壓縮或拉伸之合成應力	172
51. 短柱之偏心載荷	175
52. 斷面核心	179
53. 細長柱之偏心壓縮	183
54. 臨界載荷	186
55. 臨界應力, 柱之設計	190
56. 柱之設計—假定差誤法	193
57. 支柱設計之經驗公式	195
第九章 扭轉, 及彎曲與扭轉之合成結果	
58. 圓軸之扭轉	198
59. 空心軸之扭轉	203
60. 矩形橫斷面	204
61. 密圈螺旋彈簧	205
62. 圓軸上彎曲與扭轉之合成結果	209
第十章 應變能	
63. 拉伸時之彈性應變能	214
64. 撞擊所生之伸長	217
65. 受剪力與扭力時之彈性應變能	222
66. 彎曲時之彈性應變能	225
67. 因撞擊而生之彎曲	229
68. 應變能之普遍方程式	233
69. 卡思的義安諾定理	235
70. 解答靜力不定式問題時卡氏定理之應用	244
71. 互換定理	252

72. 例外情形	259
第十一章 曲桿, 應力及撓度	
73. 緒言	261
74. 曲桿內之彎曲應力	261
75. 幾種常用斷面	265
76. 斷面中心至中性軸距離之直接求法	268
77. 圓形, 橢圓形及圓環形斷面	269
78. 吊鈎之設計	271
79. 曲梁之撓度	273
第十二章 鉚接與焊接	
80. 鉚釘接合之應用及類別	285
81. 鉚釘接頭之損壞方式	287
82. 鉚釘鍋爐接之應力分析	294
83. 結構工作中之鉚釘結合	296
84. 焊接之種類	301
85. 焊接之應用	303
86. 焊接之強度計算	304
第十三章 工程材料之機械性質	
87. 拉伸試驗	308
88. 壓縮試驗	312
89. 應變硬化與殘留應力	314
90. 滯後現象	317
91. 金屬在高溫中之物理性質	319
92. 金屬之疲乏	322
93. 影響持久極限之各種因素	327
94. 各種強度學說	329
95. 資用應力	334

附錄一 平面面積之轉動慣量

1. 平面面積對於該平面內某軸之轉動慣量..... 339
2. 平面面積之極轉動慣量..... 341
3. 軸之遷移..... 343
4. 慣量積，主軸..... 344
5. 軸向之變換..... 346

附錄二 應力集中現象

1. 緒論..... 349
2. 有圓孔矩形板承受拉伸或壓縮時之應力集中..... 350
3. 其他拉伸試件中之應力集中..... 351
4. 試件承受扭轉時之應力集中..... 353
5. 試件承受彎曲時之應力集中..... 354

附錄三 關於應力與應力圓之較詳盡的討論

1. 與各坐標軸平行之各分應力..... 357
2. 應力主軸..... 359
3. τ_1, τ_2 均為零時之應力主軸..... 359
4. 任一斜面上之合成應力與坐標軸平行之分應力..... 361
5. 三對剪應力均不為零時之應力主軸..... 362
6. 已知物體內一點之主應力求該點任一斜面上之
各應力。應力橢球..... 363
7. 與兩個主應力互相傾斜之平面上之應力..... 364
8. 已知垂直於舊軸各平面上之應力求垂直於新軸
各平面上之應力..... 366
9. 已知某點之主應力求經過該點任一斜面上之應力... 366

附錄四 計算直梁之斜度及撓度常用方程式簡表..... 370

答案..... 372

索引

材料力學

第一章 在彈性極限內之拉伸與壓縮

§1. 彈性 任何物體，吾人均假定其為許多細小質點所組成，此種質點，名為分子；分子之間互有引力。當有外力作用於物體使其變形時，此分子間引力即阻礙其變形。迨物體變形至某一程度，分子間之引力，適與外力相等而成平衡，此時之物體謂之在應變狀態 (State of Strain)。在物體變形過程中，外力做有工作或功 (Work)。此功之全部或一部分變為儲於物體內之勢能，名曰應變勢能 (Potential Energy of Strain)。鐘錶中之彈簧，即為因物體變形而儲有勢能之一例。如外力逐漸遞減，此物體即完全或部分恢復原狀。在恢復過程中儲于物體內之勢能，又可逆變為功。

圖 1 所示，係一稜柱形桿，上端固着。因下端垂有重量，此桿即有若干伸長，重量向下移動。在此移動中，重量做有正功 (Positive Work)，當此重量逐漸減去時，此桿之伸長亦隨之減小，即桿之下端逐漸向上移動。原儲於桿內之應變勢能，將變為使重量向上移動之功矣。

除去外力，物體能回復原來狀態之特性，名曰彈性 (Elasticity)。如除去外力，物體原狀能完全恢復，吾

人稱此物體為完全彈性的 (Perfectly Elastic)；如僅能恢復一部分原狀，則謂之部分彈性的 (Partially Elastic)。完全彈性之物體，外力使其變形時所做之功，可全部變為應變勢能。而部分彈性之物體，外力所做之功，一部分變為物體中之熱能。由多次試驗之結果，吾人已知在某一限度之下，鋼、木、石等結構材料，可視為完全彈性的。惟此限度，則因材料之性質而

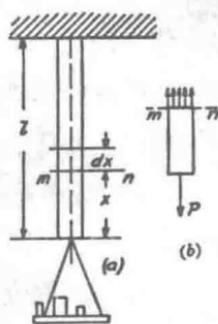


圖 1.

不同。設計某一結構時，如已知應承受之外力，則設計者之基本問題，乃為計算結構中各部分之尺寸，使其在任何載荷情況下，各部分均為完全彈性的，而不致有永久變形 (Permanent Set) 而已。

§2. 虎克定律 由稜柱形桿拉伸試驗 (Tensile Test) 之結果，已知許多材料，在某一限度下，桿之伸長與拉力 (Tensile Force) 成正比。此拉力與伸長間之直線關係乃英國科學家虎克 (Robert Hooke) 在 1678 年所發現，因名為虎克定律 (Hooke's Law)。

如用下列各記號：

P = 使桿伸長之拉力，

l = 桿之長度，

A = 桿之橫斷面面積，

δ = 桿之總伸長，

E = 材料之彈性常數，即彈性係數 (Modulus of Elasticity)

則虎克之實驗定律，可以下式表之：

$$\delta = \frac{Pl}{AE}. \quad (1)$$

桿之伸長，與拉力及桿長成正比例，而與桿之橫斷面及彈性係數成反比例。進行拉力試驗時所須注意者，即拉力必須作用於桿橫斷面之中心，如是則此桿不致彎曲。而除與外力作用點鄰近之一部分外，桿內各縱向纖維之伸長，均可視為彼此相等，且原為垂直于縱軸之橫斷面，仍為垂直于縱軸之平面。

討論桿之內力大小時，吾人可假想此桿被 mn 面切為兩段，而研究桿之下段之平衡。(圖 1, b) 拉力 P 作用於此段之下端；作用於其上端者，即為物體變形後上段牽拉下段之分子間引力。此種引力連續的分佈於全斷面上。液體壓力或蒸氣壓力即為力量連續分佈之一例。討論連續分佈之力量時，力之強度 (Intensity of Force)，即作用於每一單位面積上之力，甚為重要。在上述情形下，各縱向纖維之伸長相等，則在 mn 斷面之力將均勻分佈，但此斷面上內力之總和應等於外力 P 。故如以 σ 代表 mn 斷面單位面積上之力，則得

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (2)$$

此單位面積上之力，名為應力 (Stress)。本書中力以磅計，面積以平方吋計，故應力之單位為磅/方吋。每單位桿長之伸長可以下式求之：

$$\epsilon = \frac{\delta}{l} \quad (3)$$

名為單位伸長 (Unit Elongation) 或牽應變 (Tensile Strain)。從(2)式與(3)式，虎克定律又可寫為：

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (4)$$

設已知應力及彈性係數，則單位伸長可用(4)式求得之。單位伸長為一純數，代表其長度之比例(式3)；故由式(4)知彈性係數之單位，應與應力之單位相同，即為磅/方吋。數種常用材料之彈性係數見表1。

稜柱形桿受壓縮時，方程式(1)-(4)仍可適用。惟 δ 代表桿之總壓縮， ϵ 代表壓縮應變 (Compressive Strain)， σ 代表抗壓應力 (Compressive Stress)。計算時以拉力與伸長視為正值，壓縮力與壓縮視為負值。

表 1

數種常用材料之機械性質

材料名稱	E 磅/方吋	屈服 磅/方吋	最後強度 磅/方吋
建築鋼, 含炭 0.15-0.25%	30×10^3	$30 \times 10^3 - 40 \times 10^3$	$55 \times 10^3 - 65 \times 10^3$
鍍鋼, 含鍍 3-3.5%	29×10^6	$40 \times 10^3 - 50 \times 10^3$	$78 \times 10^3 - 100 \times 10^3$
硬鋁	10×10^6	$35 \times 10^3 - 45 \times 10^3$	$54 \times 10^3 - 65 \times 10^3$
銅, 冷軋的	16×10^6		$28 \times 10^3 - 40 \times 10^3$
玻璃	10×10^6		3.5×10^3
松木, 順紋向	1.5×10^6		$8 \times 10^3 - 20 \times 10^3$
混凝土, 受壓縮時	4×10^6		3×10^3

習 題

1. 若抗伸應力為 15×10^3 磅/方吋，求25吋長鋼桿之總伸長。

[答]

$$\delta = \epsilon \times l = \frac{25}{2,000} = \frac{1}{80} \text{ 吋}$$

2. 一圓柱形鋼桿之直徑為1吋，其單位伸長為 0.7×10^{-3} ，求其拉力。

[解] 由式(4)，此桿內之抗伸應力為

$$\sigma = \epsilon \cdot E = 21 \times 10^3 \text{ 磅/方吋}$$

故由式(2)拉力為

$$P = \sigma \cdot A = 21 \times 10^3 \times \frac{\pi}{4} = 16,500 \text{ 磅}$$

3. 大小尺寸完全相同之二桿，受相同之拉力時，其單位伸長之比為1:15/8；求此二桿材料彈性係數之比。又如抗伸應力為10,000磅/方吋，一為鋼桿，一為銅桿，試求其單位伸長。

[解] 彈性係數之比等於單位伸長之逆比。

$$\text{鋼桿} \quad \epsilon = \frac{10,000}{30 \times 10^6} = \frac{1}{3,000}$$

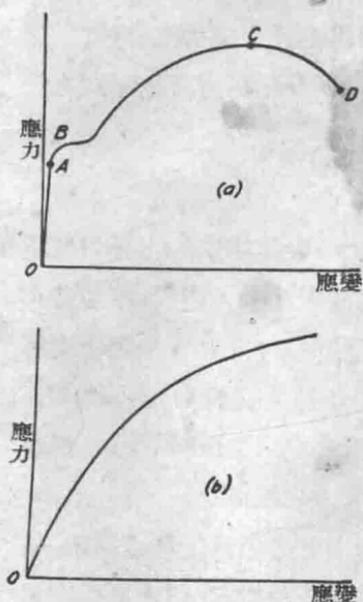
$$\text{銅桿} \quad \epsilon = \frac{1}{1,600}$$

4. 長25吋之稜柱形鋼桿，因承受拉力，伸長1/40吋。設此桿之體積為25立方吋，試求拉力之大小。

5. 線長100呎，承受拉力 $P=1,000$ 磅時，伸長1吋。設線之斷面為0.04方吋，試求此線材料之彈性係數。

§3. 拉伸試驗圖。拉力與伸長，僅在某一限度下，互成正比。此限度因材料之性質而不同，名為比例極限 (Limit of Proportionality)。過此極限後，伸長與拉力間之關係，即較為複雜。結構鋼之彈性極限頗高，可至 $25 \times 10^3 - 30 \times 10^3$ 磅/方吋。生鐵或熟銅，則此極限頗低；換言之，即在抗伸應力甚低時，其伸長已與虎克定律所示者不同。研究物體在彈性極限後之機械性質時，可將應力與應變之關係，用拉伸試驗圖 (Tensile Test Diagram) 表示之。

圖2(a)代表建築鋼之特性曲線。OABCD之橫座標為應變，縱座標為應力。由O至A，應力與應變成正比例；自A以後，與虎克定律之差別即頗明



拉伸試驗圖

圖 2.

顯；故在 A 點之應力名為比例極限。如載荷仍繼續增加，則應變之增加較前迅速，此線漸見彎曲；至 B 點，則雖應力無若何增加，而應變則突然增大，此種現象名為金屬之屈服 (Yielding of the Metal)，圖上以幾與橫座標平行之部份表之。在 B 點之應力，名曰屈點 (Yield Point)，如此桿再繼續伸長，則彈性又稍有恢復，如圖所示者；應力與應變仍可繼續同時增加，至 C 點，應力已至最高限度，名為此材料之最後強度 (Ultimate Strength)。C 點以後雖應力減小，而應變仍迅速增加；至 D 點，材料即告斷裂。

所須注意者，即鋼桿伸長時，其橫斷面之面積即隨之減小，但計算屈點及最後強度時，慣例均以未變形時之橫斷面面積 A 計之（詳

見第十三章）。

圖 2(b) 代表鑄鐵之拉伸試驗圖。此種材料之比例極限甚低，且無明確之屈點。

與拉伸試驗圖相仿之壓縮試驗圖，亦可以同樣方法作出。鋼料受壓縮時之屈點及最後強度，均可求得之（材料受拉伸或壓縮時之機械性質，詳見第十三章）。

§4. 資用應力 由材料之拉伸試驗圖可得許多極有價值之知識。如已知某一材料之比例極限，屈點，及最後強度，則可確定在某一工程問題中，某一應力可視為安全應力 (Safe Stress)；此應力名之曰資用應力或工作應力 (Working Stress)。

確定鋼料之資用應力時，須知在比例極限下，此材料可視為完全彈性的，而超過此極限，則雖除去外力，一部分應變將仍殘留，而有永久變形。欲使結構之各部分為完全彈性的，使無永久變形之危險，普通均取一資用應力遠在比例極限之下。惟以試驗方法求此極限時，須有靈敏之伸縮儀 (Ex-

tensometer), 而此極限之數值, 將隨此儀之靈敏性而不同。為避免此種困難起見, 吾人常用材料之屈點或最後強度, 作為確定資用應力之根據。以 σ_w , $\sigma_{Y.P.}$ 及 σ_u 代表資用應力, 屈點, 及最後強度, 則資用應力可以下式之一計算之

$$\sigma_w = \frac{\sigma_{Y.P.}}{n}, \quad \text{或} \quad \sigma_w = \frac{\sigma_u}{n_1} \quad (5)$$

式中 n 與 n_1 名曰安全係數 (Factors of Safety), 計算結構鋼之資用應力時, 自以依據屈點為合理, 因在此點時, 材料已有極大之永久變形, 不復能在工程結構中應用矣。如所受之載荷均為固定的, 則用 $n=2$ 之資用應力應極安全。如有驟加載荷 (Suddenly Applied Loads) 或變動載荷 (Variable Loads); (普通機器上各部分常有之), 則須有較大之安全係數, 生鐵, 混凝土, 木, 石, 等材料, 則常以最後強度為計算資用應力之根據。

安全係數隨各種情形而不同: 如作用于結構上外力估計之是否準確, 結構上各部分應力分析之是否精密, 所用材料之品質是否均勻, 將來是否有易被侵蝕銹腐之危險等等, 均須詳加考慮 (詳 334 頁)。茲假定資用應力為已知, 略舉數例, 以明結構中各項尺寸之計算方法。

習題

1. 圖 3 為一壓力機。 $P=100,000$ 磅, 鋼之資用應力為 $\sigma_w=10,000$ 磅/方吋。 $l=50$ 吋。求鋼螺釘 N 之直徑 d , 及其受到最大力量時之總伸長。

[解] 由(2)式知螺釘之橫斷面積須為

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{P}{2\sigma_w} = \frac{50,000}{10,000} = 5 \text{ 方吋。}$$

故
$$d = \sqrt{\frac{20}{\pi}} = 2.52 \text{ 吋。}$$

由式(3), (4) 知總伸長應為

$$\delta = \epsilon l = \frac{\sigma l}{E} = \frac{10^4 \cdot 50}{30 \cdot 10^6} = \frac{1}{60} \text{ 吋。}$$

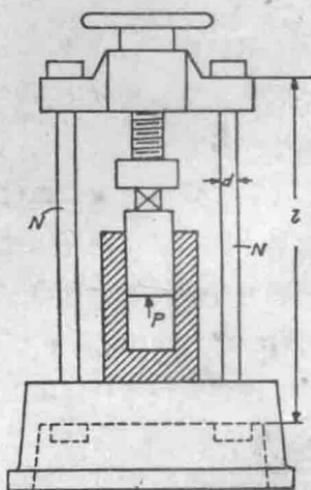


圖 3.