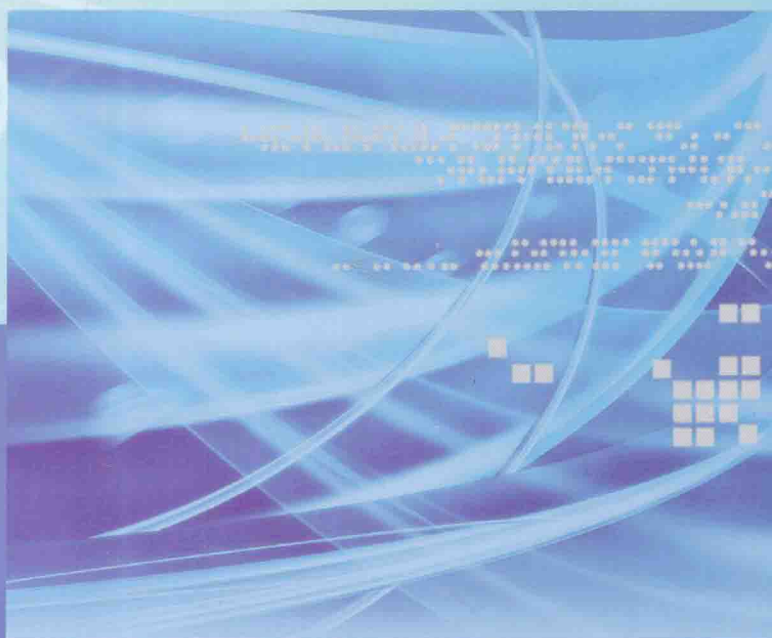


# 控制理论基础学习指导

■ 主编 周 娟

■ 主审 张庆灵



東北大學出版社  
Northeastern University Press

# 控制理论基础学习指导

主编 周 娟

主审 张庆灵

东北大学出版社

• 沈 阳 •

© 周 娟 2014

图书在版编目 (CIP) 数据

控制理论基础学习指导 / 周娟主编. — 沈阳 : 东北大学出版社, 2014.9  
ISBN 978-7-5517-0783-1

I. ①控… II. ①周… III. ①控制论—高等学校—教学参考资料 IV. ①O231

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 197905 号

---

出 版 者: 东北大学出版社

地址: 沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号

邮编: 110004

电话: 024—83687331 (市场部) 83680267 (社务室)

传真: 024—83680180 (市场部) 83680265 (社务室)

E-mail: neuph @ neupress.com

http: // www. neupress. com

印 刷 者: 三河市天润建兴印务有限公司

发 行 者: 东北大学出版社

幅面尺寸: 185mm×260mm

印 张: 17.5

字 数: 340 千字

出版时间: 2014 年 10 月第 1 版

印刷时间: 2014 年 10 月第 1 次印刷

责任编辑: 刘乃义

责任校对: 米 戎

封面设计: 唯 美

责任出版: 唐敏志



---

ISBN 978-7-5517-0783-1

定 价: 65.00 元

# 前 言

控制论是 20 世纪 40 年代由美国数学家 N. Wiener 创立的一门学科。随着现代科学技术的飞速发展，自动控制技术在工程技术领域和生活中的应用越来越广泛。“控制理论基础”是自动控制技术的基础理论，也是高等学校中信息与计算科学专业的主干课程之一，同时也是控制论、自动化、自动控制、自动化仪表、系统工程、经济控制以及其他有关专业的基础课程。

基于高等院校教学的需要，东北大学系统科学研究所张庆灵教授等人编写了《控制理论基础》一书。为了配合此教材的使用，便于学生更好地掌握教材内容，提高学生分析问题与解决问题的能力，特编写本书，以作为学生学习控制理论的辅助教材。

按照《控制理论基础》一书的结构安排，本书一共分为 10 章，每一章基本上是如下安排的：首先提出本章的重点，然后进行知识点总结，最后给出习题解答。特别地，本书对部分习题介绍了应用 MATLAB 语言进行求解的方法，以帮助学生了解计算机仿真技术，掌握 MATLAB 语言仿真工具的使用。

本书由张庆灵教授担任主审，李剑等同学也为本书的出版做了大量工作，在此一并表示感谢！

由于编者水平所限，书中一定存在疏漏和不足之处，恳请同行专家和广大读者给予批评指正。

编 者  
2014 年 6 月

# 目 录

|                       |    |
|-----------------------|----|
| 第 1 章 控制理论基础概述        | 1  |
| 1.1 习题解答              | 1  |
| 第 2 章 古典控制基础          | 4  |
| 2.1 本章重点              | 4  |
| 2.2 知识点总结             | 4  |
| 2.2.1 基本概念            | 4  |
| 2.2.2 典型反馈系统的几种传递函数   | 5  |
| 2.2.3 系统的时域分析         | 8  |
| 2.2.4 系统的频率分析         | 19 |
| 2.3 习题解答              | 22 |
| 第 3 章 线性系统的数学描述       | 32 |
| 3.1 本章重点              | 32 |
| 3.2 知识点总结             | 32 |
| 3.2.1 基本概念            | 32 |
| 3.2.2 状态空间表达式的建立      | 33 |
| 3.2.3 传递函数与传递函数矩阵     | 40 |
| 3.2.4 组合系统的状态空间表达式    | 41 |
| 3.2.5 系统状态的线性变换       | 45 |
| 3.3 习题解答              | 48 |
| 第 4 章 线性系统的运动分析       | 67 |
| 4.1 本章重点              | 67 |
| 4.2 知识点总结             | 67 |
| 4.2.1 基本概念            | 67 |
| 4.2.2 状态转移矩阵          | 68 |
| 4.2.3 矩阵指数函数          | 69 |
| 4.2.4 脉冲响应矩阵与传递函数矩阵   | 70 |
| 4.2.5 线性连续系统的离散化      | 70 |
| 4.2.6 化差分方程为离散状态空间表达式 | 72 |

|                         |            |
|-------------------------|------------|
| 4.2.7 化脉冲传递函数为离散状态空间表达式 | 73         |
| 4.3 习题解答                | 74         |
| <b>第5章 线性系统的能控性和能观性</b> | <b>94</b>  |
| 5.1 本章重点                | 94         |
| 5.2 知识点总结               | 94         |
| 5.2.1 基本概念              | 94         |
| 5.2.2 能控性判据             | 97         |
| 5.2.3 对偶原理              | 102        |
| 5.2.4 能观性判据             | 103        |
| 5.2.5 线性系统的能控/能观性指数     | 106        |
| 5.2.6 线性系统的能控规范型        | 107        |
| 5.2.7 线性系统的能观规范型        | 114        |
| 5.2.8 线性定常系统的结构分解       | 117        |
| 5.3 习题解答                | 120        |
| <b>第6章 系统运动的稳定性</b>     | <b>143</b> |
| 6.1 本章重点                | 143        |
| 6.2 知识点总结               | 143        |
| 6.2.1 基本概念              | 143        |
| 6.2.2 劳斯稳定判据            | 146        |
| 6.2.3 李亚普诺夫稳定性理论        | 146        |
| 6.2.4 克拉索夫斯基判别法         | 149        |
| 6.2.5 变量梯度法             | 150        |
| 6.2.6 外部稳定性和内部稳定性       | 151        |
| 6.3 习题解答                | 152        |
| <b>第7章 状态反馈与极点配置</b>    | <b>169</b> |
| 7.1 本章重点                | 169        |
| 7.2 知识点总结               | 169        |
| 7.2.1 状态反馈              | 169        |
| 7.2.2 单输入系统的极点配置        | 170        |
| 7.2.3 多输入系统的极点配置        | 172        |
| 7.2.4 状态反馈镇定            | 174        |
| 7.2.5 应用状态反馈实现解耦控制      | 175        |
| 7.3 习题解答                | 176        |
| <b>第8章 状态观测器设计</b>      | <b>194</b> |
| 8.1 本章重点                | 194        |

|                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| 8.2 知识点总结 .....                   | 194        |
| 8.2.1 全维状态观测器 .....               | 194        |
| 8.2.2 降维状态观测器 .....               | 194        |
| 8.2.3 带状态观测器的反馈系统 .....           | 197        |
| 8.3 习题解答 .....                    | 198        |
| <b>第 9 章 线性二次型性能指标的最优控制</b> ..... | <b>215</b> |
| 9.1 本章重点 .....                    | 215        |
| 9.2 知识点总结 .....                   | 215        |
| 9.2.1 基本概念 .....                  | 215        |
| 9.2.2 求最优解的变分法 .....              | 217        |
| 9.2.3 最小值原理 .....                 | 223        |
| 9.2.4 输出调节器 .....                 | 223        |
| 9.2.5 跟踪问题 .....                  | 225        |
| 9.3 习题解答 .....                    | 226        |
| <b>第 10 章 卡尔曼滤波与系统辨识</b> .....    | <b>240</b> |
| 10.1 知识点总结 .....                  | 240        |
| 10.1.1 随机过程 .....                 | 240        |
| 10.1.2 线性估计问题 .....               | 244        |
| 10.1.3 随机系统的状态空间描述 .....          | 249        |
| 10.1.4 卡尔曼滤波的基本思想 .....           | 251        |
| 10.1.5 正交投影 .....                 | 253        |
| 10.1.6 随机线性系统的最优控制 .....          | 259        |
| 10.2 习题解答 .....                   | 261        |

## 第 1 章 控制理论基础概述

### 1.1 习题解答

**例 1.1** 试列举几个日常生活中遇到过的开环控制系统和闭环控制系统的例子，说明它们的工作原理并画出相应的示意图。

**【解】** 我们生活中用到的“热得快”就是开环控制系统，加热到一定程度会提醒断电，但是不会自主断电，需要人为去断电。而“电饭煲”的工作原理就是闭环控制系统，它加热到一定温度后停止加温进入保温状态，待温度降低后又进入加温状态，如此循环。

**例 1.2** 试说明开环控制系统和闭环控制系统的主要特征，并比较它们的优缺点。

**【解】** 开环系统的主要特征是：

- (1) 结构简单，功率消耗较小；
- (2) 控制装置与受控对象之间只有顺向关系，而无反向关系；
- (3) 它只改变控制量，对被控变量进行控制，在整个控制过程中，被控变量的变化情况对控制量不产生任何影响；

(4) 不具备自动修正偏差的能力。

闭环系统的主要特征是：

- (1) 对误差有校正作用；
- (2) 可对精度有较高的要求。

它们的优缺点主要从以下三方面比较。

(1) 工作原理：开环控制系统不能检测误差，也不能校正误差；控制精度和抑制干扰的性能都比较差，而且对系统参数的变动很敏感。因此，一般仅用于可以不考虑外界影响，或精度要求不高的一些场合。闭环控制系统不管出于什么原因（外部扰动或系统内部变化），只要被控制量偏离规定值，就会产生相应的控制作用去消除偏差；

(2) 结构组成：开环系统没有检测设备，组成简单，但选用的元器件要严格保证质量要求。闭环系统具有抑制干扰的能力，对元件特性变化不敏感，并能改善系统的响应特性；

(3) 稳定性：开环控制系统的稳定性比较容易解决。闭环系统中反馈回路的引入增加

了系统的复杂性。

**例 1.3** 自动控制系统的基本性能要求是什么？最主要的要求是什么？

**【解】** 自动控制系统的基本性能要求是稳定性、准确性和快速性，最主要的要求是稳定性。

由于被控对象具体情况的不同，各种系统对稳定性、准确性、快速性这三方面性能要求的侧重点也有所不同，例如随机系统对快速性和稳态精度的要求较高，而恒值系统一般侧重于稳定性和抗干扰的能力。

**例 1.4** 闭环控制系统一般情况下由哪几部分组成？它们在系统中各起什么作用？

**【解】** 闭环控制系统都是反馈控制系统，其典型结构如图1-1所示。图中，系统的组成环节和被控对象用方框表示，信号通路及其传输方向用箭头线表示，反馈信号的极性用“+”“-”号表示，“-”号表示负反馈，“+”号表示正反馈。系统中的主反馈及绝大多数局部反馈必须采用负反馈，正反馈只在补偿控制中偶尔采用，符号表示多路信号在此叠加进行代数求和。由此可见，图1-1表示了各种环节在系统中的位置及其相互间的关系。

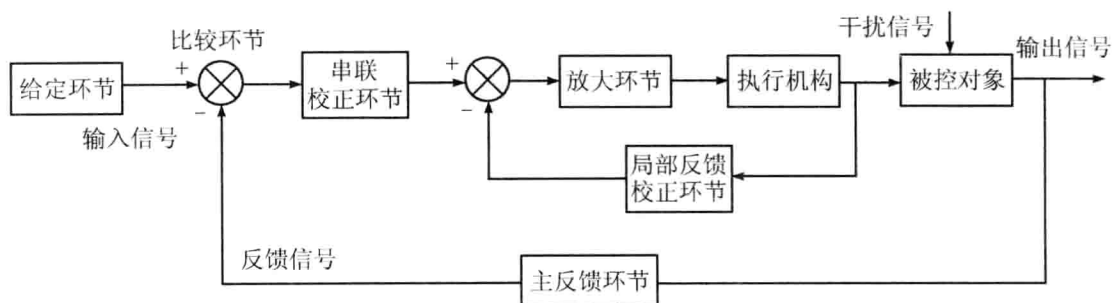


图 1-1 闭环控制系统典型结构图

下面解释各种组成环节的概念及其功能。

- (1) 给定环节：产生给定(输入)信号的环节或元件，如调速系统的给定电位计(器)；
- (2) 反馈环节：对系统被控量或中间输出量进行测量并转换为与相应输入信号一致的反馈信号的环节或元件，它可以构成主反馈或局部反馈，如调速系统的测速电动机；
- (3) 比较环节：对系统输入量和反馈量进行加、减运算求取误差的环节或元件；
- (4) 放大环节：对偏差信号进行电压放大和功率放大的环节或元件，如各种放大器等；
- (5) 执行环节：直接对被控对象进行操作从而对系统产生实际控制作用的环节或元件，如执行电动机、过程调节阀等；

(6) 校正环节：用于改善系统性能的环节，一般是电子电路形式，可以串联在前向通道，也可以构成局部反馈通道；

(7) 被控对象：控制系统所要操纵的机器设备或生产过程，它的输出量即为系统的被控量，如恒温箱等。

一般规定，信号从系统输入端沿箭头方向到达输出端的传输通路称为前向通道，系统输出量经由测量装置反馈到输入端的传输通路称为主反馈通道，前向通道与主反馈通道一起构成主回路。此外，还有局部反馈通道以及由它组成的内回路。只有一个反馈通道的系统称为单回路系统，有两个或两个以上反馈通道的系统称为多回路系统或串级系统。

通常情况下，控制系统有两种外作用信号：一是有效输入信号(以下简称输入信号)，二是有害干扰信号(以下简称干扰信号)。输入信号决定系统被控量的变化规律或代表期望值，并作用于系统的输入端。干扰信号是系统所不希望而又不可避免的外作用信号，它不但可以作用于系统的任何部位，而且可能不止一个。由于它会影响输入信号对系统被控量的有效控制，因此，严重时必须加以抑制或补偿。

**例 1.5** 下列各式是描述系统的方程式，其中， $c(t)$ 为输出量， $r(t)$ 为输入量，试判定哪些是线性定常系统，哪些是非线性系统？

$$(1) c(t) = 10 + 3r^3(t) + t \frac{d^2 r(t)}{dt^2}$$

$$(2) c(t) = 5r(t) \sin \omega t + 2$$

$$(3) t \frac{dc(t)}{dt} + 4c(t) = 2r(t) + 6 \frac{dr(t)}{dt}$$

$$(4) c(t) = 12r(t) + 3 \frac{dr(t)}{dt} + 7 \int_{-\infty}^t r(\lambda) d\lambda$$

$$(5) c(t) = 0, t < 3; c(t) = 1 + r(t), t \geq 3$$

**【解】** (1)、(2)和(3)是非线性系统，(4)和(5)是线性定常系统。

## 第2章 古典控制基础

### 2.1 本章重点

- (1) 传递函数.
- (2) 系统的方块图.
- (3) 一阶系统的瞬态性能指标.
- (4) 二阶系统的瞬态性能分析.
- (5) 频率特性的概念.
- (6) 频率特性表示法.
- (7) 基本环节的频率特性.

### 2.2 知识点总结

#### 2.2.1 基本概念

**定义 2.1** 线性定常系统, 在零初始条件下, 输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比称为系统的传递函数, 记为 $G(s)$ .

传递函数仅与系统或组件的结构和参数有关, 而与外界输入、扰动及初始条件无关, 也不反映系统内部的任何信息.

传递函数 $G(s)$ 的一般表达式为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n}$$

其中,  $Y(s)$ 为输出量的像函数,  $U(s)$ 为输入量的像函数.

**定义 2.2** 传递函数的极点是 $G(s)$ 的分母为零的点, 即方程

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0 \quad (2-2-1)$$

的根, 称方程(2-2-1)为系统的特征方程.

**定义 2.3** 传递函数的零点是 $G(s)$ 的分子为零的点, 即方程

$$b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m = 0$$

的根。

**说明 2.1** 传递函数是频域里的数学模型，包含了系统有关动态性能的信息。

**说明 2.2** 传递函数是在零初始条件下得到的，当初始条件不为零时，传递函数不能反映系统的全部特征。

**说明 2.3** 传递函数只反映了输出量和输入量之间的关系，不提供有关物理结构的任何信息，即使物理结构完全不同的系统，也可以有相同的传递函数。

**说明 2.4** 传递函数只表示单输入—单输出系统的关系，对于多输入—多输出系统，则应用传递函数矩阵表示系统各变量之间的关系。

**定义 2.4** 在分析和设计控制系统时，为了便于对各种控制系统的性能进行比较，需要假定一些基本的输入信号，称之为典型输入信号。

控制系统中常用的典型输入信号有单位阶跃信号、单位斜坡（速度）函数、单位抛物线（加速度）函数、单位脉冲函数和正弦函数。

**定义 2.5** 在典型输入信号作用下，系统输出量从初始状态到最终状态的响应过程称为瞬态响应，又称为动态过程或过渡过程。

根据系统结构和参数选择情况，瞬态响应可表现为衰减、发散和等幅振荡三种形式。所以，瞬态响应可以提供关于系统稳定性、响应速度及阻尼情况等信息。

**定义 2.6** 系统在典型输入信号作用下，当时间 $t$ 趋于无穷大时，系统的输出状态称为稳态响应，又称为稳态过程。

**定义 2.7** 控制系统或元件对正弦输入信号的稳态响应称为频率响应。即系统在稳定状态时输出量的振幅和相位随输入正弦信号的频率变化的规律。

**定义 2.8** 稳定的线性定常系统或环节的频率特性定义为输出量的傅氏变换与输入量的傅氏变换之比，即

$$\bar{G}(j\omega) = \frac{\bar{Y}(j\omega)}{\bar{U}(j\omega)}$$

其中， $\bar{Y}(j\omega)$ 、 $\bar{U}(j\omega)$ 分别表示输出量 $y(t)$ 和输入量 $u(t)$ 的傅氏变换。

## 2.2.2 典型反馈系统的几种传递函数

### 2.2.2.1 闭环系统的传递函数

(1) 输入信号 $U(s)$ 作用下的闭环系统传递函数。

此时，干扰信号 $N(s) = 0$ ，则系统结构如图2-1所示。

输出变量 $Y(s)$ 与输入变量 $U(s)$ 之间的传递函数为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

系统输出为

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}U(s)$$

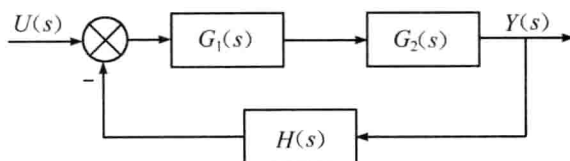


图 2-1 输入信号作用下的闭环系统

(2) 干扰信号 $N(s)$ 作用下的闭环系统传递函数.

令输入信号 $U(s) = 0$ , 则系统结构如图2-2所示.

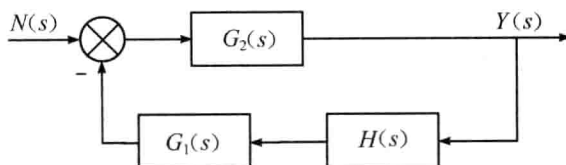


图 2-2 干扰信号作用下的闭环系统

系统输出变量 $Y(s)$ 与干扰信号 $N(s)$ 之间的传递函数为

$$G_N(s) = \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

系统输出为

$$Y(s) = G_N(s)N(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}N(s)$$

(3) 输入信号与干扰信号同时作用下的系统输出.

系统结构如图2-3所示.

根据线性系统的叠加原理, 系统在 $U(s)$ 和 $N(s)$ 同时作用下的总输出为

$$Y_{\Sigma}(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}U(s) + \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}N(s)$$

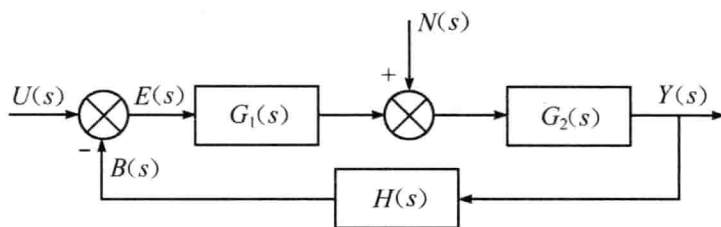


图 2-3 输入信号与干扰信号同时作用下的系统

### 2.2.2.2 闭环系统的误差传递函数

所谓偏差，是指给定输入信号 $u(t)$ 与主反馈信号 $b(t)$ 之间的差值，用 $e(t) = u(t) - b(t)$ 表示，其拉氏变换为 $E(s) = U(s) - B(s)$ 。

(1) 输入信号 $U(s)$ 作用下的系统误差传递函数。

此时， $N(s) = 0$ ，结构如图2-4所示。

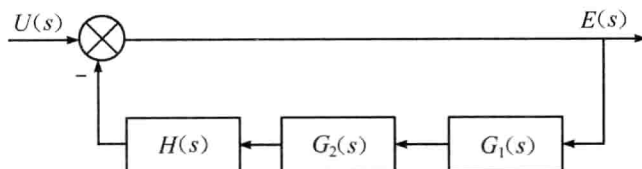


图 2-4 输入信号作用下的系统

误差传递函数为

$$G_{eu} = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

(2) 干扰信号 $N(s)$ 作用下的系统误差传递函数。

此时， $U(s) = 0$ ，结构图如图2-5所示。

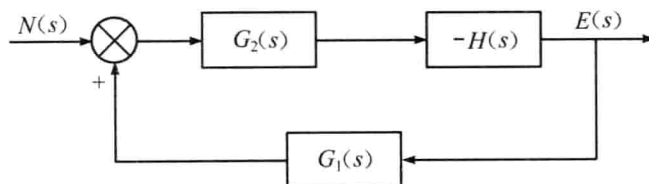


图 2-5 干扰信号作用下的系统

误差传递函数为

$$G_{en} = \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{-G_2(s)H(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

(3) 输入信号与干扰信号同时作用下的总误差。

根据线性系统的叠加原理, 系统在 $U(s)$ 和 $N(s)$ 同时作用下的总误差为

$$Y_{\Sigma} = \frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}U(s) + \frac{-G_2(s)H(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}N(s)$$

不难发现, 四种闭环传递函数的表达式具有相同的分母 $1 + G_1(s)G_2(s)H(s) = 1 + G_k(s)$ , 这是闭环控制系统的本质特征, 通常把这个多项式称为闭环系统的特征多项式,  $1 + G_k(s) = 0$ 称为闭环系统的特征方程, 其根为闭环系统的极点.

## 2.2.3 系统的时域分析

### 2.2.3.1 阶跃响应性能指标

常用的瞬态响应性能指标有最大超调量 $S_p$ 、延滞时间 $t_d$ 、上升时间 $t_r$ 、峰值时间 $t_p$ 和调整时间 $t_s$ .

(1) 最大超调量 $S_p$ : 说明系统的相对稳定性, 描述响应曲线偏离稳态值的最大值, 常以百分比表示, 即

$$S_p = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\%$$

(2) 延滞时间 $t_d$ : 描述响应曲线到达稳态值50%所需的时间.

(3) 上升时间 $t_r$ : 对于有振荡的系统, 描述响应曲线从零开始至第一次到达稳态值所需的时间; 对于无振荡的系统, 则描述响应曲线从稳态值的10% ~ 90%所需的时间.

(4) 峰值时间 $t_p$ : 描述响应曲线到达第一个峰值所需的时间.

(5) 调整时间 $t_s$ : 描述响应曲线从零开始到进入稳态值的95% ~ 105%或98% ~ 102%误差带时所需要的时间.

### 2.2.3.2 一阶系统

典型一阶系统的结构如图2-6所示. 其闭环传递函数为

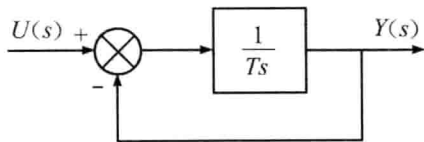


图 2-6 典型一阶系统的结构图

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{Ts + 1} \quad (2-2-2)$$

其中,  $T = \frac{1}{K}$  称为系统的时间常数,  $-K$ 为系统的极点值. 凡是具有式(2-2-2)形式传递函数的系统为一阶惯性系统, 它在 $S$ 平面上的极点分布为 $s = -k = -\frac{1}{T}$ , 如图2-7所示.

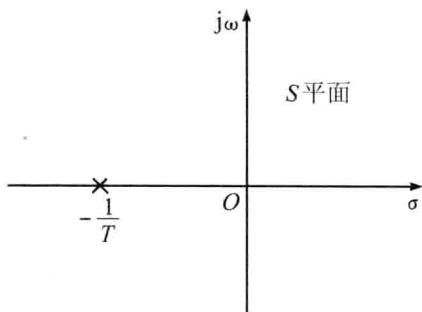


图 2-7 一阶惯性系统的极点分布

一阶系统的单位阶跃响应为

$$y(t) = \mathcal{L}[Y(s)] = 1 - e^{-\frac{t}{T}} \quad (t \geq 0)$$

一阶惯性环节的单位阶跃响应曲线如图2-8所示。

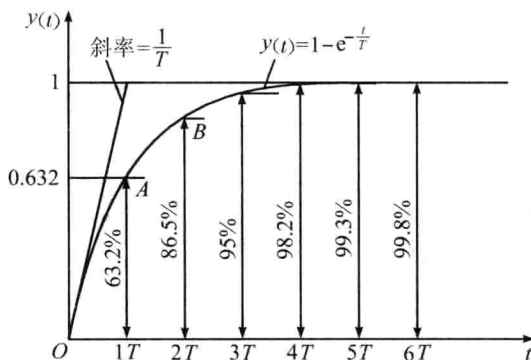


图 2-8 一阶惯性环节的单位阶跃响应曲线

从图2-8中可以看出，当极点为负时，在单位阶跃信号作用下，一阶系统响应曲线的形状为单调上升的曲线。随着时间的增加，系统的输出 $c(t)$ 逐渐趋近于稳态值，在初始时刻 $t=0$ 时，系统的输出 $c(t)$ 有最大的变化率 $1/T$ 。这些都可以从曲线形状上观察到。

根据响应曲线，能够得到一阶系统可以实现的瞬态性能指标以及定量描述。

(1) 快速性。描述系统的快速性使用的是时间指标。因为一阶系统的运动是单调的，所以只考虑调节时间 $t_s$ 即可。一阶系统只有一个系统参数 $T$ ，即系统时间常数。当以时间常数 $T$ 为参变量来考查系统运动时，由图2-8可以得到下列结论：

$$t_s = \begin{cases} 4T & (\text{取}\Delta = 2) \\ 3T & (\text{取}\Delta = 5) \end{cases}$$

另外, 还可以根据时间常数 $T$ 去度量系统输出的数值. 例如, 当 $t = T$ 时,  $y(t) = 0.632$ ; 而当 $t$ 分别等于 $2T, 3T, 4T$ 时,  $y(t)$ 数值将分别达到稳态值的86.5%, 95%和98.2%. 根据这一特点, 可以用实验方法测定一阶系统的时间常数, 或者判定所测系统是否属于一阶系统.

(2) 平稳性. 平稳性的指标为超调量 $\delta\%$ . 因为一阶系统是没有超调量的, 因此认为其平稳性是好的.

(3) 准确性. 当时间趋于无穷大时, 输出响应可以趋于稳态值. 虽然在理论上这是永远达不到的, 但是在给定了允许误差范围后, 即认为过了调节时间 $t_s$ 之后, 系统就进入了稳态, 所以一阶系统的准确性也是可以满足的.

综上所述, 对于一阶惯性系统, 可以不求系统的时域响应, 而根据系统的唯一特征参数, 即时间常数 $T$ , 就可以完成对一阶系统的分析.

### 2.2.3.3 典型的二阶系统

设有一随动系统如图2-9所示. 其闭环传递函数为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{s(Ts+1) + K} \quad (2-2-3)$$

其中,  $K$ 为系统的开环增益,  $T$ 为执行电动机的时间常数.

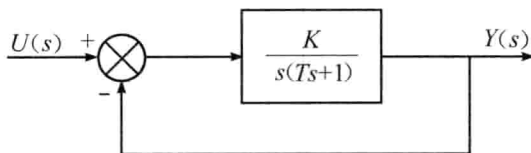


图 2-9 随动系统结构图

由式(2-2-3)可以求得系统的运动方程为

$$T \frac{d^2 c(t)}{dt^2} + \frac{dc(t)}{dt} + Kc(t) = Kr(t) \quad (2-2-4)$$

将闭环传递函数(2-2-3)化为

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{Ts^2 + s + K} = \frac{\frac{K}{T}}{s^2 + \frac{1}{T}s + \frac{K}{T}}$$

取 $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{T}}, \zeta = \frac{1}{2\sqrt{KT}}$ , 得到闭环传递函数的标准形式为

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2-2-5)$$