

MIMO

雷达目标定位

MIMO LEIDA MUBIAO DINGWEI

张小飞 张 弓
李建峰 徐大专 著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

MIMO 雷达目标定位

张小飞 张弓 李建峰 徐大专 著



TN953

19

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) 雷达是国际上近几年发展起来的一种新体制雷达, 它借鉴了在通信领域取得巨大成功的 MIMO 技术, 具有广阔的应用前景。MIMO 雷达可以提高雷达探测目标的可靠性和探测精度, 具有抗干扰、抗隐身能力, 因此可以用于对海上或空中目标的预警、跟踪和识别。为了实现对敌目标有效监测与阻击, 需要雷达具有良好的方位分辨力, 对敌目标方位快速、准确地加以辨别定位, 以实施精确打击。开展 MIMO 雷达空间目标角定位研究, 旨在攻克其中的若干关键技术, 为 MIMO 雷达应用提供理论基础和技术支撑, 对于自主发展我国国防科技和武器装备具有十分重要的理论与现实意义。本书系统地深入地研究了 MIMO 雷达中目标定位, 包括 MIMO 雷达的角度估计、MIMO 雷达相干角度估计、MIMO 雷达联合角度和多普勒频率估计、MIMO 雷达的角度跟踪和非理想阵列中 MIMO 雷达参数估计。

本书的读者对象为通信与信息系统、信号和信息处理、微波和电磁场和水声等专业本科生的高年级学生和研究生, 亦可供从事这些专业领域的科技工作者参考使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

MIMO 雷达目标定位/张小飞等著. —北京: 国防工业出版社, 2014.12

ISBN 978-7-118-09864-8

I. ①M… II. ①张… III. ①移动通信—雷达目标—定位
IV. ①TN951

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 312204 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

新华书店经售

*

开本 710×1000 1/16 印张 18¼ 字数 349 千字

2014 年 12 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 89.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010) 88540777

发行邮购: (010) 88540776

发行传真: (010) 88540755

发行业务: (010) 88540717

序

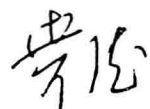
雷达是英文 Radar 的音译, 源于 radio detection and ranging 的缩写, 原意为“无线电探测和测距”, 即用无线电的方法发现目标并测定它们的空间位置。因此, 雷达也被称为“无线电定位”, 是利用电磁波探测目标的电子设备。它发射电磁波对目标进行照射并接收其回波, 由此获得目标至电磁波发射点的距离、距离变化率(径向速度)、方位、高度等信息。雷达在第二次世界大战中得到迅速发展, 为适应战争需要, 交战各方研制出从米波到微波的各种雷达装备。第二次世界大战后, 美国麻省理工学院辐射实验室集合各方面的专家, 总结第二次世界大战期间的经验, 于 1950 年前后出版了雷达丛书共 28 本, 大幅度推动了雷达技术的发展。随着雷达技术的进步, 20 世纪后期, 美国 Skolnik 编写了雷达手册, 其版本和内容不断更新。雷达技术发展之快, 使得传统的雷达观念、体系结构不断更新。

MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) 技术即多输入多输出技术, MIMO 技术利用多天线发射和接收信号, 在多个天线对之间形成多个信道, 从而大幅地提高了无线通信系统的传输速率。该技术的优点是在不增加信号带宽的情况下成倍提高通信系统的性能、容量以及频谱利用率。受 MIMO 技术的启发, Eran Fishler 等人借鉴 MIMO 的思想提出一种新体制雷达, 即 MIMO 雷达。MIMO 雷达作为一种新型雷达体制在 21 世纪初正式提出后, 引起了国内外众多学者和研究机构的浓厚兴趣。与传统的相控阵雷达相比, MIMO 雷达可以对更多的目标进行参数估计。在干扰存在的情况下, 它可以获得较好的干扰抑制性能。MIMO 雷达可以提高雷达探测目标的可靠性和探测精度, 具有抗干扰、抗隐身能力, 因此可以用于对海上或空中目标的预警、跟踪和识别。为了实现了对敌目标有效监测与阻击, 需要雷达具有良好的方位分辨力, 对敌目标方位进行快速、准确地辨别定位, 以实施精确打击。开展 MIMO 雷达中目标定位的研究, 对于自主发展我国国防科技和武器装备具有十分重要的理论与现实意义。

本书系统深入地研究了 MIMO 雷达中目标定位, 包括 MIMO 雷达的角度估计、MIMO 雷达相干角度估计、MIMO 雷达联合角度和多普勒频率估计、MIMO 雷达

的角度跟踪和非理想阵列中 MIMO 雷达参数估计。本书的作者们在 MIMO 雷达目标定位方面研究了 8 年，主持国家自然科学基金和航空科学基金等 10 项；发表论文 60 多篇，其中 SCI 论文 40 多篇。

该书学术思想新颖，内容具体、实用，对国防科技和武器装备发展具有一定推动作用。



2014.10.08

前 言

MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) 技术即多输入多输出技术, 该技术首先在无线通信领域被提出, 用于减小无线通信中的信道衰落, 从而提高信道容量及无线通信系统的性能。MIMO 技术利用多天线发射和接收信号, 在多个天线对之间形成多个信道, 从而大幅地提高了无线通信系统的传输速率。该技术的优点是在不增加信号带宽的情况下成倍提高了通信系统的性能、容量以及频谱利用率^[1-5]。受 MIMO 技术的启发, Eran Fishler 等人借鉴 MIMO 的思想提出一种新体制雷达, 即 MIMO 雷达。该技术在近几年备受重视, 经过众多学者深入地研究, 已得到突破性地发展。按照收发天线的配置, 可以将 MIMO 雷达模型分为两类。第一类是分置 MIMO 雷达模型, 其发射阵列阵元是稀疏排列的, 即阵元间距较大, 通过多个发射天线用独立信号照射目标获得发射端的空域分集, 在不同角度的目标反射信号照射下, 每个收发通道呈现独立的散射特性, 克服了雷达散射截面积的起伏, 且阵元信号间的不相干特性可用于提高雷达对空间目标的检测能力。而第二类是共置 MIMO 雷达, 其收发阵列与传统阵列类似且天线阵元间距较小, 可实现相干发射和接收, 即在发射端发射正交信号, 引入波形分集思想, 接收端则对接收信号进行相干处理。此类 MIMO 雷达形成了大孔径的虚拟阵列, 因此具有较大的自由度和较好的角度估计性能。相比传统相控阵雷达, 共置 MIMO 雷达具有更强的抗干扰能力和参数估计能力。相比于传统相控阵雷达, MIMO 雷达的研究起步较晚。但由于探测目标精度高、可靠性好, 抗干扰能力强以及抗隐身能力强等特点, MIMO 雷达已成为国际雷达界研究的一大热点, 拥有着广阔的应用发展空间。

本书系统、深入地研究 MIMO 雷达中的目标定位, 包括 MIMO 雷达的角度估计、MIMO 雷达相干角度估计、MIMO 雷达的联合角度和多普勒频率估计、MIMO 雷达的角度跟踪和 MIMO 雷达的阵列校正等。本书力图实现 3 个特色: ①结构完整; ②内容新; ③系统深入。

本书从 2012 年开始动笔, 2014 完成, 写作历经 3 年。该书在编写过程中, 参考了大量的著作和论文, 在此表示感谢。同时, 本书得到了国家自然科学基金(61371169、61301108、61271327、61471191、61471192)、江苏省博士后科研资助计划项目(1201039C)、中国博士后基金(2012M521099)、青蓝工程和中央高校基本科研业务费专项(NS2013024)的经费支持。

本书编写小组参加了贾德院士主持的国家自然科学基金资助项目“天基多基地 MIMO 雷达动目标检测方法研究(61271327)”和“机会阵雷达及其关键技术研究(61071164)”。在贾德院士关心下对 MIMO 雷达目标定位取得了很多成绩,发表高质量 SCI 论文 30 多篇。在此,特别感谢贾德院士为本书写了序言。

本书由张小飞教授、张弓教授、李建峰博士和徐大专教授执笔。张弓教授完成了第 2 章和第 3 章部分内容,李建峰博士编写了第 7 章;其他内容由张小飞教授和徐大专教授完成。在本书编写过程中,还得到了冯宝、王大元、余俊、是莺、冯高鹏、孙中伟、陈未央、李建峰、吴海浪、陈晨、黄殷杰、王方秋、陈翰、杨刚、曹仁政、余骅欣、周明、李小宇、蒋驰、李书、张立岑等历届硕士研究生和博士研究生的帮助。由于时间仓促,水平有限,加上这一领域仍然处于迅速发展之中,书中不当之处在所难免,敬请读者批评指正。

作 者

2014 年 11 月

注 释 表

符号	含义
$A \otimes B$	Kronecker 积
$A \circ B$	Khatri-Rao 积
$A \oplus B$	Hadamard 积
$A(:, k)$	矩阵 A 的第 k 列
$\hat{A}$	矩阵 A 的估计值
$\text{angle}(\bullet)$	取相角
$\text{diag}\{\bullet\}$	构建对角矩阵
$E[\bullet]$	取期望
$\text{Re}(\bullet)$	取复数的实部
$\text{tr}(\bullet)$	矩阵的迹
$\text{vec}(\bullet)$	矩阵向量化
$(\bullet)^*$	共轭
$(\bullet)^T$	转置
$(\bullet)^H$	共轭转置
$(\bullet)^+$	广义逆 (伪逆)
$\ \bullet\ _F$	Frobenius 范数

缩 略 词

缩略词	英文全称	含义
CRB	Cramér-Rao Bound	克拉美罗界
CS	Compressive Sensing	压缩感知
DOA	Direction Of Arrival	到达方向
DOD	Direction Of Departure	离开方向
ESPRIT	Estimation Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques	借助旋转不变性进行信号参数估计
FSS	Forward Spatial Smoothing	前向空域平滑
BSS	Backward Spatial Smoothing	后向空域平滑
FBSS	Forward-Backward Spatial Smoothing	前后向空域平滑
S	Least Squares	最小二乘
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output	多输入多输出
ML	Maximum Likelihood	最大似然
MUSIC	MUltiple Signal Classification	多重信号分类
PARAFAC	PARAllel FACtor	平行因子
PARALIND	PARAllel profile with LINear Dependencies	线性相关的平行切片
PAST	Projection Approximation Subspace Tracking	投影近似子空间跟踪
PASTd	Projection Approximation Subspace Tracking with deflation	紧缩投影近似子空间跟踪
OPASTd	Orthonormal Projection Approximation and Subspace Tracking of deflation	正交压缩近似投影子空间跟踪
PM	Propagator Method	传播算子
RCS	Radar Cross Section	雷达散射截面
RMSE	Root Mean Squares Error	求根均方误差
QALS	Quadrilinear Alternating Least Squares	四线性交替最小二乘
SNR	Signal-to-Noise Ratio	信噪比
SVD	Singular Value Decomposition	奇异值分解
TALS	Trilinear Alternating Least Squares	三线性交替最小二乘
ULA	Uniform Linear Array	均匀线阵

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 国内外研究现状及发展动态分析	1
1.3 章节安排	6
参考文献	6
第 2 章 基础知识	11
2.1 矩阵代数的相关知识	11
2.1.1 特征值与特征向量	11
2.1.2 广义特征值与广义特征向量	11
2.1.3 矩阵的奇异值分解	11
2.1.4 Toeplitz 矩阵	12
2.1.5 Hankel 矩阵	12
2.1.6 Vandermonde 矩阵	12
2.1.7 Hermitian 矩阵	13
2.1.8 Kronecker 积	13
2.1.9 Khatri-Rao 积	14
2.1.10 Hadamard 积	14
2.2 常用接收阵和发射阵模型	15
2.2.1 均匀线阵	15
2.2.2 L 型阵列	16
2.2.3 面阵	17
2.3 本章小结	18
参考文献	18
第 3 章 MIMO 雷达角度估计	19
3.1 MIMO 雷达的接收信号模型	19
3.1.1 双基地 MIMO 雷达模型	19
3.1.2 单基地 MIMO 雷达模型	21

3.2	MIMO 雷达的角度估计算法: ESPRIT 类	22
3.2.1	双基地 MIMO 雷达基于 ESPRIT 角度估计算法	22
3.2.2	单基地 MIMO 雷达中基于低复杂度 (RC) ESPRIT 的角度估计	27
3.2.3	非圆实信号 MIMO 雷达中基于实值 ESPRIT 的角度估计	29
3.2.4	面阵 MIMO 雷达中基于 Unitary RD-ESPRIT 的角度估计算法	35
3.3	MIMO 雷达的角度估计算法: MUSIC 类	46
3.3.1	2D-MUSIC	46
3.3.2	双基地 MIMO 雷达的角度估计算法: 降维 MUSIC (RD-MUSIC) 算法	47
3.3.3	单基地 MIMO 雷达的角度估计算法: 降复杂度 (RC) -MUSIC	51
3.3.4	双基地 MIMO 雷达中基于级联 MUSIC 的角度估计	57
3.4	MIMO 雷达的角度估计算法: Capon 类	61
3.4.1	2D-Capon 算法	62
3.4.2	双基地 MIMO 雷达系统 RD-Capon 算法	62
3.4.3	双基地 MIMO 雷达系统中改进 RD-Capon 算法	64
3.4.4	单基地 MIMO 雷达的角度估计算法: RC-Capon	67
3.5	MIMO 雷达的角度估计算法: PM 类	72
3.5.1	单基地 MIMO 雷达中基于 PM 算法和降维变换的高效 DOA 估计算法	72
3.5.2	任意阵 MIMO 雷达中一种低复杂度的联合 2D-DOD 与 2D-DOA 的估计算法	77
3.6	MIMO 雷达的角度估计算法: PARAFAC	87
3.6.1	基于三线性分解法的 MIMO 雷达的角度估计	87
3.6.2	MIMO 雷达中基于改进三线性分解的角度估计方法	90
3.7	MIMO 雷达的角度估计算法: 联合对角化	97
3.7.1	数据模型	98
3.7.2	角度估计算法	98
3.7.3	仿真结果	101
3.8	MIMO 雷达的角度估计算法: 矩阵束方法	103
3.8.1	数据模型	103
3.8.2	基于矩阵束的角度估计算法	105
3.8.3	仿真结果	107

3.9 MIMO 雷达中角度估计算法: 四元数理论	108
3.9.1 基于四元数的 Root-MUSIC 的双基地 MIMO 雷达中角度估计算法	108
3.9.2 基于四元数 ESPRIT 的 MIMO 雷达中角度估计算法	114
3.10 MIMO 雷达中的角度估计: 压缩感知	118
3.11 本章小结	122
参考文献	122
第 4 章 MIMO 雷达相干角度估计	125
4.1 单基地 MIMO 雷达中基于子阵列平移的相干 DOA 估计算法	125
4.1.1 数据模型	126
4.1.2 基于前后向平移的相干 DOA 估计	126
4.1.3 仿真结果	132
4.2 双基地 MIMO 雷达中基于 PARALIND 分解的 DOD 与 DOA 联合估计算法	134
4.2.1 数据模型	134
4.2.2 基于 PARALIND 分解的 DOD 与 DOA 联合估计算法	135
4.2.3 仿真结果	140
4.3 单脉冲 MIMO 雷达中的 RD-ESPRIT 相干 DOA 估计算法	143
4.3.1 单脉冲 MIMO 雷达接收信号及 Toeplitz 矩阵集的构造	143
4.3.2 RD-ESPRIT 算法	145
4.3.3 算法步骤, 复杂度及优点	146
4.3.4 仿真结果	148
4.4 单脉冲 MIMO 雷达中基于矩阵重构与三线性分解的相干 DOA 估计算法	150
4.4.1 基于重构的 Toeplitz 矩阵进行三线性分解	150
4.4.2 DOA 估计	152
4.4.3 算法步骤, 复杂度及优点	152
4.4.4 仿真结果及分析	153
参考文献	155
第 5 章 MIMO 雷达角度和频率联合估计	157
5.1 双基地 MIMO 雷达下的角度和频率联合估计: DOA 矩阵法	157
5.1.1 数据模型	158
5.1.2 多普勒频率估计	158
5.1.3 二维发射角和到达角估计	159

5.1.4	仿真结果	160
5.2	双基地 MIMO 雷达角度和多普勒频率联合估计: ESPRIT 算法	162
5.2.1	多普勒频率估计	163
5.2.2	二维发射角和到达角估计	164
5.2.3	仿真结果	165
5.3	双基地 MIMO 雷达角度和多普勒频率联合估计: PM 算法	167
5.3.1	多普勒频率估计	167
5.3.2	二维发射角和到达角估计	168
5.3.3	利用 PM 算法实现角度和频率联合估计	169
5.3.4	仿真结果	170
5.4	基于四线性分解的双基地 MIMO 雷达的角度和多普勒频率 联合估计	173
5.4.1	双基地 MIMO 雷达时空数据模型	173
5.4.2	基于 PARAFAC 四线性分解的联合估计算法	175
5.4.3	仿真结果	178
5.5	MIMO 雷达中基于稀疏表示的联合角度和多普勒频率估计	181
5.5.1	数据模型	181
5.5.2	MIMO 雷达中基于稀疏表示的联合角度和多普勒频率估计	181
5.5.3	仿真结果	185
5.6	单基地 MIMO 雷达中基于压缩感知平行因子分析的联合角度与多普勒 频率估计算法	187
5.6.1	数据模型	187
5.6.2	CS-PARAFAC 算法联合角度与多普勒频率估计	187
5.6.3	性能分析	192
5.6.4	仿真结果	194
5.7	本章小结	197
	参考文献	197

第 6 章 MIMO 雷达中 DOA 跟踪

6.1	单基地 MIMO 雷达中基于自适应 PARAFAC-RLST 的 DOA 跟踪 算法	200
6.1.1	数据模型	200
6.1.2	利用自适应 PARAFAC-RLST 进行 DOA 跟踪	200
6.1.3	复杂度分析	203
6.1.4	仿真结果	203
6.2	单基地 MIMO 雷达中基于双平行阵列的二维 DOA 跟踪算法	205

6.2.1	数据模型	205
6.2.2	基于 PASTd 的二维 DOA 跟踪算法	206
6.2.3	CRB	209
6.2.4	仿真结果	209
6.3	单基地 MIMO 雷达中基于 Kalman 滤波和 OPASTd 的 DOA 跟踪 算法	211
6.3.1	数据模型	212
6.3.2	利用 Kalman 滤波和 OPASTd 进行 DOA 跟踪	212
6.3.3	复杂度分析和 CRB	215
6.3.4	仿真结果	215
6.4	单基地 MIMO 雷达中基于协方差矩阵元素的 DOA 跟踪算法	217
6.4.1	数据模型	218
6.4.2	降维处理	218
6.4.3	基于协方差矩阵元素的 DOA 跟踪算法	219
6.4.4	修正	221
6.4.5	复杂度分析和本节算法的优点	222
6.4.6	误差分析	223
6.4.7	仿真结果	223
6.5	本章小结	225
	参考文献	225
第 7 章	非理想阵列情况下 MIMO 雷达参数估计	227
7.1	双基地 MIMO 雷达中基于 RD-MUSIC 的联合角度和幅相误差 估计	228
7.1.1	数据模型	228
7.1.2	联合角度和幅相误差估计算法	229
7.1.3	仿真结果	232
7.2	双基地 MIMO 雷达中基于三线性分解的联合角度和阵列幅相误差 估计	235
7.2.1	数据模型	235
7.2.2	联合角度与幅相误差估计方法	236
7.2.3	复杂度分析及算法优点	239
7.2.4	仿真结果	239
7.3	收发阵列为非线阵的双基地 MIMO 雷达中一种角度与阵列幅相误差联 合估计	242
7.3.1	数据模型	242

7.3.2	联合角度与幅相误差估计算法	243
7.3.3	复杂度分析、CRB 及算法优点总结	245
7.3.4	仿真结果	245
7.4	MIMO 雷达中幅相误差下的联合角度和多普勒频率估计	247
7.4.1	数据模型	248
7.4.2	幅相误差下 MIMO 雷达中的联合角度和多普勒频率估计	248
7.4.3	复杂度分析、CRB 及算法优点总结	250
7.4.4	仿真结果	250
7.5	单基地 MIMO 雷达中未知互耦下基于 Root-MUSIC 的角度估计	252
7.5.1	数据模型	252
7.5.2	角度和互耦联合估计算法	253
7.5.3	复杂度分析及算法优点总结	255
7.5.4	算法性能分析	256
7.5.5	仿真结果	257
7.6	MIMO 雷达中未知互耦下基于稀疏表示的联合角度和多普勒频率 估计	258
7.6.1	数据模型	259
7.6.2	双基地 MIMO 雷达中未知互耦下的联合角度和多普勒频率 估计	260
7.6.3	算法总结	262
7.6.4	仿真结果	262
7.7	双基地 MIMO 雷达中一种基于 PM-like 的联合角度与幅相误差估计	263
7.7.1	数据模型	264
7.7.2	PM-like 算法实现联合角度与幅相误差估计	265
7.7.3	仿真结果及分析	271
	参考文献	276

第1章 绪论

1.1 引言

多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) 雷达是国际上近几年发展起来的一种新体制雷达,它借鉴了在通信领域取得巨大成功的 MIMO 技术,有着广阔的应用前景^[1-4]。MIMO 雷达按其发射/接收天线的配置方式可分为两种类型:分布式 MIMO 雷达^[3]和集中式 (Colocated) MIMO 雷达^[4]。分布式 MIMO 雷达的阵元间距满足空间分集条件,从不同角度照射目标,使得目标对每个发射接收通道呈现独立的散射特性,这样可以克服空间目标的雷达散射截面起伏,利用发射空间分集特性和不同阵元间信号的不相关特性来改善雷达系统的性能。集中式 MIMO 雷达的发射/接收阵列与传统阵列类似,引入发射波形分集的思想,各天线单元发射相互正交信号;接收端采用相干处理各单元发射的信号,可形成大的虚拟阵列孔径,能提高雷达的角度分辨力。与传统的相控阵雷达相比, MIMO 雷达可以对更多的目标进行参数估计。在干扰存在的情况下, MIMO 雷达可以获得较好的干扰抑制性能。

MIMO 雷达可以提高雷达探测目标的可靠性和探测精度,具有抗干扰、抗隐身能力,因此可以用于对海上或空中目标的预警、跟踪和识别。为了实现对敌目标有效监测与阻击,需要具有良好的方位分辨力,对敌目标方位快速、准确地加以辨别定位,以实施精确打击。因此,目标角度估计和跟踪是 MIMO 雷达系统探测目标信息的重要一环,其中:角度对于双基地 MIMO 雷达包含离开角 (Direction Of Departure, DOD) 和到达角 (Direction Of Arrival, DOA),对于单基地 MIMO 雷达则为 DOA。本书研究对象是集中式 MIMO 雷达,发射天线和接收天线均采用阵列天线,后续提到的 MIMO 雷达皆为集中式 MIMO 雷达。

开展 MIMO 雷达空间目标角定位研究,旨在攻克其中的若干关键技术,为 MIMO 雷达应用提供理论基础和技术支撑。开展本项目的研究对于自主发展我国国防科技和武器装备具有十分重要的理论与现实意义。

1.2 国内外研究现状及发展动态分析

MIMO 雷达的空间目标角度估计研究已经有一定的基础。国内外许多学者如 Alexander M. Haimovich、Jian Li、N. H. Lehmann、E. Fishler、L. Xu、Petre Stoica、

Arye Nehorai、廖桂生、何子述、曾建奎、夏威、刘波、江胜利、张娟、张林让、刘楠、杨巍、张剑云、谢荣、刘峥、刘韵佛、刘炳奇、许红波、陈风波、郭乐江、盛光厚、丁建江、刘志国、王亚利、刘红明、李军、吴向东、赵永波、张守宏、董玫、郭艺夺、张永顺、童宁宁、沈堤、侯云山、黄建国、张立杰、陈金立、顾红、苏卫民、王怀军、陆珉、粟毅、姜宏等做了大量的工作，取得了可喜的成绩，在国内外产生了较大的影响。国内很多研究机构如西安电子科技大学、南京理工大学、电子科技大学、国防科学技术大学、清华大学、合肥电子工程学院、西北工业大学、空军工程大学、南京航空航天大学、吉林大学、空军雷达学院等在 MIMO 雷达空间目标角度估计方面做了大量研究工作^[5-10]。

MIMO 雷达的空间目标角度估计方法包括最大似然(Maximal Likelihood, ML)方法、借助旋转不变技术估计信号参数(Estimating Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)方法、多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)方法、Capon 方法、求根 MUSIC、传播算子(Propagator Method, PM)方法、平行因子(PARallel FACtor, PARAFAC)方法、联合对角化方法和压缩感知技术等。

最大似然方法：根据 MIMO 雷达的工作原理和回波模型，文献[10]提出了 MIMO 雷达波的方向估计的最大似然方法。针对多径效应，文献[11]提出了一种相干源条件下 MIMO 雷达低仰角跟踪时 DOA 估计方法；结合 MIMO 雷达的特点，考虑接收多径回波信号和发射多径信号，利用改进的只需一维搜索的最大似然算法对阵列接收数据进行处理。对于 MIMO 雷达多径信号模型，文献[12]研究了波束空间最大似然的角度估计算法。

ESPRIT 算法：ESPRIT 算法是一种高分辨率且常用的阵列参数估计方法，ESPRIT 算法可用于 MIMO 雷达中目标角度估计^[13-25]。文献[14]利用 ESPRIT 进行双基地 MIMO 雷达 DOD 和 DOA 联合估计，需要额外的参数配对。文献[15]提出了一种改进 ESPRIT 算法用于双基地 MIMO 雷达 DOD 和 DOA 的联合估计，复杂度增加，但能够实现参数自动配对。文献[19]利用 ESPRIT 和求根 MUSIC 算法联合估计 DOD 和 DOA，也能实现参数自动配对。文献[20]利用 ESPRIT 实现角度和多普勒频率联合估计。文献[21]提出了一种利用 ESPRIT 和 Kalman 滤波结合的单基地 MIMO 雷达的 DOA 估计算法。文献[22]研究了极化 MIMO 雷达中基于 ESPRIT 的 DOD、DOA 和极化的联合估计。文献[24]提出单基地 MIMO 雷达中一种低复杂度 ESPRIT 的角度估计算法。文献[25]将广义 ESPRIT^[26]应用于非均匀阵列 MIMO 雷达中 DOD 和 DOA 联合估计中。文献[72]研究基于 ESPRIT-like 的任意阵列下 MIMO 雷达的角度估计算法。

Capon 算法：Capon 算法能够用于 MIMO 雷达的角度估计^[27-30]。文献[27]研究了双基地 MIMO 雷达的基于 Capon 的目标角度估计算法。Capon 算法可用于双基地 MIMO 雷达的 DOD 和 DOA 估计，但需要二维搜索，复杂度高，为此文献[29]