上海大学出版社

2005年上海大学博士学位论文 47

平行机半在线排序问题

● 作者：罗润梓

● 专业：运筹学与控制论

● 导师：孙世杰

上海大学出版社

2005年上海大学博士学位

平行机半在线排序问题

● 作 者： 罗 润 梓

● 专 业： 运 筹 学 与 控 制 论

● 导 师： 孙 世 杰

Shanghai University Doctoral
Dissertation (2005)

Semi on-line Parallel Machine Scheduling Problems

Candidate: Luo Runzi
Major: Operations Research and Cybernetics
Supervisor: Sun Shijie

Shanghai University Press
· Shanghai ·

上 海 大 学

本论文经答辩委员会全体委员审查，确认符合上海大学博士学位论文质量要求.

答辩委员会名单：

主任：	濮定国	教授，同济大学	200090
委员：	王哲民	教授，复旦大学	200433
	朱德通	教授，上海师范大学	200234
	唐国春	教授，上海第二工业大学	201209
	康丽英	教授，上海大学	200444
	孙小玲	教授，上海大学	200444
	秦成林	教授，上海大学	200444
导师：	孙世杰	教授，上海大学	200444

评阅人名单：

何　勇	教授，浙江大学数学系	310027
张国川	教授，浙江大学数学系	310027
张玉忠	教授，曲阜师范大学运筹学研究所	276826

评议人名单：

唐国春	教授，上海第二工业大学	201209
张　峰	教授，上海第二工业大学	201209
刘朝晖	教授，华东理工大学	200237
秦成林	教授，上海大学	200444

答辩委员会对论文的评语

排序理论是运筹学组合优化的重要分枝，有广泛的应用背景和深刻的理论意义。半在线排序是近十年来新出现的研究领域，它研究不完全(部分)信息下在线算法的设计与分析，该博士论文主要取得了以下成果：

1. 已知工件最大加工时间的半在线模型，给出了问题 $Q_3 \| C_{\min}$ 的一个竞争比为 $\max\left\{r+1, \frac{3s+r+1}{1+r+s}\right\}$ 的算法，对 $Q_m \| C_{\min}$ 的一个特殊情形，也给出了一个算法。

2. 同一半在线模型，给出了问题 $Q_2 \| C_{\max}$ 的一个竞争比为 $\begin{cases} \frac{2(s+1)}{s+2} & 1 \leqslant s \leqslant 2 \\ \frac{s+1}{s} & s > 2 \end{cases}$ 的算法。对 $Q_3 \| C_{\max}$ 给出了一个竞争比为 $\begin{cases} \frac{2(r+s+1)}{2r+s} & 1 < s \leqslant 2 \\ \frac{r+2s+1}{r+s} & s > 2 \end{cases}$ 的算法。还进一步讨论了一个特殊的三台机情形和 m 台机情形。

3. 对已知工件总加工时间模型，给出了问题 $Q_2 \| C_{\min}$ 的一个竞争比为 $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ 的算法。对 $P2, r_i \mid sum \mid C_{\min}$ 给出了竞争比为 $\sqrt{2}$ 的算法。

4. 讨论了已知工件最大加工时间在某一区域内的半在

线问题，给出了解 $P2\|C_{\max}$，$P2\|C_{\min}$ 的算法，并分析了竞争比及问题的下界。

该文给出的一些算法，其设计方法具有新意，关于其竞争比的分析有较高难度，成果也较丰富，表明罗润梓同学已具有扎实的数学、运筹学基础，较全面的排序理论知识，有较强的独立科研能力。答辩委员会认为这是一篇优秀的论文，答辩委员会 一致通过论文的答辩并建议授予其博士学位.

答辩委员会

2005.6.4

答辩委员会表决结果

经答辩委员会表决，全票同意通过罗润梓同学的博士学位论文答辩，建议授予理学博士学位.

答辩委员会主席：濮定国

2005 年 6 月 4 日

摘　要

本文主要考虑平行机半在线排序问题. 本文首先简要介绍了排序问题、竞争比分析和近似算法等基本概念，总结了近年来出现的各个半在线模型及其有关结果.

第二章考虑已知工件最大加工时间的半在线模型，目标为极大化最小机器负载. 主要讨论两个问题：1　三台同类机的情形，我们给出 min3 算法并且证明此算法的竞争比为 $\max\left\{r+1, \dfrac{3s+r+1}{1+r+s}\right\}$. min3 算法是紧的且当 $1\leqslant s\leqslant 2$、$r=1$ 时是最优的. 2　m 台特殊同类机问题，我们给出 $C_{\min}$ 算法及其竞争比 $\max\left\{m-1, \dfrac{ms+m-1}{m-1+s}\right\}$，并证明 $C_{\min}$ 算法是紧的且当 $1\leqslant s\leqslant (m-1)(m-2)(m\geqslant 3)$ 时是最优的.

第三章考虑已知工件最大加工时间的半在线问题，目标为极小化机器最大负载. 主要讨论四个问题：1　对于两台同类机的问题，我们给出竞争比分别为 $\dfrac{2(s+1)}{s+2}$ $(1\leqslant s\leqslant 2)$ 和 $\dfrac{s+1}{s}$ $(s>2)$ 的 Qmax2 算法，并且证明此算法是紧的且相应某些 s 的特殊值是最优的. 2　对于三台同类机半在线问题，我们给出 Qmax3 算法并证明此算法的竞争比不大于 $\dfrac{2(r+s+1)}{2r+s}$ $(1<s\leqslant 2)$ 和 $\dfrac{r+2s+1}{r+s}$ $(s>2)$ 且严格小于 2. 3　对于三台特殊

同类机问题，给出 $Q\max3t$ 算法并证明其竞争比不大于 $\frac{s+2}{2}$ $(1\leqslant s\leqslant 2)$ 和 $\frac{s+2}{s}(s>2)$ 且恒小于2.4　最后我们考虑 m 台同型机问题，给出一个竞争比为 $\frac{2m-3}{m-1}$ 的 $C_{\max}$ 算法并证明此算法对任何 $m\geqslant 3$ 是紧的.

第四章中，我们考虑已知工件总加工时间的两台同类机半在线问题，目标为极大化最小机器负载. 我们给出 $Q2\min$ 算法并证明此算法的竞争比小于 $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$，而此问题竞争比的下界为 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. 同时证明当 $s=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 时 $Q2\min$ 算法是最优的.

在第五章中，我们考虑带机器准备时间的已知工件总加工时间的半在线问题. 第一节考虑 $P2, r_i \mid sum \mid C_{\min}$ 问题，给出 $Prsum$ 算法并证明此算法的竞争比为 $\frac{3}{2}$ 且是最优算法. 在第二节则考虑 $Q2, r_i \mid sum \mid C_{\max}$ 问题，给出 $Qr\max$ 算法并证明此算法的竞争比为$\sqrt{2}$；同时给出此问题的一个下界.

第六章我们首先引进一个新的半在线术语：半在线模型的松弛，然后我们介绍一个新的半在线模型：已知工件最大加工时间在某一区域内，即 *known largest job interval* 模型. 第一节考虑 $P2 \mid known\ largest\ job\ interval \mid C_{\max}$ 问题，我们给出 *Pinterval* 算法及其竞争比，并证明此竞争比是紧的且与最优竞争比的误差不超过$\frac{4}{33}$. 第二节考虑 $P2 \mid knownl\ argest\ job\ interval \mid$

$C_{\min}$ 问题，我们给出 *Pinterval* 算法的竞争比，并证明此竞争比是紧的且与最优竞争比的误差不超过$\frac{1}{4}$.

关键词　排序问题，半在线，竞争比

Abstract

This paper studies semi online parallel machine scheduling problems. In the first we introduce basic notions of scheduling problems, competitive analysis and approximation algorithm, summarize semi online models and their results which appear in recent years.

In Chapter 2, we investigate semi online scheduling problems where the largest processing time of all jobs is known in advance. The goal is to maximize the minimum machine completion time. In this chapter, we mainly consider two problems: 1 For the case of three uinform machines, we present min3 algorithm and show its competitive ratio is $\max\left\{r+1, \frac{3s+r+1}{1+r+s}\right\}$ which is tight and optimal for $1 \leqslant s \leqslant 2$ 、$r=1$. 2 For a special case of m uniform machines, we provide $C_{\min}$ algorithm and show its competitive ratio is $\max\left\{m-1, \frac{ms+m-1}{m-1+s}\right\}$ which is tight and optimal for $1 \leqslant s \leqslant (m-1)(m-2)(m \geqslant 3)$.

In Chapter 3, we consider the semi online scheduling problems where the largest processing time of all jobs is known in advance. The objective is to minimize the maximum machine completion time. We mainly consider four problems: 1 We give $Q\max2$ algorithm whose competitive

ratio is $\frac{2(s+1)}{s+2}$ $(1 \leqslant s \leqslant 2)$ and $\frac{s+1}{s}$ $(s>2)$ for two uniform machines case, and show Qmax2 algorithm is tight and optimal for some s. 2 For the case of three uniform machines, we present Qmax3 algorithm whose competitive ratio is not greater than $\frac{2(r+s+1)}{2r+s}$ $(1<s\leqslant 2)$ and $\frac{r+2s+1}{r+s}$ $(s>2)$ but strictly less than 2. 3 If the machine are three special machines, we provide Qmax3t algorithm whose competitive ratio is not greater than $\frac{s+2}{2}$ $(1 \leqslant s \leqslant 2)$ and $\frac{s+2}{s}$ $(s>2)$ but strictly less than 2. 4 Finally, we investigate m identical parallel machines case. We give $C_{\max}$ algorithm and show its competitive ratio is $\frac{2m-3}{m-1}$ which is tight for every $m \geqslant 3$.

In Chapter 4, we study such scheduling problem where the total processing times of all jobs is known in advance on two uniform machines with objective to maximize the minimum machine completion time. We propose Q2min algorithm and show its competitive ratio is less than $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$, while the lower bound is $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. We also prove the Q2min algorithm is optimal for $s=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ case.

In Chapter 5, we consider semi online scheduling problem where the total processing time is known in advance with nonsimultaneous machine available times. In the first section, we investigate $P2, r_i \mid sum \mid C_{\min}$ problem. We present *Prsum* algorithm and show its competitive ratio is $\frac{3}{2}$ which is optimal. In the second section, we study $Q2, r_i \mid sum \mid C_{\max}$ problem. We propose *Qr*max algorithm whose competitive ratio is $\sqrt{2}$.

In Chapter 6, we introduce a new terminology: relaxation of semi online model and a new semi online model: *known largest job interval*. In the first section, we investigate $P2 \mid$ *known largest job interval* $\mid C_{\max}$ problem. We present *Pinterval* algorithm which is tight and show the the difference between its competitive ratio and the optimum does not excess $\frac{4}{33}$. In the second section, we study $P2 \mid$ *known largest job interval* $\mid C_{\min}$ problem. We show the competitive ratio of *Pinterval* algorithm is tight and the the difference between its competitive ratio and the optimum does not excess $\frac{1}{4}$.

Key words Scheduling, Semi online, Competitive ratio

目　录

第一章　绪　　论

§1.1　排序问题

排序(scheduling)问题是一类有着重要理论意义和广泛实际背景的组合优化问题[55, 56, 64]，其实质是寻求对需完成的任务的合理安排以得到某种意义下的最优结果. 它在生产计划调度、信息处理、公用事业管理等诸多方面具有大量的应用.《美国国防部与数学科学研究》[65]的报告认为：20 世纪 90 年代以至整个 21 世纪数学发展的重点将从连续的对象转向离散的对象，并且组合最优化将会有很大的发展."因为在这个领域内存在大量急需解决而又极端困难的问题，其中包括如何对各个部件进行分隔、布线和布局的问题."而分隔、布线和布局就与排序有关. 同时，排序问题与理论计算机科学和离散组合数学存在密切的联系. 从 1954 年 Johnson 第一篇经典排序论文[36]问世以来的半个世纪中全世界已经发表了排序文献 2 千多篇. 排序问题的长足发展，特别是新型排序的丰硕成果使排序论已经成为发展最迅速、研究最活跃、成果最丰硕、前景最诱人的学科领域之一.

在排序文献中，习惯上把需要完成的任务称为工件(job)，工件集用 $J=\{J_1, J_2, \cdots, J_n\}$ 来表示. 把完成任务需要的资源称为机器(machine)，机器集用 $M=\{M_1, M_2, \cdots, M_m\}$ 来表示. 工件 J_j 的加工时间用 p_j 表示，在文中也用 p_j 指代工件 J_j. 对某个给定的目标函数我们希望能够找到一个可行的排序(schedule)使其达到最大(或最小). 这里的可行一般指在同一时刻一台机器上至多能加工一个工件，一个工件也只能在一台机器上加工，并且该排序满足问题的特定

要求.

排序问题按静态（static）和动态（dynamic）、确定性（deterministic）和非确定性（non-deterministic）可以分为四类. 对于静态的确定性排序问题，我们习惯上用三参数法来表示. 1967年Conway[11]等首先提出用四个参数来表示排序问题，1979年Graham[20]等提出改用三参数即用$\alpha|\beta|\gamma$来表示一个排序问题. 其中α、β、γ分别代表特定的机器环境、工作特征和最优准则.

机器环境用来描述机器的数量，不同机器之间的关系等与机器有关的性质. 机器可以分为两大类：通用平行（parallel）机和专用串联（dedicated）机. 对于不允许中断加工的情况来讲，一个工件在m台平行机器上加工只需要在m台机器中的任何一台机器上加工一次即可；一个工件在m台串联机上的加工则需要在这m台机器中的每一台机器上都加工一次. 平行（parallel）机又可以分为三类：具有相同加工速度的同型（identical）机、具有不同加工速度但此速度不依赖于工件的同类（uniform）机和随加工的工件不同加工速度也不同的非同类（unrelated）机. 在三参数表示法中它们分别用P,Q,R表示. 串联（dedicated）机也可以分为三类：每个工件以特定的相同的机器次序在机器上加工的流水作业（flow shop）、工件依次在机器上加工的次序可以任意的自由作业（open shop）和每一个工件以各自特定的机器次序进行加工的异序作业（job shop）.

工作特征一般可用工件的加工时间、工件可以开始加工的时间、工件相互之间的依赖关系等来刻画.

在经典的排序文献中，我们根据排序者在排序时掌握工件信息的多少把排序问题分为离线（offline）和在线（online）两类. 在离线问题中，全部工件的所有信息都已知，排序者可以充分利用上述信息对工件进行安排. 而对在线问题，其基本假设有两条：(1) 工件的信息是逐个释放的，即工件p_{j+1}的信息只有在排序者对工件p_1，p_2，…，p_j作出安排后才会被排序者所知；(2) 工件加工不可改变，即一旦排序者将工件安排给某台机器加工，在其后的任何阶