线性代数（第二版）

同步学案

◎主　编　王希云

高等教育出版社

线性代数(第二版)同步学案

Xianxing Daishu (Di-er Ban) Tongbu Xuean

主　编　王希云

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是与王希云主编的《线性代数》（第二版）相配套的同步学案，涵盖了教材的前六章内容，包括行列式、矩阵、向量、线性方程组、方阵的特征值与特征向量、二次型等。本书将线性代数的每章进行了“碎片化”处理，即按照教材中每节的知识点进行划分，每个知识点所对应的学案包括两部分：阅读导航与练一练。每章后都有练一练的参考答案，便于学生自判。

图书在版编目（C I P）数据

线性代数（第2版）同步学案 / 王希云主编. -- 北京 ：高等教育出版社，2015. 2

ISBN 978-7-04-042054-8

Ⅰ. ①线… Ⅱ. ①王… Ⅲ. ①线性代数－高等学校－教学参考资料 Ⅳ. ①O151. 2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 023053 号

策划编辑 于丽娜　　责任编辑 杨 帆　　封面设计 张申申　　版式设计 余 杨
责任校对 刘春萍　　责任印制 尤 静

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社　　址	北京市西城区德外大街4号	网　　址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印　　刷	北京市密东印刷有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
开　　本	787mm×1092mm 1/16		http://www.landraco.com.cn
印　　张	5	版　　次	2015年2月第1版
字　　数	120千字	印　　次	2015年2月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定　　价	9.80元

物 料 号　42054-00

前　言

本书是与王希云主编的《线性代数》(第二版)相配套的同步学案。所谓“学案”是指学生课前预习的学习方案。为了帮助学生课前阅读教材,培养学生的学习能力,提高课堂的听课效率,编者参照《线性代数》(第二版)的前六章内容编写了相应的学案。学案内容包括行列式、矩阵、向量、线性方程组、方阵的特征值与特征向量及二次型,适用于工科高等学校的学生。

本书特点及使用指南:

1. 本书将线性代数的每章进行了“碎片化”处理,即按照教材中每节的知识点进行划分,每个知识点所对应的学案包括两部分:阅读导航与练一练。学生可以在“阅读导航”的帮助下有目的地阅读教材,帮助学生理解教材中的内容,学生阅读结束后可立即完成第二部分“练一练”的内容。“练一练”中习题比较基础,这些习题较教材中每节后的习题容易,一般的学生可以通过自学教材独立完成。

2. 为了便于学生保存学案,减少学生抄题的负担,本书装订成学生作业练习本的形式。学生可以在学案上直接完成作业。

3. 本书的每章均有答案,便于学生自判。

4. 课后作业以完成配套教材中的习题为主。

5. 教师可以要求学生课前完成相应学案的内容,结合线性代数课程各类网络教学资源,采取翻转课堂的教学模式,使学生掌握课堂的主动权,提高课堂教学的效果。

本书由王希云主编并统稿。第一章由王欣洁编写,第二章由崔学英编写,第三章由王银珠编写,第四章由陈培军编写,第五章由麻晓波编写,第六章由黄丽编写。

由于编者水平有限,不妥之处在所难免,恳请同仁及使用者不吝赐教,编者不胜感激。

编　者

2014.11

目　录

第1章　行　列　式

1.1　n 阶行列式的定义

1.1.1　二元线性方程组与二阶行列式

一、阅读导航

1. 二阶行列式,与二阶线性方程组的关系;
2. 二阶行列式的代数表达式;
3. 二阶行列式的主对角线;
4. 二元线性方程组的系数行列式.

二、练一练

1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} =$ ____________.

2. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} =$ ____________.

3. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} =$ ____________.

4. $\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} =$ ____________.

5. $\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} =$ ____________.

6. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 = 5 \end{cases}$ 的系数行列式为____________,其解为 $x_1 =$ ____________,$x_2 =$ ____________.

1.1.2　三元线性方程组与三阶行列式

一、阅读导航

1. 三阶行列式,与三阶线性方程组的关系;
2. 三阶行列式的代数表达式(对角线法则);
3. 二阶、三阶行列式的共性,利用对角线法则计算三阶行列式.

二、练一练

1. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$ ____________.

2. 三阶行列式的展开式共有____________项.

1.1.3　全排列及其逆序数

一、阅读导航

1. 全排列、逆序、逆序数、奇排列、偶排列的概念,逆序数的记号;
2. 对换、对换的性质;

3. 奇排列与偶排列的关系.

二、练一练

1. $\sigma(43152)=$______,该排列为______排列.

2. $\sigma(51423)=$______,该排列为______排列.

3. 排列 $n(n-1)\cdots 21$ 的逆序数为______.

4. 下列命题错误的是(　　).

(A) 对换改变排列的奇偶性

(B) n 个不同数字的全排列中,奇偶排列各占一半

(C) 交换排列 4321 中任意两个元素的位置都可以得到一个奇排列

(D) 排列 $n(n-1)\cdots 21$ 为偶排列

1.1.4　n 阶行列式的定义

一、阅读导航

1. 三阶行列式的特点(项数、每项的构成(除正负号)、每项的正负号);

2. 三阶行列式 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ 一般项的形式;

3. 计算三阶行列式 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ (用 $\sum$、逆序数及三阶行列式的一般形式表示);

4. n 阶行列式的两种定义;

5. 三种特殊的行列式:对角行列式、上三角行列式、下三角行列式的特点.

二、练一练

1. 下列命题错误的是(　　).

(A) 三阶行列式可以借助对角线法则记忆

(B) 三阶行列式的展开式共有 6 项

(C) 三阶行列式的展开式各项的符号中正号、负号各占一半

(D) 对角线法则仍适用于高阶行列式

2. n 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$ 共有______项.

3. n 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$ 的一般项为

______或______.

4. n 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$ (行标按自然顺序排列)可表示为______.

5. n 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$ (列标按自然顺序排列)可表示为________________.

6. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{vmatrix}=$________.

7. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \end{vmatrix}=$________.

8. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{vmatrix}=$________.

9. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 23 \\ 10 & 1 & 2 & 9 & 10 \\ 3 & 4 & 7 & 8 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}=$________.

10. 用定义计算下列行列式:

(1) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$;

(2) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$;

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$;

(4) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 8 & 9 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$;

(5) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \end{vmatrix}$;

(6) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$;

(7) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 0 \\ 10 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$;

(8) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$;

(9) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$;

(10) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 0 \\ 6 & 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$;

(11) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{vmatrix}$;

(12) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 0 \\ 6 & 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

1.2 n 阶行列式的性质

一、阅读导航

1. 行列式的转置;
2. 行列式的性质(转置、对换、数乘、倍加、加法);
3. 行列式为零的条件.

二、练一练

1. 下列命题错误的是(　　).
(A) 行列式中行与列具有同等的地位
(B) 对换行列式的两行(列),行列式变号
(C) 若行列式中两行(列)成比例,则行列式等于零
(D) 将行列式某一行(列)的各个元素乘同一数,其值不变
2. 下列命题错误的是(　　).
(A) 若行列式中某行(列)元素全为零,则行列式为零
(B) 若行列式中两行(列)对应元素相同,则行列式为零
(C) 若行列式中两行(列)对应元素成比例,则行列式为零

(D) 若行列式主对角线元素全为零,则行列式为零

3. 根据行列式的性质 1.1(转置),设

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

则

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}= \underline{\qquad\qquad}(\text{用 } D \text{ 表示}).$$

4. 根据行列式的性质 1.2(对换),设

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

则

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}= \underline{\qquad\qquad}(\text{用 } D \text{ 表示}).$$

5. 根据行列式的性质 1.3(倍乘),设

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

则

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}= \underline{\qquad\qquad}(\text{用 } D \text{ 表示}),$$

$$\begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \\ ka_{31} & ka_{32} & ka_{33} \end{vmatrix}= \underline{\qquad\qquad}(\text{用 } D \text{ 表示}).$$

6. 根据行列式的性质 1.4(加法),

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+b_1 & a_{22}+b_2 & a_{23}+b_3 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}= \underline{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ & & \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ & & \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}.$$

7. 根据行列式的性质 1.5(倍加),

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+2a_{11} & a_{22}+2a_{12} & a_{23}+2a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}= \underline{\qquad\qquad}.$$

8. $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}= \underline{\qquad\qquad}.$

9. $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 4 & 20 & 24 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}= \underline{\qquad\qquad}.$

1.3 n 阶行列式的展开

一、阅读导航

1. 行列式元素的余子式,代数余子式,余子式与代数余子式的关系;
2. 行列式按一行(列)展开定理;
3. k 阶子式;
4. 子式的余子式,代数余子式;
5. 行列式按若干行(列)展开定理(Laplace 定理).

二、练一练

1. 设 $D=\begin{vmatrix}2&0&4\\-3&1&0\\1&2&5\end{vmatrix}$, 则 $M_{32}=$ __________, $A_{13}=$ __________(用行列式表示).

2. 四阶行列式 $D=|a_{ij}|$ 可按照第二行展开为____________________,按照第三列展开为____________________.

3. 若 $D=\begin{vmatrix}-1&5&7&-8\\1&1&1&1\\2&0&9&6\\-3&4&3&7\end{vmatrix}$, 则 $A_{11}+A_{12}+A_{13}+A_{14}=$ __________.

4. 若 $D=\begin{vmatrix}1&2&3&4\\2&2&1&1\\5&6&7&8\\1&1&3&3\end{vmatrix}$, 则二阶子式 $\begin{vmatrix}5&6\\1&1\end{vmatrix}$ 的余子式为__________,代数余子式为__________.

5. $\begin{vmatrix}1&0&0&0&0&0\\e&2&0&0&0&0\\f&g&3&0&0&0\\a&b&c&0&0&1\\s&h&m&0&2&u\\z&x&r&3&v&t\end{vmatrix}=$ ____________________.

6. $\begin{vmatrix}0&0&0&1&0&0\\0&0&0&e&2&0\\0&0&0&f&g&3\\0&0&1&a&b&c\\0&2&u&s&h&m\\3&v&t&z&x&r\end{vmatrix}=$ ____________________.

1.4 n 阶行列式的计算

一、阅读导航

1. 行列式的计算方法;
2. “两条线型行列式”的计算;
3. “箭形行列式”的计算;
4. “三对角行列式”的计算;
5. “Hessenberg 型行列式”的计算;
6. 范德蒙德(Vandermonde)行列式的形式及计算.

二、练一练

1. (1) $\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & c & d \end{vmatrix} =$ ____________;

(2) $\begin{vmatrix} 0 & a & b & 0 \\ c & 0 & 0 & d \\ e & 0 & 0 & f \\ 0 & g & h & 0 \end{vmatrix} =$ ____________;

(3) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} =$ ____________;

(4) $\begin{vmatrix} a_1-b_1 & a_1-b_2 & a_1-b_3 \\ a_2-b_1 & a_2-b_2 & a_2-b_3 \\ a_3-b_1 & a_3-b_2 & a_3-b_3 \end{vmatrix} =$ ____________;

(5) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix} =$ ____________;

(6) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2^2 & 2^3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3^2 & 3^3 \\ 1 & 4 & 4^2 & 4^3 \end{vmatrix} =$ ____________;

2. 计算下列行列式:

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{vmatrix}$;

(2) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$;

(3) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

1.5 克拉默(Cramer)法则

一、阅读导航

1. 克拉默生平简介

克拉默(Gabriel Cramer,1704 年 7 月 31 日—1752 年 1 月 4 日),瑞士数学家,生于日内瓦,卒于法国塞兹河畔巴尼奥勒.早年在日内瓦读书,1724 年起在日内瓦加尔文学院任教,1734 年成为几何学教授,1750 年任哲学教授.他自 1727 年进行为期两年的旅行访学.在巴塞尔与约翰·伯努利(Johann Bernoulli)、欧拉(Euler)等人学习交流,结为挚友.后又到英国、荷兰、法国等地拜见许多数学名家,回国后在与他们的长期通信中,加强了数学家之间的联系,为数学宝库留下大量有价值的文献.他一生未婚,专心治学,平易近人且德高望重,先后当选为伦敦皇家学会、柏林研究院和法国、意大利等学会的成员.

他的主要著作是在 1750 年出版的《代数曲线的分析引论》,首先定义了正则曲线、非正则曲线、超越曲线和无理曲线等概念,第一次正式引入坐标系的纵轴(y 轴),然后讨论曲线变换,并依据曲线方程的阶数将曲线进行分类.为了确定经过 5 个点的一般二次曲线的系数,应用了著名的"克拉默法则"(Cramer Rule),即由线性方程组的系数确定方程组解的表达式.该法则于 1729 年由英国数学家麦克劳林(Maclaurin)得到,1748 年发表,但克拉默的优越符号使之流传.书中还讨论了麦克劳林注意到的一个曲线相交的悖论,给出与欧拉在 1748 年得到的相同解释,后人称之为"克拉默悖论"(Cramer Paradox).此外,他还留下若干数学史笔记,提出应用于数理经济和概率论的"数学效益"概念.

2. Cramer 法则的内容:一个条件,三个结论;

3. Cramer 法则的证明思路;

4. n 阶齐次线性方程组的解的情况;

5. n 阶齐次线性方程组只有零解的充要条件,n 阶齐次线性方程组只有非零解的充要条件.

二、练一练

1. 设线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n, \end{cases} \tag{1.1}$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = 0, \end{cases} \tag{1.2}$$

则下列说法错误的是(　　).

(A) 若线性方程组(1.1)的系数行列式不为零,则(1.1)有唯一解

(B) 若线性方程组(1.2)的系数行列式不为零,则(1.2)有唯一解

(C) 若线性方程组(1.2)的系数行列式不为零,则(1.2)只有零解

(D) 若线性方程组(1.2)有非零解,则(1.2)的系数行列式不为零

2. 用 Cramer 法则解线性方程组$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=1, \\ 2x_1+2x_2+5x_3=2, \\ 3x_1+5x_2+x_3=3. \end{cases}$

3. 已知齐次线性方程组$\begin{cases} \lambda x_1+x_2+x_3=0, \\ x_1+\mu x_2+x_3=0, \\ \lambda x_1+2\mu x_2+x_3=0 \end{cases}$有非零解，则 $\lambda=$__________或 $\mu=$__________.

第 1 章练一练答案

1.1 n 阶行列式的定义

1.1.1 二元线性方程组与二阶行列式

1. -1. 2. $ad-bc$. 3. $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$. 4. $b_1a_{22}-a_{12}b_2$. 5. $a_{11}b_2-b_1a_{21}$.

6. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$, 1, 1.

1.1.2 三元线性方程组与三阶行列式

1. -27. 2. 6.

1.1.3 全排列及其逆序数

1. 6, 偶. 2. 6, 偶. 3. $\frac{n(n-1)}{2}$. 4. D.

1.1.4 n 阶行列式的定义

1. D. 2. $n!$.

3. $(-1)^{\sigma(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}$ 或 $(-1)^{\sigma(i_1i_2\cdots i_n)}a_{i_11}a_{i_22}\cdots a_{i_nn}$.

4. $\sum\limits_{j_1j_2\cdots j_n}(-1)^{\sigma(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}$.

5. $\sum\limits_{i_1i_2\cdots i_n}(-1)^{\sigma(i_1i_2\cdots i_n)}a_{i_11}a_{i_22}\cdots a_{i_nn}$.

6. 400. 7. 180. 8. 180. 9. 0.

10. (1) -40; (2) -25; (3) 0; (4) 2 520; (5) 56; (6) 56; (7) 1 800; (8) 56; (9) 1 800; (10) -54; (11) -54; (12) -27.

1.2 n 阶行列式的性质

1. D. 2. D. 3. D. 4. $-D$. 5. kD, k^3D.

6. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ 或者 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ b_1 & a_{22} & b_3 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ 等 8 种情况.

7. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$. 8. 0. 9. 0.

1.3 n 阶行列式的展开

1. $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 0 \end{vmatrix}$, $(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$.

2. $a_{21}A_{21}+a_{22}A_{22}+a_{23}A_{23}+a_{24}A_{24}$, $a_{13}A_{13}+a_{23}A_{23}+a_{33}A_{33}+$