电子学基础系列

ELECTRONICS

现代工程数学

XIANDAI GONGCHENG SHUXUE XIANDAI GONGCHENG SHUXUE

王建军 编著

復旦大學出版社

电子学

ELEC

现代工程数学

XIANDAI GONGCHENG SHUXUE

XIANDAI GONGCHENG SHUXUE

王建军 编著

复旦大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

现代工程数学/王建军编著. —上海:复旦大学出版社,2014.9
(复旦博学·电子学基础系列)
ISBN 978-7-309-10932-0

Ⅰ. 现… Ⅱ. 王… Ⅲ. 工程数学 Ⅳ. TB11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 195797 号

现代工程数学
王建军 编著
责任编辑/梁 玲

复旦大学出版社有限公司出版发行
上海市国权路 579 号 邮编:200433
网址:fupnet@fudanpress.com http://www.fudanpress.com
门市零售:86-21-65642857 团体订购:86-21-65118853
外埠邮购:86-21-65109143
上海市崇明县裕安印刷厂

开本 787×960 1/16 印张 27.75 字数 473 千
2014 年 9 月第 1 版第 1 次印刷

ISBN 978-7-309-10932-0/T·523
定价:58.50 元

作 者 简 介

王建军，男，1960年10月出生. 任教于复旦大学电子工程系. 长期从事教学科研工作，曾任韩国高丽大学高级访问学者. 主要研究领域为信息安全、数字图像处理，发表论文50余篇，主持国家自然基金面上项目“图像稀疏表示在统计不可检测安全隐写中的应用研究”及多项科研工作.

内 容 提 要

“现代工程数学”是以讨论复变函数、积分变换、特征函数、微分方程及其应用为主要内容的专业基础课. 全书共10章，前5章主要讨论复变函数的基本概念、解析函数、柯西积分、复变函数级数、留数定理在实变函数积分中的应用、傅立叶分析；后5章主要讨论常微分方程、拉普拉斯变换、微分方程的级数解法和特征函数、波动方程的建立和求解方法、热传导方程的建立和求解方法、拉普拉斯方程的解法及应用，并给出了相应数学软件Maple的程序代码.

在教材的编写过程中，作者充分吸收国内外优秀教材精华，并结合复旦大学电子工程及相关专业的实际需要进行编写，是一本适合电子工程类及工科各专业的工程数学教材.

前　　言

本书是在复旦大学电子工程系多年教学实践基础上编写而成,编写本书的目的是由于数学方法在现代工程技术、社会经济及其他领域的应用越来越广泛,因此理论与现代计算工具相结合是必要的.

为了实现上述目的,在编写过程中,作者十分注意数学理论与实际应用的结合.在经典数学理论的基础上增加了计算机仿真实例,如 Maple, Mathematica 及 Matlab 常用的数学软件.针对工科学生的特点,为了使学生掌握工程数学的基本原理和方法,以及以下 3 个方面的内容:①将实际问题转化为数学模型,这些模型可以是代数方程、微分方程或其他数学表达式;②用合适的数学方法求解数学模型;③解释得到的数学结果的物理意义.

作者在编写过程中注重以下 5 个方面:

(1) 遵循以应用为主、侧重方法的原则,着重介绍数学理论及其在实际中的应用.例如在介绍微分方程的级数解及特征函数时,除了深入浅出地介绍基本理论外,还列举大量的应用实例及计算机仿真结果.

(2) 在介绍拉普拉斯变换和傅立叶变换时,对基本内容进行适当调整,增加 Maple 软件在求积分变换与反变换中的应用.

(3) 在介绍偏微分方程时,详细地介绍方程的建立、分离变量法,以及拉普拉斯变换和傅立叶变换在解偏微分方程中的应用,同时给出参数的变化对方程解的影响的仿真曲线.

(4) 问题的引入和范例体现应用的特点,许多例子来自电路应用,再用计算机软件去仿真实际问题,这样可以提高学生的学习兴趣,便于理解和接受以便将来的应用.

(5) 为了培养学生分析问题和解决问题的能力及增强学习的自信心,各章后

面给出习题与答案,作者用 Maple 软件对这些答案进行了验证.

本书在编写过程中得到复旦大学电子工程系广大师生的帮助,作者在此表示衷心的感谢.

由于作者水平有限,不妥之处和错误在所难免,恳切希望专家、同行和读者批评指正.

编者

2014 年 4 月

目　录

第1章　复数及复变函数

§1.1　复数及其几何表示

1.1.1　复数

在实数范围内方程 $x^2=-1$ 是无解的，因此引进一个新的数 i，称为**虚数单位**，并规定 $i^2=-1$，从而 i 是方程 $x^2+1=0$ 的一个根.

对于任意两个实数 x, y，称 $z=x+iy$ 或 $z=x+yi$ 为**复数**. x, y 分别称为 z 的**实部**和**虚部**，记作 $x=\mathrm{Re}(z)$, $y=\mathrm{Im}(z)$.

当 $x=0$, $y\neq 0$ 时，$z=iy$ 称为**纯虚数**；当 $y=0$ 时，$z=x+0i$，将其看作实数 x. 两个复数相等，是指它的实部和虚部分别相等. 复数 $z=0$，是指其实部和虚部都是 0，即 $\mathrm{Re}(z)=0$, $\mathrm{Im}(z)=0$.

1.1.2　复数的代数运算

1. 复数的加法、减法和乘法

两个复数 $z_1=x_1+iy_1$ 和 $z_2=x_2+iy_2$ 的加法、减法和乘法的定义如下：

$$z_1\pm z_2=(x_1+iy_1)\pm(x_2+iy_2)=(x_1\pm x_2)+i(y_1\pm y_2),$$

$$z_1z_2=(x_1+iy_1)(x_2+iy_2)=(x_1x_2-y_1y_2)+i(x_2y_1+x_1y_2),$$

称上面两式右端为 z_1, z_2 的和、差与积. 当 z_1, z_2 为实数时，上两式与实数的运算一致.

例 1.1　求两个复数 $8+3i$ 和 $9-4i$ 的实部、虚部、和、差及乘积.

解　设 $z_1=8+3i$, $z_2=9-4i$，那么

$$\mathrm{Re}(z_1)=8,\ \mathrm{Im}(z_1)=3;\ \mathrm{Re}(z_2)=9,\ \mathrm{Im}(z_2)=-4;$$

$$z_1+z_2=(8+3i)+(9-4i)=17-i;$$

$$z_1 - z_2 = (8+3\mathrm{i}) - (9-4\mathrm{i}) = -1+7\mathrm{i};$$

$$z_1 z_2 = (8+3\mathrm{i})(9-4\mathrm{i}) = 72+12+\mathrm{i}(27-32) = 84-5\mathrm{i}.$$

2. 复数的除法

满足 $z_2 z = z_1 (z_2 \neq 0)$ 的复数 $z = x + \mathrm{i}y$,称为 z_1 除以 z_2 的商,记作 $z = z_1/z_2$. 而

$$z_2 z = (x_2 + \mathrm{i}y_2)(x + \mathrm{i}y) = (x_2 x - y_2 y) + \mathrm{i}(xy_2 + x_2 y) = x_1 + \mathrm{i}y_1 = z_1,$$

于是

$$x_1 = x_2 x - y_2 y,\ y_1 = xy_2 + x_2 y,$$

解得

$$x = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2},\ y = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2},$$

因此

$$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + \mathrm{i}\,\frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{x_2^2 + y_2^2}.$$

例 1.2 求两个复数 $8+3\mathrm{i}$ 和 $9-4\mathrm{i}$ 的除法.

解 设 $z_1 = 8+3\mathrm{i}$, $z_2 = 9-4\mathrm{i}$, 那么

$$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{8+3\mathrm{i}}{9-4\mathrm{i}} = \frac{(8+3\mathrm{i})(9+4\mathrm{i})}{(9-4\mathrm{i})(9+4\mathrm{i})} = \frac{60+59\mathrm{i}}{81+16} = \frac{60}{97} + \frac{59}{97}\mathrm{i}.$$

复数运算服从我们熟悉的许多实数运算法则,如果 z_1, z_2 和 z_3 是复数,那么

(1) $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$(加法交换律);

(2) $z_1 z_2 = z_2 z_1$(乘法交换律);

(3) $z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$(加法结合律);

(4) $z_1(z_2 z_3) = (z_1 z_2) z_3$(乘法结合律);

(5) $z_1(z_2 + z_3) = z_1 z_2 + z_1 z_3$(分配律);

(6) $z + 0 = 0 + z$;

(7) $z \cdot 1 = 1 \cdot z = z$.

§1.2 复 平 面

由于一个复数 $z = x + \mathrm{i}y$ 可以由平面上的有序实数 (x, y) 唯一确定,对于平