

名师策划 名师主理 教改结晶 教材精品



新世纪电子信息与自动化系列课程改革教材

丛书主编 邹逢兴

信号处理与系统分析

Signal Processing and System Analysis

(第二版)

高 政 刘亚东 宫二玲 曹聚亮 周宗潭 编 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

新世纪电子信息与自动化系列课程改革教材

信号处理与系统分析

(第二版)

高 政 刘亚东 宫二玲 曹聚亮 周宗潭 编著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书系统介绍了信号处理与系统分析的基本原理和方法。全书共分 12 章, 内容包括: 信号与系统的基本概念、线性时不变系统、傅里叶级数、连续时间傅里叶变换、离散时间傅里叶变换、频率滤波、采样、通信基本原理、拉普拉斯变换、z 变换、数字滤波器设计、随机信号处理初步。每章都设置了一定量的例题、习题和 Matlab 实例, 主要章节还设置了研讨环节, 供研讨课参考使用。

本书可作为自动控制、电子工程、通信、计算机等电类专业的本科生教材, 也可供相关领域研究生、教师和科技工作者参考。

图书在版编目 (C I P) 数据

信号处理与系统分析 / 高政等编著. -- 2版. -- 北京: 中国水利水电出版社, 2015. 1
新世纪电子信息与自动化系列课程改革教材
ISBN 978-7-5170-2779-9

I. ①信… II. ①高… III. ①信号处理—高等学校—教材②信号系统—系统分析—高等学校—教材 IV. ①TN911

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第308678号

策划编辑: 杨庆川 责任编辑: 张玉玲 加工编辑: 袁 慧 封面设计: 李 佳

书 名	新世纪电子信息与自动化系列课程改革教材 信号处理与系统分析 (第二版)
作 者	高 政 刘亚东 宫二玲 曹聚亮 周宗潭 编著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路 1 号 D 座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 68367658 (发行部)、82562819 (万水) 北京科水图书销售中心 (零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	三河市铭浩彩色印装有限公司
规 格	184mm×260mm 16 开本 15.75 印张 385 千字
版 次	2005 年 8 月第 1 版 2005 年 8 月第 1 次印刷 2015 年 2 月第 2 版 2015 年 2 月第 1 次印刷
印 数	0001—3000 册
定 价	29.80 元

凡购买我社图书, 如有缺页、倒页、脱页的, 本社发行部负责调换
版权所有·侵权必究

第二版前言

本书第一版出版已经有九个年头了，我校的自动化、仿真、机械工程及其自动化等专业采用本书作为教材。自 2013 年 1 月起，我们组织了“信号处理与系统分析”课程的一线授课老师对第一版进行了修订。之所以进行本次修订是因为在使用过程中我们陆续发现了原书中一些可以改进的地方，也发现了一些错漏。此外在近年来的教学实践中，我们尝试了小班教学、研讨教学和自修环节等新的教学方式，取得了很好的效果，我们希望通过这些成功的实践体现在本书的内容里面。总体来看，在这一版里我们主要强调了：教学方式的革新、概念描述的准确性、知识点的逻辑关系和可读性。除了第 11 章和第 12 章外，我们在每章的最后设置了研讨环节，供研讨课使用。研讨内容可以分成三类：一是对内容本身的反刍和深化，如第 3~6、10 章的研讨环节；二是对章节概念和内容的拓展，如第 1、2、7、8 章；三是理论的应用案例，如第 9 章。我们建议在本课程的教学中的可以将一些内容设置为自修，这是因为课程里面的很多内容是对偶出现的，如拉普拉斯变换和 z 变换、连续时间傅里叶变换和离散时间傅里叶变换等，它们之间的很多内容，如变换的性质，具有高度的相似性，似乎没有必要重复地在课堂上讲解。可以在讲了连续时间信号的变换后，其离散版本就留给学生通过自学完成，老师在测试环节或者讨论环节对自学效果进行评估，再补充讲解即可。

第二版的执笔人都是本课程的主讲教师，有多年的一线授课经验，其本身的研究领域也和信号处理与系统分析紧密相关。刘亚东副教授负责第 1、2、6、7、11、12 章的修订工作，宫二玲副教授负责第 3~5、9、10 章的修订工作，曹聚亮副研究员负责第八章的修订工作，周宗潭教授负责全书的审定和定稿。邹逢兴教授在本书的修订过程中给出了很多实际的指导，在这里特别表示感谢。

第一版前言

本书是用于大学本科信号处理与系统分析课程的教科书,是在多年本科生教学实践的基础上形成的。对于电类专业来说,信号处理与系统分析是经常遇到的问题,是电类专业要面临的具有共性的问题。同时,本书的一些分析问题和解决问题的方法也可以为非电类专业提供参考。本书的主要对象是高等院校工科专业的本科生,参考学时为 50~80 学时。

使用本书的学生,应该学过了微积分、复变函数、概率论与数理统计、线性代数、电路分析等课程。

信号是一个广泛的概念。如果只限于讨论确定性信号,那么信号就是一个或者几个独立变量的函数。信号在自动控制、电子系统、通信、航空航天、计算机、生物工程、地震学、声学、机器人等领域都有广泛的应用。许多随时间变化的物理量就是典型的信号,例如电压、电流、功率、速度、加速度、位移、密度、场强等。还有一些随位置变化的物理量也是信号,例如灰度、密度、色度等。

许多先修课程,例如电路分析基础、模拟电路等,讲述了电信号的一些简单的处理原理和方法。这门课程进一步系统地学习信号处理的一般性的理论和方法。信号是一个更加广泛的概念,并不专指电信号。

我们把诸如电路这样的载体抽象成“系统”,那么系统的作用就是对信号的变换。注意,这里的“系统”,有些是电路实体,有些可能是看不见摸不着的,比如说,一段计算机程序或者代码就可能是一个系统,一个规则或者一个过程也可以认为是一个系统。以前,与本课程类似的课程是“信号与系统”,或者是“电路、信号与系统”,也就是说,处理信号的系统具有一个比较重要的地位,这是因为,在模拟信号处理阶段,处理信号的实体一般是一个电路。但是近年来,数字信号处理技术占据了主流。处理信号的系统往往是一个计算机软件。因此,对信号的处理方法而不是它的实现方式具有了更大的比重。

本书的第 1 章引出一些信号与系统的基本概念;第 2 章讨论一种基本系统:线性时不变系统;第 3 章以周期信号的傅里叶级数为先导,引入傅里叶分析的方法,并且简要介绍快速傅里叶变换 FFT;第 4 章介绍连续时间信号的傅里叶变换;第 5 章介绍离散时间信号的傅里叶变换;第 6 章介绍频率滤波的一些基本概念;第 7 章介绍采样,这是连接连续时间信号及系统和离散时间信号及系统的一个基本概念;第 8 章简要介绍通信的基本原理及系统;第 9 章介绍拉普拉斯变换;第 10 章介绍 z 变换;第 11 章介绍数字滤波器的原理及其设计方法;第 12 章介绍随机信号处理的一些基本概念。

本书中,连续时间傅里叶变换和离散时间傅里叶变换分别用 $X(j\omega)$ 和 $X(e^{j\omega})$ 来表示,而有些文献中,连续时间傅里叶变换和离散时间傅里叶变换是分别用 $X(\omega)$ 和 $X(\Omega)$ 来表示的。应该说这些符号的选择都是可行的,只不过我们选择了更加通用的表达方式,以便于读者参阅其他文献。应用广泛的工程计算软件 Matlab 的选择与本书的选择也是一致的。

信号处理专业领域的应用范围非常广泛。在系统建模与辨识方面,信号处理的理论和技术可以用于证券市场的行情预测、电子芯片的解密和黑箱估计理论等;信号滤波是信号处理的一个应用,

例如在音响的扬声器系统的设计中,由于不同材质的振动发声体对于不同频率范围的信号有不同的表现,为了使得声音的不同部分都得到完美的再现,我们选择钛合金的扬声器来表现高音部分,选择碳纤维扬声器来表现低音部分,这样就有一个将信号的高频部分和低频部分分开的问题,这里就要用到信号处理的手段来进行滤波;在微弱信号检测方面,信号处理技术将微弱的被淹没在背景噪声中的有用信号提取出来,这样的背景噪声一般是电磁干扰和器件中电荷的无规则运动造成的,这种噪声可以模型化为白噪声,利用信号处理的技术就可以将有用的信号从背景噪声中分离出来;图像处理是信号处理的一个重要方面,例如医学图像处理、计算机断层成像(CT)等都得到了广泛的应用;信息压缩是信号处理的一个典型应用,例如 JPEG、DVD、MPEG 和卫星图像压缩都是成功的应用。以前,卫星对地面拍摄的照片是记录在胶片上的,通过回收卫星获得照片,但是这样做成本高、信息不及时,后来采用数码摄像,但是高清晰度照片所包含的信息量也是很大的,因此在图像的下行传递中必须采用图像压缩技术;通讯是人类对信号处理技术所提出的最早的需求,直到现在这种需求仍然是十分旺盛的。在信号的发射与接收过程中,必须对信号进行各种方式的变换;模式识别技术的发展对信号处理不断地提出新的需求,声音、指纹、面像识别、虹膜识别都是模式识别技术的典型应用。用超声波进行金属探伤、油田勘探等应用都需要在信号中提取特征。

本书包含了大量的 Matlab 实例,采用的是 Matlab 6.1 版本。Matlab 为本课程提供了很好的软件实验平台,同时 Matlab 还以 COM 组件的形式提供了大量的函数库,可以连接到 C/C++、VB、Delphi 等高级语言开发出来的应用软件中去,极具应用价值。

信号处理与系统分析课程是一门专业基础课,它为解决上述应用问题提供了坚实的基础。当我们专注于基础理论时,本课程甚至可以看成是一门应用数学课,也就是说,尽管工程实例有利于概念的理解,但本课程并不完全依赖于具体的工程背景,因而具有更广泛的适用性。

在本书的编写过程中,谢红卫教授和胡德文教授给予了很多的指导和帮助,对本书提出了很好的意见和建议,在此表示衷心的感谢。

由于时间仓促,本书一定存在缺点和不足,望同仁批评指正。

编 者
2005 年 5 月

目 录

第二版前言

第一版前言

第 1 章 信号与系统的基本概念	1	2.2 连续时间 LTI 系统的卷积分析	30
1.1 信号的概念	2	2.2.1 用冲激函数表示连续时间信号	30
1.2 信号的三种主要变换	5	2.2.2 卷积积分	30
1.2.1 时间反转	5	2.3 卷积的性质	31
1.2.2 时间的尺度变换	5	2.3.1 交换律 (Commutative Property)	31
1.2.3 时间移位	6	2.3.2 分配律 (Distributive Property)	33
1.3 信号的周期性和奇偶性	7	2.3.3 结合律 (Associative Property)	34
1.3.1 周期信号	7	2.4 LTI 系统的性质	35
1.3.2 奇信号与偶信号	8	2.4.1 LTI 系统的记忆性质	35
1.4 几种典型信号	8	2.4.2 LTI 系统的可逆性	36
1.4.1 连续时间复指数信号	9	2.4.3 LTI 系统的因果性	37
1.4.2 离散时间复指数信号	10	2.4.4 LTI 系统的稳定性	37
1.4.3 离散时间单位阶跃信号和单位 脉冲信号	12	2.5 单位阶跃响应	38
1.4.4 连续时间单位阶跃信号和单位 冲激信号	13	研讨环节: 线性与时不变性质在信号和系统 分析中的作用	39
1.5 系统的概念	16	思考题与习题二	39
1.6 系统的基本性质	17	第 3 章 傅里叶级数	41
1.6.1 记忆性质	17	3.1 傅里叶分析引论	42
1.6.2 可逆性 (Invertibility)	18	3.2 连续时间周期信号的傅里叶级数展开	43
1.6.3 因果性 (Causality)	19	3.2.1 谐波复指数信号集	43
1.6.4 稳定性 (Stabilization)	20	3.2.2 傅里叶级数系数的确定	45
1.6.5 时不变性 (Time Invariance)	20	3.3 傅里叶级数的收敛	48
1.6.6 线性 (Linearity)	21	3.4 连续时间傅里叶级数的性质	51
研讨环节: 信号与系统的分析和综合	22	3.4.1 线性性质	51
思考题与习题一	23	3.4.2 时域平移性质	51
第 2 章 线性时不变系统	25	3.4.3 时间反转性质	51
2.1 离散时间 LTI 系统的卷积分析	26	3.4.4 时域尺度变换性质	52
2.1.1 用单位脉冲函数表示离散时间信号	26	3.4.5 相乘性质	52
2.1.2 卷积和	26	3.4.6 共轭及共轭对称性质	52
		3.4.7 帕斯瓦尔定理	52

3.5 离散时间周期信号的傅里叶级数展开	54	5.3.1 周期性	95
3.5.1 谐波复指数信号集	54	5.3.2 线性性	95
3.5.2 确定傅里叶级数的系数	56	5.3.3 时移和频移性质	96
3.6 离散时间傅里叶级数的性质	58	5.3.4 共轭与共轭对称性质	96
3.6.1 相乘性质	58	5.3.5 差分性质	96
3.6.2 时域尺度变换性质	59	5.3.6 时间反转性质	96
3.6.3 帕斯瓦尔定理	59	5.3.7 时域扩展性质	97
3.7 离散傅里叶变换	59	5.3.8 频域微分性质	98
3.8 快速傅里叶变换	61	5.3.9 帕斯瓦尔定理	98
3.8.1 计算复杂性	61	5.3.10 卷积性质	98
3.8.2 时间抽取 FFT 算法	61	5.3.11 相乘性质	99
研讨环节: 周期函数与吉布斯现象	63	研讨环节: DFT 与 DTFT 的区别和联系	101
思考题与习题三	64	思考题与习题五	101
参考文献	66	第 6 章 频率滤波	103
第 4 章 连续时间傅里叶变换	67	6.1 周期信号与 LTI 系统	104
4.1 连续时间非周期信号的傅里叶分析	68	6.2 频率响应	105
4.1.1 傅里叶变换的引出	68	6.3 频域滤波的基本概念	107
4.1.2 傅里叶变换	69	研讨环节: 利用频率滤波实现信号增强	111
4.1.3 傅里叶变换的收敛	71	思考题与习题六	111
4.2 连续时间周期信号的傅里叶变换	73	第 7 章 采样	113
4.3 傅里叶变换的性质	75	7.1 奈奎斯特定理	114
4.3.1 线性性质	75	7.2 零阶保持采样	116
4.3.2 时域平移性质	76	7.3 利用内插从样本值重建连续时间信号	118
4.3.3 共轭及共轭对称性质	76	7.3.1 带限内插	118
4.3.4 时域微分与积分性质	77	7.3.2 零阶保持内插	119
4.3.5 时域与频域尺度变换性质	78	7.3.3 线性内插	119
4.3.6 对偶性质	79	7.4 欠采样	120
4.3.7 帕斯瓦尔定理	80	7.5 离散时间系统处理连续时间信号	122
4.4 卷积性质	80	7.6 离散时间信号的采样	128
4.5 相乘性质	83	7.6.1 脉冲串采样	128
4.6 基于傅里叶变换的连续时间 LTI 系统分析	85	7.6.2 抽取与内插	131
研讨环节: 对信号中幅频和相频特性不同作用的理解	86	7.7 连续时间信号的频谱分析	133
思考题与习题四	87	研讨环节: 如何确定合适的采样频率	135
第 5 章 离散时间傅里叶变换	89	思考题与习题七	136
5.1 离散时间非周期信号的傅里叶变换	90	第 8 章 通信基本原理	137
5.2 离散时间周期信号的傅里叶变换	94	8.1 通信的基本概念	138
5.3 离散时间傅里叶变换的性质	95	8.2 信道	141
		8.2.1 无线信道	141
		8.2.2 有线信道	144

8.3 调制和解调	146	10.4 z 变换的 Matlab 分析	194
8.3.1 正弦幅度调制	146	10.5 z 变换的性质	196
8.3.2 正弦幅度调制的解调	148	10.5.1 线性	196
8.3.3 频分复用	151	10.5.2 时域平移性质	196
8.3.4 单边带幅度调制	152	10.5.3 z 域尺度变换	196
8.3.5 频率调制	153	10.5.4 时间反转性质	197
8.4 通信技术的发展简史	154	10.5.5 时间扩展性质	198
研讨环节: 我们身边的通信系统	156	10.5.6 共轭性质	198
思考题与习题八	156	10.5.7 卷积性质	198
第 9 章 拉普拉斯变换	159	10.5.8 z 域微分性质	199
9.1 拉普拉斯变换的导出	160	10.5.9 初值定理	200
9.2 拉氏变换收敛域的性质	162	10.6 基于 z 变换的离散时间 LTI 系统分析	200
9.3 拉普拉斯反变换	166	10.6.1 因果性	201
9.4 拉普拉斯变换的性质	168	10.6.2 稳定性	201
9.4.1 线性	168	10.6.3 因果而且稳定	201
9.4.2 时域平移性质	168	10.6.4 由线性常系数差分方程表征的系统	201
9.4.3 S 域平移性质	170	10.7 单边 z 变换	202
9.4.4 时域尺度变换性质	170	10.7.1 单边 z 变换和单边 z 反变换	203
9.4.5 卷积性质	171	10.7.2 单边 z 变换的性质	204
9.4.6 时域微分性质	172	10.7.3 利用单边 z 变换求解差分方程	205
9.4.7 S 域微分性质	172	研讨环节: 拉氏变换与 z 变换的关系	206
9.4.8 时域积分性质	173	思考题与习题十	206
9.4.9 初值与终值定理	173	第 11 章 数字滤波器设计	209
9.5 基于拉氏变换的 LTI 系统分析	174	11.1 离散时间系统及其信号流图表示	210
9.5.1 基于拉氏变换的连续时间 LTI 系统性能分析	174	11.2 无限冲激响应滤波器	212
9.5.2 由线性常系数微分方程到系统函数	176	11.2.1 直接形式	212
9.6 单边拉普拉斯变换	177	11.2.2 级联形式	214
9.6.1 单边拉氏变换和单边拉氏反变换	177	11.2.3 转置形式	214
9.6.2 单边拉氏变换的性质	178	11.3 有限冲激响应滤波器	215
9.6.3 利用单边拉氏变换求解微分方程	178	11.3.1 直接形式	215
研讨环节: 拉氏变换在控制系统分析中的应用	180	11.3.2 级联形式	216
思考题与习题九	181	11.4 从模拟滤波器到数字滤波器	216
第 10 章 z 变换	185	11.4.1 冲激不变法 (Impulse Invariance Method)	216
10.1 z 变换的导出	186	11.4.2 双线性变换 (Bilinear Transformation)	219
10.2 z 变换收敛域的性质	188	11.5 用 Matlab 设计滤波器	220
10.3 z 反变换	191	11.5.1 近似滤波器	220

11.5.2 计算滤波器的阶数·····	222	12.2 随机过程的统计特征·····	231
11.5.3 设计滤波器·····	224	12.3 统计特征的频域表示·····	233
思考题与习题十一·····	228	12.4 随机信号激励 LTI 系统·····	234
第 12 章 随机信号处理初步·····	229	12.5 谱估计·····	236
12.1 随机过程·····	230	思考题与习题十二·····	239



第 1 章

信号与系统的基本概念

本章的主要目的是学习课程涉及到的“信号”与“系统”的核心概念，以明确课程学习的对象，并方便后续章节的讨论。

首先给出信号的一些基本概念，然后讨论平移、旋转等信号的自由变换，接着讨论正弦信号、指数信号、冲激信号和阶跃信号等典型的信号，再讨论分析信号时经常使用的一些基本性质，例如周期性、奇偶性等，最后讨论系统的概念以及系统的基本性质。

1.1 信号的概念

信号(Signal)是消息的表现形式,消息则是信号的具体内容。在信息论中,信号是用数学函数表示的一种信息流。

信号可分为确定性信号和随机信号。所谓确定性信号(Determinate Signal)即指在自变量的一个取值下,信号的取值是唯一确定的。确定性信号一般是用一个函数来表示的,该函数的独立变量(Independent Variable)或者说自变量可能是一个也可能是几个。所谓随机信号(Random Signal)是对一个随机过程的函数描述,在自变量的一个取值下,随机信号的取值不是唯一确定的,而是符合一定的概率分布。本书第12章会对随机信号进行简单讨论,其他章节中涉及到的信号都是确定性信号。

数学上,信号表示为一个或者多个独立变量的函数,变量可以是时间、空间,但不仅限于时间和空间。如果信号仅包含一个自变量,那么它就是一维信号(One Dimension Signal),可以用一元函数表示,如语音信号、电压信号 $v(t)$ 和电流信号 $i(t)$ 等。如果信号包含两个自变量,就是二维信号(Two Dimensions Signal),可以用二元函数表示,如图像的灰度值作为平面坐标 (i, j) 的函数可以视为二维信号。依此类推,视频信号是三维信号,视频信号是平面坐标 (i, j) 和时间 t 的函数,可以用三元函数表示。

如无特别声明,本课程中的信号都是一维信号。一维信号的自变量决不仅限于时间,但为了简化讨论,课程中函数的自变量都可以理解为时间变量。

进一步地,时间信号还可以分为连续时间信号和离散时间信号。如果信号自变量的定义域是实数域 R ,那么所表示的信号就称为连续时间信号(Continuous-Time Signal),或者称为模拟信号(Analog Signal 或 Simulated Signal),记为 $x(t)$, $t \in R$,这就意味着,作为自变量的时间 t 是从负无穷大到正无穷大变化的实数。我们将信号以时间 t 为横轴,数值 $x(t)$ 为纵轴作出的图形称为信号的波形(Wave Profile)。图1-1展示的就是连续时间信号 $x(t)$ 的波形。

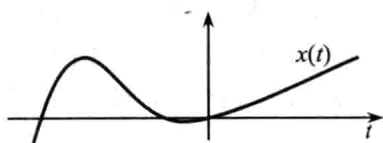


图 1-1 连续时间信号的波形

自然界的信号大都为连续时间信号,例如声音信号、视觉信号、温度信号等。

如果用来表示信号的函数,其自变量的定义域是整数域 Z ,那么所表示的信号称为离散时间信号(Discrete-Time Signal),或者称为序列(Sequence),记为 $x[n]$, $n \in Z$,这就意味着,作为自变量的时间 n 是从负无穷大到正无穷大变化的整数。图1-2所示是一个离散时间信号的波形。

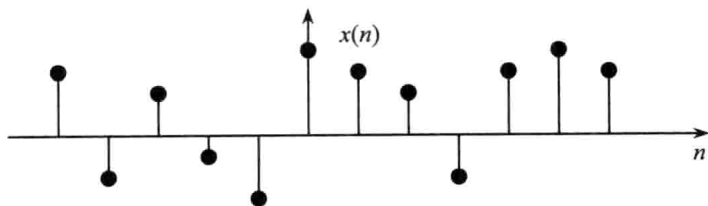


图 1-2 离散时间信号的波形

因为离散时间信号的自变量的定义域是整数域,因此在非整数点上,信号的值 $x[n]$ 是无定义的,例如在图1-2中, $x[3/2]$ 无定义。注意,不能将无定义理解为0。如果没有特殊说明,在本书中, $x(t)$ 和 $x[n]$ 的值域为复数域 C 。

要特别注意的是,这里的“连续”只是“离散”的反义词,与数学分析里面“连续函数”的概念不一样。

许多情况下离散时间信号是由连续时间信号等间隔取样得来的,例如数字电路中A/D转换器的输出就是离散时间信号。但是现实生活中,有些信号本身就是离散信号,例如某支股票的价格、某国的GDP等。并且,离散时间信号也并不总是要求在实际时间上等间隔。由于星期六、星期天、节假日休息,股票价格在时间上就不是等间隔的。

离散信号适合于数字化处理。但严格地说,离散时间信号与我们常说的数字信号是有区别的。这里所定义的离散时间信号的定义域是离散的,但是它的值域却可以是复数域 C ,是可以连续变化的,只有将离散时间信号的值域进一步量化,并且按照某种方式进行编码,才会得到大家熟悉的数字信号。量化所造成的误差,在有些文献中,被作为量化噪声来处理。严格地讲,最基础的数字信号是指值域为 $\{0,1\}$ 的离散时间信号,最底层的数字硬件记录和处理的就是一种数字信号。例如,CD光盘利用凹凸的反射性质来保存数字信号。在图1-3中,(a)是数字信号,(b)是离散时间信号,(c)是连续时间信号。

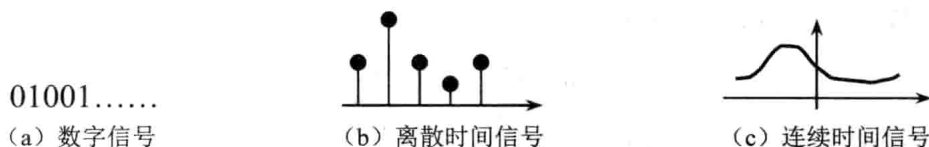


图1-3 不同形式的信号

在数学上,我们知道任意的两个实数之间都存在无穷多个实数。严格地讲,并不是所有的实数都可以被数字系统处理或者存储,例如无理数就不行。这是由于数字系统或者数字计算机的字长是有限的。因此从严格的数学意义上来讲,本书所定义的离散时间信号是无法在数字系统里面实现的。然而,在工程上,我们并不要求计算是完全精确的,而是有一个可容忍的误差范围,所以只要量化级数足够高,量化带来的误差总是可以容忍的,在对信号和系统进行定量和定性分析时是可以被忽略的,所以在用计算机来处理信号时,我们可能意识不到会有误差的存在。总之,工程上的信号处理是理论上的信号处理的一个逼近,是一个将自然信号首先在定义域上离散化,然后在值域上离散化再进行处理的过程。

信号的能量和功率: 电信号的功率和能量的概念是十分明确的,在电路分析课程中我们知道,当电阻上的电流和电压分别为 $i(t)$ 和 $u(t)$ 时,其消耗的功率为:

$$p(t) = u(t)i(t) = Ri^2(t) = \frac{1}{R}u^2(t) \quad (1-1)$$

它在时间 $[t_1, t_2]$ 内消耗的能量为:

$$\int_{t_1}^{t_2} p(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} Ri^2(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{R}u^2(t)dt \quad (1-2)$$

它在时间 $[t_1, t_2]$ 内的平均功率为:

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} Ri^2(t)dt = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{R}u^2(t)dt \quad (1-3)$$

借用电信号的功率和能量的概念,对于一般信号,我们也可以引入能量和功率的概念,这种概

念已经超出了物理上的能量和功率概念的范畴。

一个连续时间信号 $x(t)$ 在时间 $[t_1, t_2]$ 内的能量 (Energy) 定义为:

$$E = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt \quad (1-4)$$

其中, $|\cdot|$ 是复数的模。可以将 E 理解为电压信号或者电流信号 $x(t)$ 在 1 欧姆的电阻上消耗的能量。一个离散时间信号 $x[n]$ 在区间 $[n_1, n_2]$ 内的能量定义为:

$$E = \sum_{n=n_1}^{n_2} |x[n]|^2 \quad (1-5)$$

一个连续时间信号 $x(t)$ 在时间 $[t_1, t_2]$ 内的平均功率 (Average Power) 定义为:

$$E = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt \quad (1-6)$$

一个离散时间信号 $x[n]$ 在区间 $[n_1, n_2]$ 内的平均功率定义为:

$$E = \frac{1}{n_2 - n_1} \sum_{n=n_1}^{n_2} |x[n]|^2 \quad (1-7)$$

一个连续时间信号 $x(t)$ 的总能量定义为:

$$E_{\infty} \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad (1-8)$$

一个离散时间信号 $x[n]$ 的总能量定义为:

$$E_{\infty} \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 \quad (1-9)$$

一个连续时间信号 $x(t)$ 的总平均功率定义为:

$$P_{\infty} \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt \quad (1-10)$$

一个离散时间信号 $x[n]$ 的总平均功率定义为:

$$P_{\infty} \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2 \quad (1-11)$$

能量与功率是信号的两个重要的综合性描述参数,在信息处理和分析中有着广泛的应用。在很多场合,功率和能量概念的引入能够帮助我们更好地理解信号的物理意义,或者为信号分析和处理的方法提供启示。例如控制中的一些最优控制算法(线性二次型)是按能量最小的方式来设计的。按照功率和能量取值情况的不同,常见信号又可以分为:

(1) **能量有限信号**: 能量有限信号的平均功率只能是 0,如图 1-4 所示的单个方波脉冲就是典型的能量有限信号。

(2) **功率有限信号**: 功率有限信号的总能量可能是无限的,如图 1-5 所示的正弦信号就是典型的能量无限、功率有限信号;功率有限信号的能量也可能是有限的,如图 1-4 所示的信号就是能量有限、功率有限信号,只不过功率为 0。能量有限信号总是功率有限的。

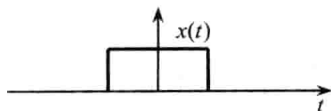


图 1-4 单个方波信号

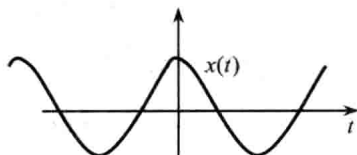


图 1-5 正弦信号

(3) **功率无限信号**: 功率无限信号的总能量也是无限的, 如图 1-6 所示的信号 $x(t) = t$ 就是典型的功率无限信号, 其能量也是无限的。

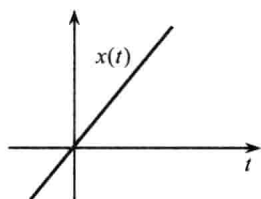


图 1-6 信号 $x(t) = t$

1.2 信号的三种主要变换

信号自变量的变换是信号分析与综合的常用手段, 是信号处理的基本技能。用数学语言来讲, 信号自变量的变换就是函数自变量的变换。这部分内容在数学课程里面已经描述过了, 它虽然简单, 但也是最容易出错的地方, 需要读者细心体会。

1.2.1 时间反转

信号 $x(-t)$ 称为信号 $x(t)$ 的时间反转, 或者简称反转 (Reflection)。当然, 反过来, 信号 $x(t)$ 也可以称为信号 $x(-t)$ 的时间反转。下面通过图 1-7 来图示时间反转, (a) 为原信号 $x(t)$, (b) 为其反转信号 $x(-t)$ 。

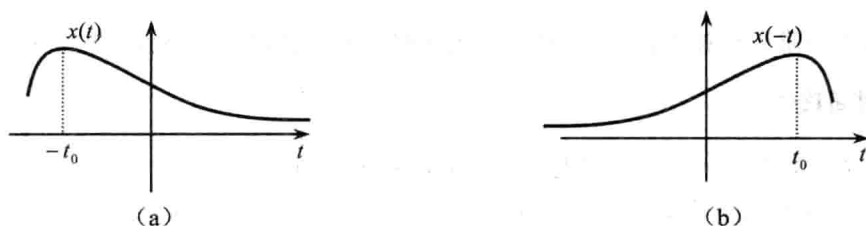


图 1-7 信号的时间反转

信号的波形和它的反转波形彼此关于 y 轴对称。形象地说, 将信号沿着 y 轴“折过来”, 就成为其反转。电影里面“武林高手”一跃上房或者上树的效果, 就是利用胶片倒放来实现的, 这是时间反转的典型实例。同理, 离散时间信号 $x[n]$ 的反转 $x[-n]$ 也是类似的。

1.2.2 时间的尺度变换

信号 $x(at)$ 是对信号 $x(t)$ 进行时间尺度变换 (Time Scaling) 的结果, 其中 a 为实常数。

图 1-8 (b) 和 (c) 分别给出了 $a = 2$ 和 $a = 1/2$ 时时间尺度变换的波形变化示意图, 从中可以看出, 相对于 $x(t)$ 而言, $x(2t)$ 的波形变“窄”了, $x(t/2)$ 的波形变“宽”了。

为了更好地理解和掌握尺度变换, 我们可以引入波形特征点, 例如, 我们可以设信号 $x(t)$ 在 1 秒和 2 秒处的波形幅值分别为特征点 A 和 B。显然, 特征点 A 和 B 在信号 $x(2t)$ 的波形中分别处于 0.5 秒和 1 秒处, 特征点 A 和 B 在信号 $x(t/2)$ 的波形中分别处于 2 秒和 4 秒处。

作为时间尺度变换的实际例子, 我们不妨考察一下录音机, 有些录音机为了延长磁带的使用时间, 增加了变速功能。如果将录放速度降低一半的话, 60 分钟的磁带可以用 120 分钟, 这样做虽

然降低了一些音质,但是对于一些对音质要求不高的场合还是十分有用的。下面对录音机的变速功能做一个分析。

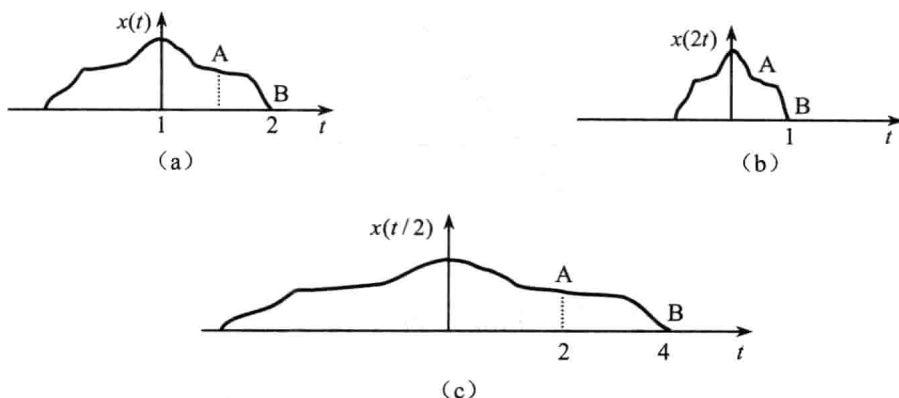


图 1-8 信号的尺度变换

(1) 如果慢速录音,再正常速度放音,例如录音的信号是 $x(t)$,放音时信号变成了 $x(2t)$,这时可以发现,浑厚的男声似乎变成了尖细的女声,其原因在于信号的高频成分被加强了。以单频正弦信号为例,如果 $x(t) = \sin(\omega t)$,则 $x(2t) = \sin(2\omega t)$,可见频率增加了一倍,频率成分向高频段移动。

(2) 如果正常速度录音,再慢速放音,例如录音的信号是 $x(t)$,放音时信号变成了 $x(t/2)$,这时可以发现,尖细的女声似乎变成了浑厚的男声,其原因在于信号的各频率分量都被减半,低频成分更加丰富了。

在第 4 章学习傅里叶变换的时空尺度性质的时候,大家会对尺度变换有更加深刻的理解。

1.2.3 时间移位

信号 $x(t-t_0)$ 或者 $x(t+t_0)$ 称为信号 $x(t)$ 的时间移位 (Time Shift)。如果 $t_0 > 0$,则在波形上 $x(t-t_0)$ 是原信号 $x(t)$ 向右移动形成的,而 $x(t+t_0)$ 是原信号 $x(t)$ 向左移动形成的。图 1-9 给出了信号的时间移位的情况。为了更好地理解时间移位,我们可以引入波形特征点,例如我们可以认为信号 $x(t)$ 的峰值点为特征点。如果 $x(t)$ 的峰值点在 t_m ,那么 $x(t+t_0)$ 的峰值点在 t_m-t_0 处, $x(t-t_0)$ 的峰值点在 t_m+t_0 处。

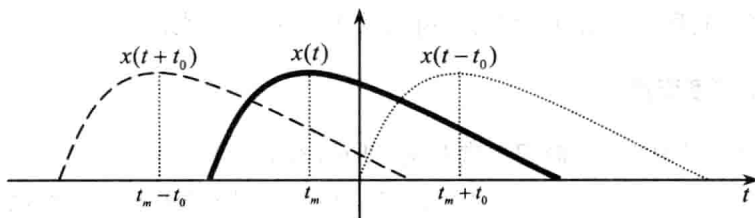


图 1-9 信号的时间移位

在实际信号变换中,通常会综合运用上述多种基本变换。在这种情况下,通过波形特征点(如峰值点、过零点等)的变化情况,可以帮助我们正确地理解自变量的变换。

例题 1.1 已知 $x(t)$ 的波形如图 1-10 (a) 所示,求信号 $x(t+1)$ 、 $x(1-t)$ 和 $x(at+1)$ 的波形,其中 $a > 0$ 。

解: 在图 1-10 中, (a) 是原信号 $x(t)$ 的波形; (b) 是 $x(t)$ 向左移动 1 个单位形成的 $x(t+1)$; (c) 是 $x(1-t)$ 的波形, 是时间反转和时间移位的组合, 原波形 $x(t)$ 先向左移动 1 个时间单位, 再反转, 形成 $x(1-t)$, 事实上, 先反转, 再向右移动 1 个时间单位也可以得到相同的结果; (d) 是 $x(at)$ 的波形, 是 $x(t)$ 的时间尺度变换; (e) 是 $x(at+1)$ 的波形, 原波形 $x(t)$ 先进行 a 的尺度变换, 再向左移动 $1/a$ 个时间单位, 形成 $x(at+1)$, 事实上, 先向左移动 1 个时间单位, 再进行 a 的尺度变换也会得到相同的结果。

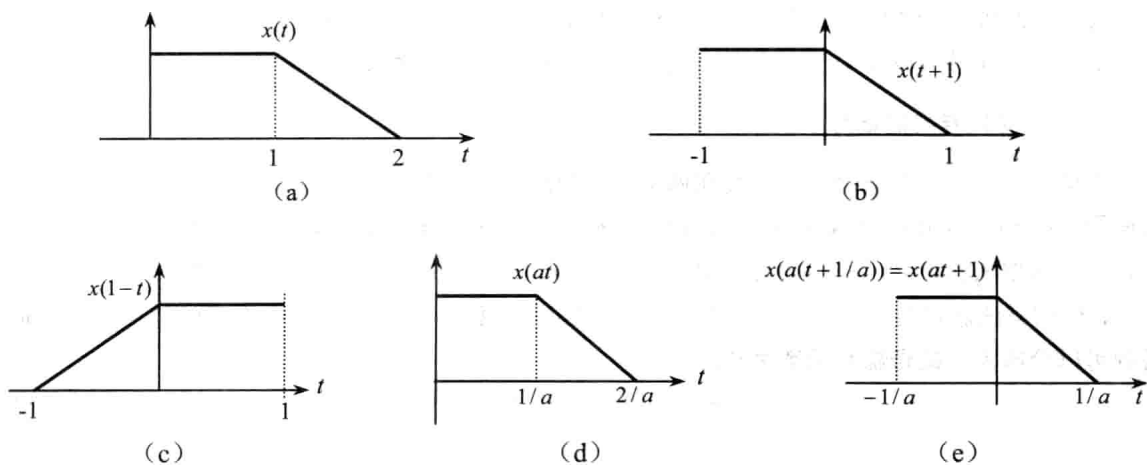


图 1-10 自变量变换举例

1.3 信号的周期性和奇偶性

本节讨论信号的周期性和奇偶性, 这两种性质都是信号的基本属性。

1.3.1 周期信号

在实际中, 周期信号是非常普遍的。许多周而复始的物理振荡就会产生周期信号, 电子系统里面的正弦信号也是周期信号的例子。

下面来讨论周期性的概念。如果存在有界实常数 T , 使得

$$\forall t: x(t) = x(t+T) \quad (1-12)$$

则称 $x(t)$ 为周期信号 (Periodic Signal), T 称为周期信号 $x(t)$ 的周期 (Period)。

显然, 如果式 (1-12) 成立, 反复使用周期性, $x(t+T) = x(t+T+T) = x(t+2T)$, 可以得到:

$$x(t) = x(t+mT) \quad m \in Z \quad (1-13)$$

也就是说, 如果 T 是 $x(t)$ 的周期, 则 mT 也是 $x(t)$ 的周期。因此有必要定义最小正周期, 这个最小正周期也称为周期信号 $x(t)$ 的基波周期 (Fundamental Period)。

对于离散时间信号 $x[n]$, 如果存在有界整常数 N , 使得

$$\forall n: x[n] = x[n+N] \quad (1-14)$$

则称 $x[n]$ 为周期序列, N 就是周期信号 $x[n]$ 的周期。与连续时间信号的情况类似, 如果式 (1-14) 成立, 则有:

$$x[n] = x[n+mN] \quad m \in Z \quad (1-15)$$