普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理学

上册

李文胜　段正亚　主编

University Physics

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理学

（上册）

主　编　李文胜　段正亚
副主编　黄海铭　陈　杰
　　　　杨俊涛　张传坤

机械工业出版社

本书依据教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理课程教学基本要求》的精神，结合作者在多年的教学中所积累的经验编写而成。全书按 100 ~ 120 学时设计，分为上、下两册，共 18 章。上册共 9 章，内容包括质点力学、刚体力学、狭义相对论、分子动理论、热力学基础和静电场；下册包括稳恒电流的磁场、电磁感应、振动和波、物理光学和量子力学简介。本书是上册。

本书可作为普通高等学校工科各专业的教科书，也可供文理科有关专业选用和社会读者阅读。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理学. 上册/李文胜，段正亚主编. —2 版. —北京：机械工业出版社，2015.1
普通高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-111-48739-5

Ⅰ. ①大…　Ⅱ. ①李…②段…　Ⅲ. ①物理学-高等学校-教材　Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 298344 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037）
策划编辑：张金奎　责任编辑：张金奎　熊海丽　任正一
版式设计：常天培　责任校对：陈秀丽
责任印制：刘　岚
北京京丰印刷厂印刷
2015 年 2 月第 1 版·第 1 次印刷
170mm×227mm·15.5 印张·207 千字
标准书号：ISBN 978-7-111-48739-5
定价：28.80 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
社服务中心：（010）88361066	教材网：http://www.cmpedu.com
销售一部：（010）68326294	机工官网：http://www.cmpbook.com
销售二部：（010）88379649	机工官博：http://weibo.com/cmp1952
读者购书热线：（010）88379203	**封面无防伪标均为盗版**

前　　言

物理学是整个自然科学和工程技术的基础，工科物理是高等院校工科各专业的重要基础课。它所阐述的基本思想、基本概念、基本规律和基本方法，不仅是学生学习后续课程的基础，更是全面培养和提高学生的科学素养、科学思维方法和科学研究能力的重要内容。

进入21世纪以来，我国的高等教育已从原来的“精英教育”逐步转向“大众教育”。为适应这种转变，高等教育强化基础课程，实施通才教育，已是大势所趋。为适应新形势下高等教育对大学物理课程改革和实际教学的需要，我们依据教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理课程教学基本要求》的精神，结合教学实际编写了这本《大学物理》教材。

教材以大学物理的基本理论体系为主线，在突出工程应用、展示人文精神、彰显时代特色等方面作了有益的、积极的探讨。

为突出物理学基本原理在工程实际中的应用，我们选取了一些如离心铸造、摩擦式离合器、超级动能武器、空气能热水器、电磁炉、磁流体推进技术、差动变压器式位移传感器、涡电流缓速器、相控阵雷达、红外对抗技术、原子力显微镜、CT和STM等案例，旨在引起读者更大的兴趣，展示物理学的强大生命力。

为展示物理学中所包含的人文思想，我们刻意地发掘了有关物理知识点中所隐含的人文思想。如在积累效应中所含的“锲而不舍”的思想；混沌“蝴蝶效应”中所含的“防微杜渐”的思想；熵增原理中所含的“啬”思想等。其目的是希望读者在学习有关物理知识的同时，还能感受到物理学中所蕴含的人文精神。

为彰显教材的时代特色，教材中引入数值计算，用C语言和Matlab编程求解有关的物理模型，如平抛运动、简谐振动、阻尼振动、受迫振动、拍、李萨如图、驻波、衍射光强分布、混沌等。其宗旨是希望读者在学习时能更进一步体会到建立物理模型的基本方法。

全书按100~120学时设计，分为上、下两册，共18章。上册共9章，内容包括质点力学、刚体力学、狭义相对论、分子动理论、热力学基础和静电场；下册包括稳恒电流的磁场、电磁感应、振动和波、物理光学和量子力学简介。

参加本书编写的有湖北汽车工业学院的李文胜及段正亚、刘国营、黄海铭、张琴、朱

占武、贺泽东、陈杰、杨俊涛、熊永臣、张传坤。湖北汽车工业学院的罗时军教授在本书的编写过程中给予了许多指导和帮助、并担任主审，湖北汽车工业学院的李伟、周原、李新克等演算了全部的习题，机械工业出版社的张金奎担任本书的责任编辑，为本书的出版付出了辛勤的劳动，并做了出色的工作，在此一并表示真诚的感谢。

由于编者水平所限，书中的疏漏和错误之处在所难免，恳请专家、同行和读者不吝赐教。

编　者

目　录

第1章　质点运动学

世间万物处在永恒的运动中，而运动的形式又是那样丰富多彩，其中最简单、最普遍的是机械运动。所谓机械运动是指物体之间或同一物体各部分之间相对位置的变化。机械运动从基本规律来看是一种比较简单的运动形式，但实际遇到的情况往往是复杂的。在处理复杂的运动时，我们必须分清主次，建立简化模型，在弄清一些基本的典型问题的基础上，再逐步深入地分析更为复杂的实际问题。质点运动学的任务是研究作机械运动的物体在空间的位置随时间变化的关系，而不追究运动发生的原因。

本章首先介绍描述物体运动的基本方法，进而引入描述质点运动的物理量如位矢、位移、速度和加速度等，并研究各物理量之间的关系，然后讨论曲线运动，最后介绍相对运动。

1.1　参考系　坐标系　质点

1.1.1　参考系　坐标系

自然界中所有的物体都在不停地运动着，没有绝对静止不动的物体，这就是**运动的绝对性**。在描述一个物体的运动时，先要选定某一物体作为参考物体，选定的参考物体不同，运动描述的结果也可能不同，这便是**运动描述的相对性**。**通常把选为参考的物体称为参考系。**

有了参考系只能定性地描述物体的运动，要定量描述物体不同时刻在空间的位置，还需在参考系上固定一个坐标系。坐标系一旦选定，物体运动的描述也随之确定。常用的坐标系有直角坐标系、自然坐标系、球坐标系和柱坐标系等。

1.1.2　质点

任何物体都有一定的大小和形状，通常物体运动时，其各个部分的位置与时间的函数关系不一定相同，其形状和大小也可能改变。但在某些情况下，如果物体的大小和形状对所研究的问题的影响可以忽略，或只研究物体的整体运动，我们可将被研究的物体看作**只有质量而没有大小和形状的几何点，即质点**。需要强调的是，一个物体能否视为质点，与其大小和形状没有必然的关系，完全取决于所研究的问题。

质点是一理想模型。用理想模型代替实际研究对象，既抓住了问题的主要矛盾，忽略了次要因素，又简化了对问题的处理，是物理学中处理问题的常用方法，也是一切科学研究中的重要方法。

1.2　位置矢量　运动方程　位移

1.2.1　位置矢量　运动方程

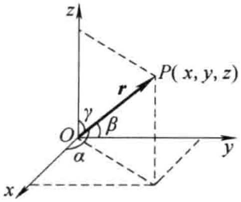

图 1-1　位置矢量

要描述质点的运动，先要确定任意时刻质点所处的位置。在直角坐标系中，质点某时刻运动到位置 P，则可由一组坐标（x，y，z）来确定，也可以用从原点 O 到点 P 的有向线段 $\boldsymbol{r}$ 来表示，如图 1-1 所示。矢量 $\boldsymbol{r}$ 称为**位置矢量**，简称**位矢**。在直角坐标系中，位矢可方便地表示为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

式中，$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别为 x、y、z 轴上的单位矢量。

位矢的大小和方向分别是

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1-2}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{r},\quad \cos\beta = \frac{y}{r},\quad \cos\gamma = \frac{z}{r} \tag{1-3}$$

当质点运动时，它在空间的位置是随时间变化的，因此其位矢 $\boldsymbol{r}$ 也是时间 t 的函数，可表示为

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-4}$$

或

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \tag{1-5}$$

上述方程描述了质点的空间位置随时间的变化规律，称为**质点的运动方程**。质点运动学的主要任务之一，就是根据质点运动的具体条件确定其运动方程。由运动方程的分量式（1-5）消除时间参数 t，便可得到质点运动的轨迹方程。若轨迹为直线，则质点作直线运动，否则，质点作曲线运动。

1.2.2　位移

有了位矢就可以确定质点在某时刻的位置，但要进一步讨论质点位置的变化，还需引入另一重要的物理量——**位移**。如图 1-2 所示，设 t 时刻质点在点 A，$t+\Delta t$ 时刻质点运动到点 B，则在这一段时间内，质点位置的变化可用从起点 A 指向终点 B 的有向线段 $\Delta \boldsymbol{r}$ 表示。矢量 $\Delta \boldsymbol{r}$ 就称为质点在 $t \sim t+\Delta t$ 内的**位移**。

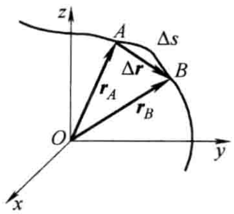

图 1-2　位移与路程

在直角坐标系下，位移可表示为

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A = (x_B - x_A)\boldsymbol{i} + (y_B - y_A)\boldsymbol{j} + (z_B - z_A)\boldsymbol{k} \tag{1-6}$$

仿照位矢大小和方向的计算，容易计算位移的大小和方向。

需要强调的是，位矢和坐标原点的选择有关，而位移与坐标原点的选择无关；位移和路程是不同的，前者表示质点位置的变化，是矢量，而后者表示质点运动的实际轨迹的长度，是标量，只有当 Δt 趋于零或质点作单向直线运动时，位移的大小才和路程相等。

1.3　速度　加速度

1.3.1　速度

位移只能描述质点位置的变化，并不能描述其变化的快慢。为此我们还需引入反映**质点位置变化快慢的物理量——速度**。

如图 1-2 所示，我们把质点在 $t \sim t+\Delta t$ 内的位移与完成此位移所花的时间之比称为该时间 Δt 内质点的平均速度，即

$$\boldsymbol{v}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-7}$$

平均速度是矢量，其方向始终与位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的相同，其大小是 $v=\left|\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}\right|$。应该注意的是，平均速度一般与所取的时间间隔有关，因此讲平均速度，一定要说明是哪一段时间内的。

平均速度只能描述质点在 Δt 的时间内位置随时间变化的粗略情况，而当 Δt 趋于零时，上述平均速度的极限表示 t 时刻位矢的瞬时变化，称之为质点在 t 时刻的**瞬时速度**，简称**速度**，记为

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-8}$$

由上式可见，质点的速度即为其位矢对时间的一阶导数。显然，速度的方向就是 t 时刻质点所在轨道处的切向并指向前进方向。在 SI 中，速度的单位是米每秒（$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$）。

瞬时速度的大小称为瞬时速率，记为

$$v=|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

在直角坐标系中，速度可表示为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1-9}$$

根据矢量的运算法则，不难计算速度的大小和方向。

1.3.2　加速度

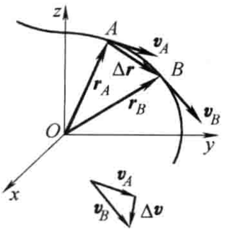

图 1-3　速度与加速度

质点在运动中，其速度通常也随时间变化，为了描述这种变化，我们还需引入加速度这个物体量。如图 1-3 所示，t 时刻质点在 A 处，其速度是 $\boldsymbol{v}_A$，在 $t+\Delta t$ 时刻，质点在 B 处，其速度是 $\boldsymbol{v}_B$。则在 Δt 的时间内，质点速度的变化为

$$\Delta \boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A$$

与讨论速度矢量的情况相似，称

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

为平均加速度。平均加速度也是矢量，其方向与速度增量的方向相同。

显然，平均加速度仅粗略地描写了质点速度在 Δt 的时间间隔内的变化情况。而当 Δt 趋于零时，上式的极限称为**瞬时加速度**，简称**加速度**，记为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-10}$$

在直角坐标系中，加速度可表示为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1-11}$$

同理，不难计算加速度的大小和方向。

加速度精确地描述了质点在某时刻速度随时间的变化，它也是矢量，其方向是 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向，通常指向轨道的凹侧，一般情况与速度的方向并不相同。在 SI 中，加速度的单位是米每二次方秒（$\mathrm{m\cdot s^{-2}}$）。

速度是矢量，其大小和方向的变化都会产生加速度，但加速度在直角坐标系中的分解不能区分两者各自的贡献。若在自然坐标系中分解，就可以区分速度大小和方向各自变化对加速度的贡献。如图 1-4 所示，在质点运动的轨迹线上取任意点 O 为自然坐标系的原点，以质点所在位置点 A 与点 O 间轨迹的长度 s 来确定质点的位置，则称 s 为质点的自然坐标，即

$$s=s(t) \tag{1-12}$$

当质点经 Δt 从点 A 到达点 B 时，Δt 内质点运动的路程为

$$\Delta s=s(t+\Delta t)-s(t) \tag{1-13}$$

设 t 时刻质点处在点 A，在点 A 作两个相互垂直的坐标轴，一个轴沿轨道的切向并指向质点的前进方向，其单位矢量用 $\boldsymbol{\tau}$ 表示，称为**切向坐标**；另一轴沿轨道法向并指向轨道凹侧，其单位矢量用 $\boldsymbol{n}$ 表示，称为**法向坐标**。由于切向和法向坐标随质点沿轨道的运动而自然变化，故称这种坐标系为自然坐标系。

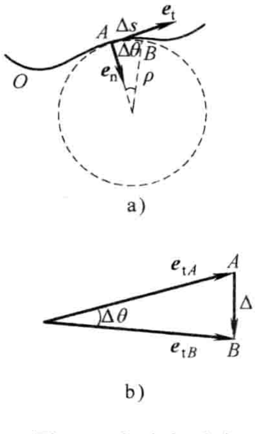

图 1-4　切向加速度与法向加速度

在自然坐标系中，质点的速度表示为

$$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}} \tag{1-14}$$

式中，v 是质点的瞬时速率，即 $\mathrm{d}s/\mathrm{d}t$。一般情况下，v 是随时间变化的，可记为 $v=v(t)$。

根据质点加速度的定义式（1-10），并注意到 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}$ 的方向是随时间变化的，则有

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}(v\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}})}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}+v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t}$$

上式中右边第一项的意义很清楚，它是速度大小的变化，方向沿切向。下面重点讨论第二项的意义。质点在点 A 附近的轨道可以用一密切圆来与之相切，从图 1-4b 中可见，当 Δt 趋于零时，$\mathrm{d}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}$ 的大小为

$$|\mathrm{d}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}|=|\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}|\cdot\Delta\theta=\Delta\theta$$

方向垂直于切向并指向轨道凹侧即轨道的法向。因此

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}$$

从图 1-4a 可见，$\Delta s=\Delta\theta\cdot\rho$，所以，$\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}s=1/\rho$ 称为（轨道在 A 点的）曲率，ρ 是轨道在 A 点的曲率半径，注意到 $\mathrm{d}s/\mathrm{d}t=v$，因此，上述第二项可写成

$$v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t}=\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}$$

由于其方向为轨道的法向，所以此项表示速度方向的改变。

从上述讨论可知，在自然坐标系中，质点的加速度表示为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}} \tag{1-15}$$

或写成切向分量和法向分量的表达形式

$$\begin{cases} a_{\mathrm{t}}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2} \\ a_{\mathrm{n}}=\dfrac{v^2}{\rho} \end{cases} \tag{1-16}$$

式（1-16）中 a_{t} 描述质点速度大小的瞬时变化，称为**切向加速度**；a_{n} 描述质点速度方向的瞬时变化，称为**法向加速度**。

质点加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_{\mathrm{t}}^{2}+a_{\mathrm{n}}^{2}}$$

其方向由 $\boldsymbol{a}$ 与切向的夹角 α 表示

$$\tan\alpha=\frac{a_{\mathrm{n}}}{a_{\mathrm{t}}}$$

很容易看出，加速度 $\boldsymbol{a}$ 总是指向轨道的凹侧。当 α 为锐角时，质点的速率增大；当 α 为钝角时，质点的速率减小。

在处理质点运动学的有关问题时，到底选取哪种坐标系要视具体问题而定。

质点运动中的问题可归纳为两类：

1）已知质点的运动方程，求该质点在某时刻的位置、速度、加速度及轨迹方程。

2）已知质点的加速度或速度，求该质点在任意时刻的速度或运动方程。

第一类问题通过对运动方程 $\boldsymbol{r}(t)$ 求导即可解决。

第二类问题通过对已知的加速度函数 $\boldsymbol{a}(t)$ 或速度函数 $\boldsymbol{v}(t)$ 积分来解决。

【例 1-1】 一质点的运动方程为 $x=3\cos(\pi t/6)$(SI)，$y=3\sin(\pi t/6)$(SI)。试求：

(1) 质点运动的轨迹方程。

(2) 0s 和 3s 时质点的位置及 0 ~3s 内的位移和路程。

(3) 0 ~3s 内的平均速率及平均速度。

(4) 任意时刻的速度和加速度。

【解】 (1) 因为 $x=3\cos(\pi t/6)$，$y=3\sin(\pi t/6)$，所以有

$$x^2+y^2=9$$

即质点的轨迹是圆心在原点，半径为 3m 的圆，如图 1-5 所示。

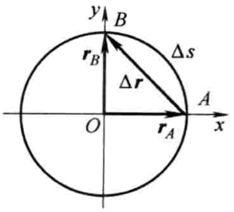

图 1-5　例 1-1 题图

(2) 由运动方程可知：

$t=0$ 时，质点的位置是：$\boldsymbol{r}_A=3\boldsymbol{i}\mathrm{m}$

$t=3\mathrm{s}$ 时，质点的位置是：$\boldsymbol{r}_B=3\boldsymbol{j}\mathrm{m}$

所求位移是：$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A=(3\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{i})\mathrm{m}$

所求路程是：$\Delta s=3\pi/2\mathrm{m}$

(3) 由平均速率的定义，所求的平均速率为

$$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{2\pi\cdot 3/4}{3}\mathrm{m\cdot s^{-1}}=\frac{\pi}{2}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

由平均速度的定义以及 $\Delta\boldsymbol{r}=(3\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{i})\mathrm{m}$，所求的平均速度为

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{3\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{i}}{3}\mathrm{m\cdot s^{-1}}=(-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j})\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

（4）由速度和加速度的定义可得

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{v}=-\frac{\pi}{2}\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)\boldsymbol{i}+\frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a}=-\frac{\pi^2}{12}\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)\boldsymbol{i}-\frac{\pi^2}{12}\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)\boldsymbol{j}$$

【例 1-2】 一质点自原点开始沿抛物线 $2y=x^2$ 运动，它在 Ox 轴上的分速度恒为 $v_x=4.0\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，求质点位于 $x=2.0\mathrm{m}$ 处的速度和加速度。

【解】 由题意可知，只要写出质点的运动方程 $\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}$，再对时间求导即可。因为 $v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，所以 $\mathrm{d}x=v_x\mathrm{d}t$，从而有

$$x=\int_0^t 4\mathrm{d}t=4t$$

所以

$$y=8t^2$$

$$\boldsymbol{r}=4t\boldsymbol{i}+8t^2\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{v}=4\boldsymbol{i}+16t\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a}=16\boldsymbol{j}\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

因为 $x=4t$，所以当 $x=2.0\mathrm{m}$ 时，$t=2\mathrm{s}$，由此可得 $x=2.0\mathrm{m}$ 处的速度和加速度分别是

$$\boldsymbol{v}=(4\boldsymbol{i}+32\boldsymbol{j})\mathrm{m\cdot s^{-1}},\boldsymbol{a}=16\boldsymbol{j}\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

1.4　曲线运动

对前面所述的位置矢量 $\boldsymbol{r}$、位移 $\Delta\boldsymbol{r}$、速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$ 等物理量，我们既采用了矢量表示法，又使用了矢量的直角坐标分量表示法。下面我们用这两种方法讨论加速度 $\boldsymbol{a}$ 为常矢量时的运动形式。

1.4.1　运动叠加原理

设质点的加速度 $\boldsymbol{a}$ 为常矢量，$t=0$ 时，质点在 $\boldsymbol{r}_0$ 处，速度为 $\boldsymbol{v}_0$，也即 $\boldsymbol{r}_0 = x_0\boldsymbol{i} + y_0\boldsymbol{j} + z_0\boldsymbol{k}$；$\boldsymbol{v}_0 = \boldsymbol{v}_{0x}\boldsymbol{i} + \boldsymbol{v}_{0y}\boldsymbol{j} + \boldsymbol{v}_{0z}\boldsymbol{k}$。由式（1-10）可得

$$\begin{cases} \boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \\ \displaystyle\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}\boldsymbol{v} = \int_0^t \boldsymbol{a}\mathrm{d}t \\ \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_0 = \boldsymbol{a}t \\ \boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \\ \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}\,\mathrm{d}t \\ \displaystyle\int_{r_0}^{r}\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_0^t (\boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a}t)\,\mathrm{d}t \end{cases} \tag{1-17}$$

$$\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{v}_0 t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2 \tag{1-18}$$

式（1-17）、式（1-18）是一般曲线运动的矢量表示，不难写出两式相应的分量式

$$\begin{cases} v_x - v_{0x} = a_x t \\ x - x_0 = v_{0x}t + \dfrac{1}{2}a_x t^2 \end{cases} \tag{1-19}$$

$$\begin{cases} v_y - v_{0y} = a_y t \\ y - y_0 = v_{0y}t + \dfrac{1}{2}a_y t^2 \end{cases} \tag{1-20}$$

平抛运动的模拟程序

```
#include < stdlib. h >
#include < math. h >
#include < graphics. h >
#include < dos. h >
int main( ){int i,n;
float v =200,g =98,x1 =30,
y1 =50,
t =0. 01,x2,x,y2,y;
int gdriver = DETECT,gmode;
initgraph
(&gdriver,&gmode,"d:\\tc\
\bgi");
for(i =0;i <270;i ++)
{
setfillstyle(1,1); bar(0,0,
640,480);
x = x1 +v*i*t;
y = y1 +0.5*g*i*i*t*t;
setfillstyle(1,4);
fillellipse(x,y,6,6);
fillellipse(x,y,10,10);
delay(5);
for(n =0;n <i;n ++)
{
x2 = x1 + v * n * t;
y2 = y1 +0.5*g*n*n*t*t;
putpixel(x2,y2,14);
putpixel(x2,y1,14);
delay(5);
}
}
getch();
closegraph();
}
```

$$\begin{cases} v_z - v_{0z} = a_z t \\ z - z_0 = v_{0z} t + \dfrac{1}{2} a_z t^2 \end{cases} \tag{1-21}$$

由此可知，任一曲线运动都可以看成沿 x，y，z 三个方向各自独立的直线运动的叠加，这就是**运动叠加原理**。利用上面的表达式容易写出我们所熟知的匀变速直线运动的有关公式

$$\begin{cases} v_t = v_0 + at \\ x_t = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2 \\ v_t^2 - v_0^2 = 2a(x_t - x_0) \end{cases} \tag{1-22}$$

1.4.2　抛体运动

下面我们根据运动叠加原理讨论抛体运动。

抛体运动是一类常见的平面曲线运动，其运动平面由初速度$\boldsymbol{v}_0$ 与重力加速度 $\boldsymbol{g}$ 所决定。因物体总在一个平面内运动，故描述平面运动只需二维坐标。

1. 平抛运动

对平抛运动，若 $t=0$ 时，物体在原点，且取初速度$\boldsymbol{v}_0$ 的方向为 x 轴的正向，竖直向下为 y 轴的正向，则对照式（1-19）和式（1-20）不难写出

$$x_0 = 0,\ v_{0x} = v_0,\ a_x = 0;\ y_0 = 0,\ v_{0y} = 0,\ a_y = g$$

因此在上述坐标系下，平抛运动可由以下分量式表示

$$\begin{cases} v_x = v_0 \\ x = v_0 t \end{cases} \tag{1-23}$$

$$\begin{cases} v_y = gt \\ y = \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases} \tag{1-24}$$

由式（1-23）、式（1-24）容易看出，平抛运动是水平方向匀速直线运动和竖直方向匀加速直线（自由落体）运动的合成，我们可用 C 语言程序来模拟。由上两式消除时间参数 t，可得到其轨迹方程