乐训AP课程指定辅导教程

AP®
物理C：电磁学
Physics C: Electricity and Magnetism

主编 曹庆琪 方维华

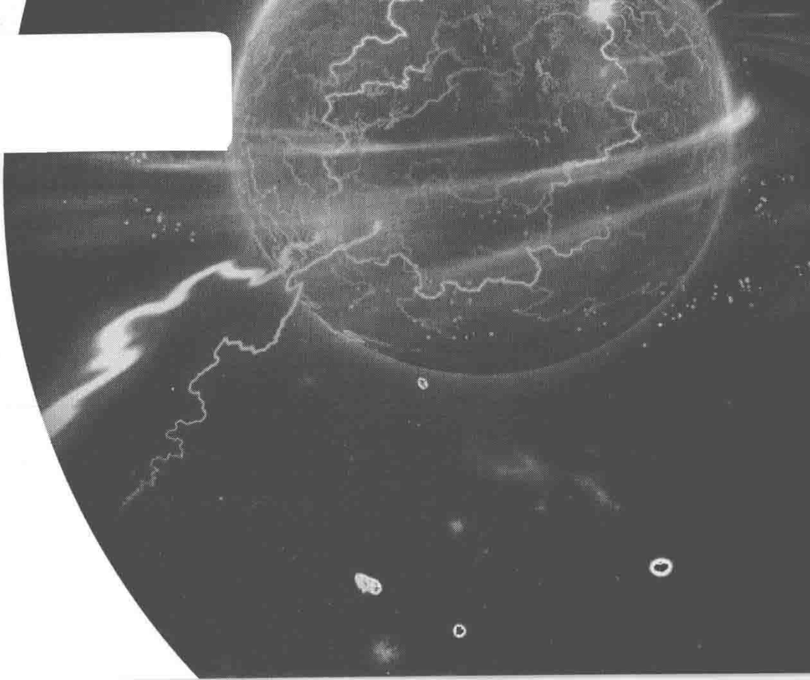
南京大学出版社

乐训AP课程指定辅导教程

AP®物理C：电磁学

Physics C: Electricity and Magnetism

主编　曹庆琪　方维华



南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

AP物理C：电磁学 / 曹庆琪，方维华主编. —南京：南京大学出版社，2014.11

AP考试系列教程

ISBN 978-7-305-11189-1

Ⅰ. ①A… Ⅱ. ①曹… ②方… Ⅲ. ①电磁学—高等学校—入学考试—美国—教材 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第046548号

出版发行 南京大学出版社
社　　址 南京市汉口路22号　　邮　编 210093
出 版 人 金鑫荣

丛 书 名 AP考试系列教程
书　　名 AP物理C:电磁学
主　　编 曹庆琪　方维华
责任编辑 胥橙庭　董　颖　　编辑热线 025-83592655

照　　排 南京南琳图文制作有限公司
印　　刷 南京新洲印刷有限公司
开　　本 889×1194　1/16　印张11.5　字数340千
版　　次 2014年11月第1版　2014年11月第1次印刷
ISBN 978-7-305-11189-1
定　　价 45.00元

网址：http://www.njupco.com
官方微博：http://weibo.com/njupco
官方微信号：njupress
销售咨询热线：(025) 83594756

序

AP是美国大学先修课程“Advanced Placement”的缩写；AP考试是由美国大学理事会(College Board)主办的全球性统一考试；AP教育则是一种国际通用的学分认证课程体系，其目的是让一些学有余力的高中生能够先行修读大学的基础课程，从而使这些优秀学生能够在进入大学之后免修这些课程，节省出更多的时间和精力去挑战其他更感兴趣的课程。此外，合格的AP考试成绩也往往是进入世界名校更有力的筹码。事实上，由于AP课程的学术性与大学低年级阶段相同课程的要求是同样的，所以在北美乃至世界其他国家的大学招生过程中，AP考试成绩通常被作为衡量学生学习能力的重要标准之一。

近年来，随着我国高等教育国际化和全球化趋势的快速发展，越来越多的高中生致力于赴北美及欧洲名校深造，越来越多的中国家长愿意把孩子送出国门，去国外接受高等教育，及早培养孩子的国际视野，为今后参与全球化社会的竞争打下坚实的基础。在此背景下，AP课程在中国也逐渐引起学校、家长和学生的更多关注。美国AP教育模式在规定统一标准性的同时，又具有极大的灵活性。一方面，每年的AP课程考试是全球统一的，合格标准是不变的，因此保证了课程所内蕴的学术性内涵；另一方面，课程教材、教学体系、教学方法、课堂评价等各种具体的课程教学活动却又是可以自行设计、因地制宜的。那么，如何设计出适合中国学生认知特点、符合中国学生文化背景、但又不失学术水准的高质量AP课程与教材，就成为了当前亟待解决的重要问题之一。

然而，AP教育在中国尚无先例，目前我国高等教育与中等教育的衔接问题还没有形成制度性的改革行动。其中跨文化教育问题更需要教育研究者和实践者共同努力和探索。乐训文教基金会长期致力于宣传、推广和实施AP课程，并在AP课程、教材、教学的本土化上做了大量的探索。近年来，每年有众多学生通过乐训文教基金会接受了AP教育，并由此成功地踏上欧美名校的求学之路。考虑到今后AP课程的更高质量的可持续发展，乐训文教基金会开始与南京大学教师和中学教师合作，进行相关课程和教材的开发工作。我们希望，也相信乐训文教基金会能把这项工作做好，让AP课程在中国大地上能不断结出丰硕的果实；我们也愿意与乐训一起，在进行美国框架下的AP课程开发的同时，对我国自己的AP课程进行研究，探索我国高等教育与中等教育衔接的课程模式。

总体而言，已经出版的系列教材，紧扣AP考试大纲，能够根据高中生的认知与情意特点，使用浅显易懂的语言和生动的案例来讲解抽象的学术理论。而且，教材采取中英文结合的编写方式，既考虑中国学生的学习习惯和基础，又适当地引入英文语境。例如在“重要名词解释”、大多数图表和习题中都采用英文表述。

南京大学教育研究院与美国乐训文教基金会的合作既是高等教育国际化的产物，也是教育研究为社会服务的初步尝试。我们认为，与美国乐训文教基金会的合作可以提高我们对高等教育与中等教育衔接问题的研究水平，提升我们国际化人才培养模式的水平，促进我们的研究工作更好地与社会需求接轨，进一步转变我们的学术研究范式，提高教育研究的实用性。我们希望通过我们的真诚合作能够为推进中国教育改革与发展做一点贡献。

南京大学教育研究院　张红霞

2014-10-8

AP考试系列教材

目录 Contents

第一章 静电学(Electrostatics)

1. 电荷(Charge)

人们关于电的认识,最早来源于自然界中的闪电以及人为的摩擦起电等现象。经过不断地研究和探索发现,所有的电现象都起源于物质所携带的电荷。

实验证明,物体所携带的电荷有两种,而且也只存在这两种电荷。为区别起见,我们将一种称为正电荷,另一种称为负电荷。带电物体之间存在相互作用:带相同种类电荷的物体之间互相排斥,带不同种类电荷的物体之间互相吸引,这种相互作用称为电性力。物体携带电荷的多少,可影响相互之间电性力的大小。表示物体携带电荷多少程度的物理量称为电荷量,一般用符号 q(或 Q)来表示。正电荷的电荷量用正数表示,负电荷的电荷量用负数表示。在国际单位制中,电荷量的单位为库仑(C),其定义由载流导线电流定义导出。具体定义如下:当导线中的恒定电流为 1 A 时,在 1 s 内流过导线横截面积的电荷量为 1 C。

电荷守恒定律(Conservation of charges):研究发现,可以通过摩擦等方式使物体带电,但当使一个物体带一种电荷的同时,总会使另外的物体带另一种电荷。任何可以使电荷量在物体间发生转移的过程中,电荷的总量不会发生变化。

我们知道,宏观物体都是由分子、原子组成的,而所有元素的原子都是由一个带正电的原子核和若干带负电的核外电子(e)组成,原子核通常又是由一定数量带正电的质子(p)和不带电的中子(n)组成。在质子、中子、电子这些微观粒子中,每个质子带有 $+e$(约 1.6×10^{-19} C)的电荷,每个电子带有 $-e$ 的电荷,中子不带电。在一般物理过程中,这些微观粒子有可能在不同原子间或不同物体间发生转移,但每种微观粒子的数目和带电量均不会发生变化,因此系统的总电量一定保持不变,这就是电荷守恒定律。在近代物理学的研究中,发现微观粒子也可能发生变化,如一个正电子和一个负电子相遇时有可能湮灭成光子;反之,光子在一定条件下也有可能转化为一个正电子和一个负电子形成的电子对。在这些变化中,微观粒子发生了变化,但变化过程仍然维持变化前后系统电荷量的总代数和不变。因此,电荷守恒定律仍然是成立的。

2. 库仑定律(Coulomb's law)

带电物体的一个重要性质就是相互之间的电性力。一般来说,电性力与带电物体的带电量、相互距离、物体形状、大小、电荷分布及周围其他物体分布都有关系,要确定其具体关系比较困难。为简单起见,和在力学问题中采用质点观念一样,当带电体的形状、大小等因素与它们间的距离比较起来可以忽略时,可将带电体看做带有电荷的质点,称为点电荷。采用点电荷的观念处理问题,则电性力仅与所带电量的大小及相互之间的距离有关。

在 1785 年,库仑就通过扭秤实验研究了点电荷之间的作用力现象,并总结了点电荷之间的静电相互作用所遵循的基本规律,因此这一规律被称为库仑定律。库仑定律的内容如下:在真空中,两个静止的点电荷之间相互作用力的大小与这两个点电荷所带的电荷量的乘积成正比,和它们距离的平方成反比,方向沿着这两个点电荷的连线方向,且同号电荷间相互排斥,异号电荷间相互吸引。其公式为

$$\boldsymbol{F}_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}\hat{\boldsymbol{r}}_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_{12}^3}\boldsymbol{r}_{12}$$

如图 1-1 所示,其中力 $\boldsymbol{F}_{12}$ 为电荷 1 受到电荷 2 的作用力,公式中 q_1、q_2 分别为两个电荷所带的电荷量,r_{12} 为两电荷间的距离,$\boldsymbol{r}_{12}$ 为电荷 2 指向电荷 1 的矢径,$\hat{r}_{12}$ 为和矢量 $\boldsymbol{r}_{12}$ 同向且大小为 1 的单位矢量(单位矢量对公式的数值计算没影响,仅用于表示相应的矢量方向)。

不论两个电荷是同号电荷还是异号电荷,库仑定律的公式都同样适用。当 q_1 和 q_2 同号时,力 $\boldsymbol{F}_{12}$ 的方向和 $\boldsymbol{r}_{12}$ 的方向相同,表明 q_2 对 q_1 的作用力为排斥力;当 q_1 和 q_2 异号时,力 $\boldsymbol{F}_{12}$ 的方向和 $\boldsymbol{r}_{12}$ 的方向相反,表明 q_2 对 q_1 的作用力为吸引力。

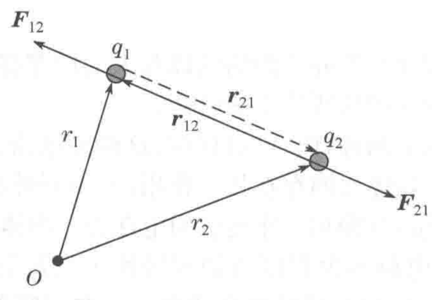


图 1-1　两个点电荷之间的作用力

公式中的比例系数我们采用了 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ 的形式(在中学通常用 k),其中 ε_0 称为真空介电常数,其数值为

$$\varepsilon_0 \approx 8.85\times10^{-12}\,\mathrm{C^2/(N\cdot m^2)}$$

整个系数:$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=\frac{1}{4\pi\times8.85\times10^{-12}}\approx9.0\times10^{9}\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}$。

采用这一稍显复杂的系数形式,一是由于在以后由库仑定律推导出的一些常用公式和方程中,形式却可以比较简化;另外,真空介电常数 ε_0 是电学中一个很重要的基本常数,以后的电学问题中也会经常用到,而且它和我们在磁学中采用的常量 μ_0(真空磁导率)的乘积的倒数等于真空中的光速 c 的平方:$c^2=\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}$。

实验还证明,若真空中存在多个点电荷时,各对点电荷间的作用力是相互独立、互不影响的,即任何一对点电荷间的作用力都遵循库仑定律,不会因为周围是否存在其他电荷而发生变化。因此,当真空中存在多个点电荷时,任一点电荷受到的总静电力作用等于其他各点电荷单独存在时对该点电荷施加的静电力的总矢量和,即

$$\boldsymbol{F}_1=\boldsymbol{F}_{12}+\boldsymbol{F}_{13}+\cdots=\sum_i\boldsymbol{F}_{1i}=\sum_i\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_i}{r_{1i}^3}\boldsymbol{r}_{1i}$$

这一结论称为静电力的叠加原理。

有了库仑定律和叠加原理,就可以求解静电学的各种问题了。

例题 1-1　求氢原子中电子和质子之间电力与万有引力之比。已知:质子质量 $m_p=1.67\times10^{-27}$ kg,质子电量 $q_p=+e=1.60\times10^{-19}$ C,电子质量 $m_e=9.1\times10^{-31}$ kg,电子电量 $q_e=-e=-1.60\times10^{-19}$ C。

解:由力学中的万有引力公式,当电子和质子距离为 r 时,其相互之间的万有引力为

$$F_G=G\frac{m_em_p}{r^2}$$

而由库仑定律,电子和质子间的电力大小为

$$F_e=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_eq_p|}{r^2}$$

因此,其电力和万有引力之比为

$$\frac{F_e}{F_G}=\frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_e q_p|}{r^2}}{G\frac{m_e m_p}{r^2}}=\frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}|q_e q_p|}{G m_e m_p}$$

$$=\frac{\frac{1}{4\pi\times 8.85\times 10^{-12}}\times(1.60\times 10^{-19})^2}{6.67\times 10^{-11}\times 9.1\times 10^{-31}\times 1.67\times 10^{-27}}\approx 2.27\times 10^{39}$$

电子和质子间的电力的作用大小约比其相互之间的万有引力的大小大 10^{39} 倍。因此，对一般物体之间的相互作用，其电磁相互作用造成的影响一般远大于万有引力作用的影响。只有在涉及地球、天体等质量非常大的物体时，才考虑万有引力的作用(物体的重力实际上也是物体和地球之间的万有引力的作用)。

例题 1-2 两个电量都是 $+q$ 的点电荷，相距 $2a$，连线的中点为 O。今在它们连线的垂直平分线上放另一电荷 q'，q' 与 O 点相距 b。

(a) 求 q' 所受静电力；

(b) q' 放在哪一点受力最大?

解:(a) 如图 1-2 所示建立坐标系。两个带电量为 $+q$ 的点电荷分别位于 $(-a,0)$ 和 $(a,0)$ 处，电荷 q' 位于 $(0,b)$ 处。两个 $+q$ 点电荷到电荷 q' 的位矢分别为 $\boldsymbol{r}_1=a\boldsymbol{i}+b\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{r}_2=-a\boldsymbol{i}+b\boldsymbol{j}$。

显然，电荷 q' 分别受到两个 $+q$ 点电荷的库仑力的作用，分别为

$$\boldsymbol{F}_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r_1^3}\boldsymbol{r}_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{(a^2+b^2)^{3/2}}(a\boldsymbol{i}+b\boldsymbol{j})$$

$$\boldsymbol{F}_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r_2^3}\boldsymbol{r}_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{(a^2+b^2)^{3/2}}(-a\boldsymbol{i}+b\boldsymbol{j})$$

因此，电荷 q' 受到两个 $+q$ 电荷的总作用力为

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{(a^2+b^2)^{3/2}}(a\boldsymbol{i}+b\boldsymbol{j})+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{(a^2+b^2)^{3/2}}(-a\boldsymbol{i}+b\boldsymbol{j})$$

$$=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{qq'b}{(a^2+b^2)^{3/2}}\boldsymbol{j}$$

即电荷 q' 受到的静电力大小为 $\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{qq'b}{(a^2+b^2)^{3/2}}$，方向沿着 y 轴正方向。

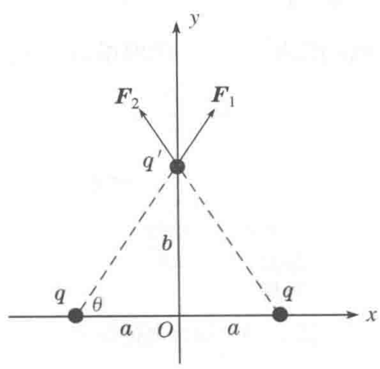


图 1-2 例题 1-2 图

(b) 要求静电力的最大值，即 $F=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{qq'b}{(a^2+b^2)^{3/2}}$ 相对于 b 变化的最大值问题，令 $\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}b}=$

$\frac{qq'}{2\pi\varepsilon_0}\frac{a^2-2b^2}{(a^2+b^2)^{5/2}}=0$，可求得 $b=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}a$。

由于电荷 q' 在 y 的正半轴上，舍去负值，可得 $b=\frac{\sqrt{2}}{2}a$。

即当 $b=\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 时，电荷 q' 受力最大。将 $b=\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 代入 F 的表达式中，可得此最大值为 $F_{\max}=\frac{\sqrt{3}qq'}{9\pi\varepsilon_0 a^2}$。

3. 电场 电场强度

(1) 电场(Electric field)

实验发现，真空中的两个点电荷之间会发生相互作用。那么，这种相互作用是直接发生的超距作用，还是需要什么中间媒介来传递的呢？

由于即使在真空中两个相隔的电荷间也能发生相互作用，因此在电磁学研究的早期很长一段时间内，人们都认为电荷间的相互作用是一种超距作用，这种作用的传递既不需要中间的媒介，也不需要时间。

随着近代物理学的研究，人们发现电荷之间的作用力并不是超距的，一处电荷的变化，需要一定时间后其影响才能传递到另一处。这一传递所花费的时间一般很短，传递速度很快，但仍然可以被观察到(实验上已观察到这一速度大小为 3×10^8 m/s，即光速)。因此，在近代物理学中，人们采用的电场的观念，即任何电荷在其周围空间激发电场，电场对处在其中的电荷产生作用力。电荷和电荷之间的相互作用，是通过一个电荷激发的电场对另一个电荷的作用来实现的。而电场的建立和传递需要一定的时间。因此，电荷间的作用力的变化也需要一定时间。

电磁场(包括电场和以后章节中研究的磁场)也是一种物质形态，它分布在一定的空间范围内，也同样具有能量、动量等属性，和其他物质一样。

(2) 电场强度

任何物质都要通过一定的物理量来描述其性质。对电场来说，其一个典型的特性就是对处在电场中的电荷会产生力的作用。因此，我们定义电场强度(或称场强)$\boldsymbol{E}$ 这一物理量来描述电场的这一特性。

如图 1－3 所示，对一定电荷产生的电场，我们可以将一检验电荷 q_0(检验电荷要求放入后不会影响原来的电荷分布及电场，而且检验电荷应可看做点电荷以检验某点的电场情况)放入电场中，检验电荷会受到力 $\boldsymbol{F}$ 的作用。我们发现，检验电荷在某确定点处受到的力 $\boldsymbol{F}$ 与检验电荷所带的电荷量大小和正负有关，但其比值 $\frac{\boldsymbol{F}}{q_0}$ 却与检验电荷本身无关，仅与检验电荷所处位置的电场情况有关。因此，我们可以用这一比值作为描述该点电场性质的一个物理量，称为电场强度：

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q_0}$$

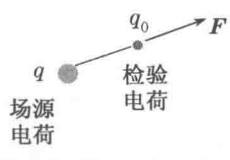


图 1－3 检验电荷受力

显然，电场强度是一个矢量。电场中任一点的电场强度等于单位正电荷在该点受到的电场力。电场中不同位置的电场强度一般不同，即对一确定的电场，电场强度随空间不同位置(坐标)发生变化，可以将电场强度 $\boldsymbol{E}$ 表示成空间坐标的函数：$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ 或 $\boldsymbol{E}(x,y,z)$，所有这些场强的总体形成一矢量场。

电场强度的单位为 N/C 或 V/m。

对一确定电场，若知道了电场强度的分布函数，我们就可以知道任意位置处的电场强度，从而计算出将一个电荷 q 放到该位置时所受到的电场力的作用(设电荷放置不改变原来的电场分布)：$\boldsymbol{F}=q\boldsymbol{E}$。显然，正电荷受到的电场力 $\boldsymbol{F}$ 的方向和该点电场强度 $\boldsymbol{E}$ 的方向相同，负电荷受到的电场力 $\boldsymbol{F}$ 的

方向和该点电场强度 $\boldsymbol{E}$ 的方向相反。

电场强度的计算:对一确定电场,若知道了电场强度的分布,就可以求得任意电荷在该电场中的受力情况。因此,对于已知电荷分布,一个重要的问题就是如何求出空间任意位置处的电场强度。

点电荷的场强:如图 1-4 所示,设在真空中有一个静止的点电荷 q,则在距 q 为 r 的 P 点处(电荷 q 到 a 点的矢径为 $\boldsymbol{r}$)的电场强度可通过电场强度的定义来计算。在 P 点放置一检验电荷 q_0,则 q_0 受到的电场力为

$$\boldsymbol{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^3}\boldsymbol{r}$$

则 P 点的电场强度为

$$\boldsymbol{E}=\frac{q\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

这就是点电荷在真空中产生电场的场强公式,即点电荷在空间激发的电场强度的大小与点电荷带电量 q 成正比,与点电荷到该点的距离 r 的平方成反比,方向在点电荷到该点的连线上,且若 q 为正电荷,$\boldsymbol{E}$ 的方向与 $\boldsymbol{r}$ 方向一致[沿连线方向向外,背离 q,如图 1-4(a)];若 q 为负电荷,$\boldsymbol{E}$ 的方向与 $\boldsymbol{r}$ 方向相反[沿连线方向向里,指向 q,如图 1-4(b)]。

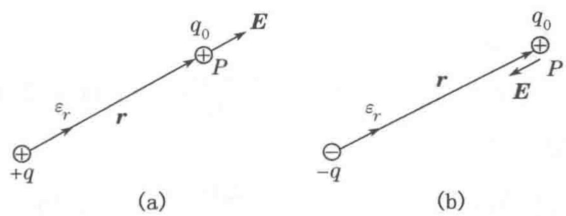


图 1-4　点电荷的电场

多点电荷的场强:如图 1-5 所示,若空间中存在 n 个点电荷 q_1、q_2、$\cdots q_n$,共同在空间激发电场,现要求空间某点 P 处电场强度。

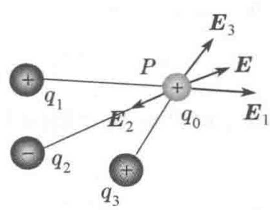


图 1-5　多点电荷的场强

将检验电荷 q_0 放在点 P 处,则 q_0 受到的电场力为

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\cdots+\boldsymbol{F}_n=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i$$

两边除以 q_0,有

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q_0}=\frac{\boldsymbol{F}_1}{q_0}+\frac{\boldsymbol{F}_2}{q_0}+\cdots+\frac{\boldsymbol{F}_n}{q_0}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2+\cdots+\boldsymbol{E}_n=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{E}_i$$

即多个点电荷形成的电荷系在空间任一点激发的总场强等于各点电荷单独存在时在该点激发的场强的矢量和,这称为电场强度的叠加原理。显然,电场强度的叠加原理来源于电场力的叠加原理(库仑定律的叠加原理)。

由于每个点电荷产生的场强公式为

$$\boldsymbol{E}_i=\frac{q_i\boldsymbol{r}_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^3}$$

故多个点电荷形成的电荷系激发的总场强的公式可写为

$$\boldsymbol{E}=\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i\boldsymbol{r}_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^3}$$

例题 1-3 如图 1-6 所示，在直角坐标系的原点及 y 轴上距离原点 1.0 m 的(0,1)位置处分别放置电荷量为 $q_1=1.0\times10^{-9}$ C 和 $q_2=-2.0\times10^{-9}$ C 的点电荷。求 x 轴上离原点 2.0 m 处 $P(2,0)$点的场强。

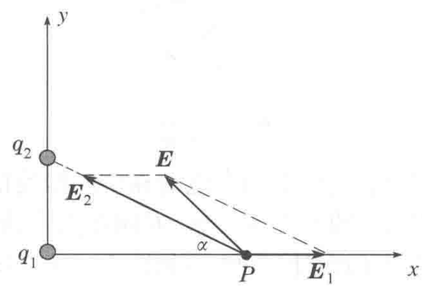


图 1-6 例题 1-3 图

解: q_1 在 P 点激发的电场强度为

$$\boldsymbol{E}_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1^3}\boldsymbol{r}_1=9.0\times10^9\times\frac{1.0\times10^{-9}}{2.0^3}(2.0\boldsymbol{i})\approx2.3\boldsymbol{i}(\text{N/C})$$

同理，q_2 在 P 点激发的电场强度为

$$\boldsymbol{E}_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_2^3}\boldsymbol{r}_2=9.0\times10^9\times\frac{-2.0\times10^{-9}}{(2.0^2+1.0^2)^{3/2}}(2.0\boldsymbol{i}-1.0\boldsymbol{j})$$
$$\approx(-3.2\boldsymbol{i}+1.6\boldsymbol{j})(\text{N/C})$$

由电场的叠加原理，P 点处总的电场强度为 $\boldsymbol{E}_1$ 和 $\boldsymbol{E}_2$ 的叠加，即

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2=(-0.9\boldsymbol{i}+1.6\boldsymbol{j})(\text{N/C})$$

总电场 $\boldsymbol{E}$ 的大小为 $E=\sqrt{0.9^2+1.6^2}\approx1.8(\text{N/C})$。

电场 $\boldsymbol{E}$ 和 x 轴的夹角为 $\theta=180°+\arctan\frac{1.6}{-0.9}\approx119.4°$。

另外，在计算电场强度时也可以采用直角坐标系分量的方法：

q_1 在 P 点激发的电场强度大小为

$$E_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2}=9.0\times10^9\times\frac{1.0\times10^{-9}}{2.0^2}\approx2.3(\text{N/C})$$

此电场沿着 x 轴正方向，即

$$E_{1x}=2.3\ \text{N/C},E_{1y}=0\ \text{N/C}$$

同理，q_2 在 P 点激发的电场强度大小为

$$E_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_2|}{r_2^2}=9.0\times10^9\times\frac{2.0\times10^{-9}}{2.0^2+1.0^2}=3.6(\text{N/C})$$

而由图示方向可知，此电场的分量为

$$E_{2x}=-E_2\cos\alpha=-3.6\times\frac{2.0}{\sqrt{2.0^2+1.0^2}}\approx-3.2(\text{N/C})$$

$$E_{2y}=E_2\sin\alpha=3.6\times\frac{1.0}{\sqrt{2.0^2+1.0^2}}\approx1.6(\text{N/C})$$

因此，总电场强度的分量为

$$E_x=E_{1x}+E_{2x}=-0.9\ \text{N/C},E_y=E_{1y}+E_{2y}=1.6\ \text{N/C}$$

故总电场的大小为 $E=\sqrt{0.9^2+1.6^2}\approx1.8(\text{N/C})$。

电场和 x 轴的夹角为 $\theta=180°+\arctan\dfrac{1.6}{-0.9}\approx119.4°$。

两种方法计算的结果一致。初期可采用分量计算的方法,对矢量运算比较熟悉后直接采用矢量计算更为方便直观。

例题 1-4 求电偶极子(Dipole)中垂线上任意一点的电场强度。如图 1-7 所示,设电偶极子的电量分别为 $+q$ 和 $-q$,用 $\boldsymbol{l}$ 表示从负电荷指向正电荷的矢量,则将矢量 $\boldsymbol{p}=q\boldsymbol{l}$ 称为该电偶极子的电偶极矩。设中垂线上任意一点 P 相对于 $+q$ 和 $-q$ 的位置矢量分别为 $\boldsymbol{r}_+$ 和 $\boldsymbol{r}_-$。

解:两电荷在 P 点处产生的电场强度分别为

$$\boldsymbol{E}_+=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_+^3}\boldsymbol{r}_+,\boldsymbol{E}_-=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-q}{r_-^3}\boldsymbol{r}_-$$

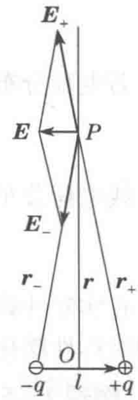


图 1-7 例题 1-4 图

而由图可知:$\boldsymbol{r}_+=\boldsymbol{r}-\dfrac{1}{2}\boldsymbol{l},\boldsymbol{r}_-=\boldsymbol{r}+\dfrac{1}{2}\boldsymbol{l}$。

两矢径的大小相等,即 $r_+=r_-=\sqrt{r^2+\left(\dfrac{l}{2}\right)^2}$。

因此,P 点的电场强度为

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_++\boldsymbol{E}_-=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left[r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2\right]^{3/2}}(\boldsymbol{r}_+-\boldsymbol{r}_-)=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\boldsymbol{l}}{\left[r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2\right]^{3/2}}$$

当 P 点离电偶极子很远,即 $l\ll r$,或 $\dfrac{l}{r}\ll1$ 时,有

$$\left[r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2\right]^{3/2}=r^3\left[1+\left(\frac{l}{2r}\right)^2\right]^{3/2}\approx r^3$$

因此,P 点电场强度约为 $\boldsymbol{E}=\dfrac{-q\boldsymbol{l}}{4\pi\varepsilon_0r^3}=\dfrac{-\boldsymbol{p}}{4\pi\varepsilon_0r^3}$。

这一结果表明,电偶极子在其中垂线上距电偶极子中心较远处各点的电场强度与电偶极子的电偶极矩成正比,与该点离电偶极子中心的距离的三次方成反比,方向与电偶极矩的方向相反。

连续分布电荷的场强:在实际问题中我们经常会遇到形状、大小不可忽略的带电体,在这种情况下,不能将这些带电体简单看做点电荷了。那么,这些带电体间的相互作用,或者说这些带电体在空间产生的电场强度如何计算?

对于这些形状、大小不可忽略的带电体,我们一般可以将之看做电荷连续分布的情况。在计算这种情况下空间的场强时,可以将带电体划分为很多带电微元,每个带电微元可看做电荷量为 $\mathrm{d}q$ 的点电荷,每个带电微元到点 P 处的位矢为 $\boldsymbol{r}$。每个微元电荷在 P 点处的场强:

$$\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^3}\boldsymbol{r}$$

整个带电体可看做是这些带电微元的集合,整个带电体在 P 点激发的电场强度可由每个带电微元激发的场强通过叠加原理求出。注意:由于电荷分布是连续的,叠加原理计算时演化为积分计算,即

$$\boldsymbol{E}=\int\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}q}{r^3}\boldsymbol{r}$$

在具体计算中,可分为体电荷分布、面电荷分布、线电荷分布三种情况。

若电荷分布在整个物体体积内,称为体分布。这时所取带电微元为体积微元。设某体积微元体积为 ΔV,带电量为 Δq,则将 Δq 与 ΔV 比值的极限称为该体积元处的电荷体密度 ρ,即

$$\rho=\lim_{\Delta V\to0}\frac{\Delta q}{\Delta V}=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}V}$$

电荷体密度的单位为 $\mathrm{C/m^3}$。

对体电荷分布情况,激发的电场强度公式为

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho \boldsymbol{r}}{r^3}\mathrm{d}V$$

若电荷分布在物体中一极薄的表面层中，如导体电荷就分布在导体表面，可将此带电薄层近似看做带电面，所取的带电微元为面积微元，可用电荷面密度来描述电荷的分布情况，即对某处的面积微元面积为 ΔS，带电量为 Δq，则电荷面密度 σ 为

$$\sigma=\lim_{\Delta S\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta S}=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}S}$$

面电荷分布情况下，激发的电场强度公式为

$$\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\sigma \boldsymbol{r}}{r^3}\mathrm{d}S$$

若电荷分布在细长的线上，同理可以定义电荷线密度 λ 为

$$\lambda=\lim_{\Delta l\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta l}=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}l}$$

线电荷分布情况下，激发的电场强度公式为

$$\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\lambda \boldsymbol{r}}{r^3}\mathrm{d}l$$

在实际计算时，通常将场强微元 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 分解为 x、y、z 三个方向的分量，然后再分别计算。有时可以利用对称性简化某些方向分量的计算。

例题 1-5 试求一均匀带电直线外任意一点处的场强。设直线长为 L(图 1-8)，电荷线密度(即单位长度上的电荷)为 λ(设 $\lambda>0$)。设直线外场点 P 到直线的垂直距离为 x，P 点与带电直线的上下端点的连线与垂线的夹角分别为 θ_1 和 θ_2。

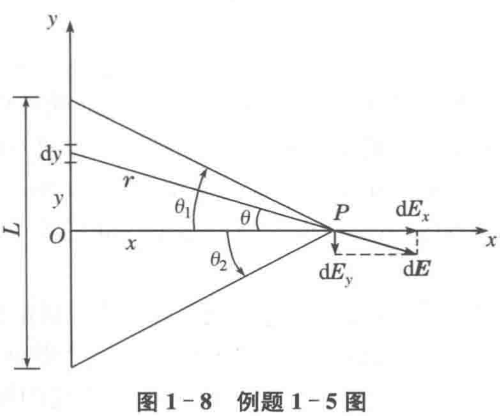


图 1-8 例题 1-5 图

解：这是线电荷分布情况下电场强度的计算问题。如图 1-8 所示建立坐标系，以 P 点在直线上的垂足为原点，OP 为 x 轴，直线方向为 y 轴。

在带电直线上取一段微元 $\mathrm{d}y$，该段微元的电荷量为 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}y$，该段微元在 P 点产生的电场强度为 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^3}\boldsymbol{r}$。其中，微元到 P 点的位矢 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}-y\boldsymbol{j}$。

因此，可得该微元在 P 点产生电场强度的分量为

$$\mathrm{d}E_x=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda x\mathrm{d}y}{(x^2+y^2)^{3/2}},\mathrm{d}E_y=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-\lambda y\mathrm{d}y}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

由于直接对 y 积分相对难度大一些，可将之化为关于 θ 的积分运算。

如图所示，有 $y=x\tan\theta$，则 $\mathrm{d}y=x\mathrm{d}(\tan\theta)=\frac{x}{\cos^2\theta}\mathrm{d}\theta$。

另有

$$(x^2+y^2)^{3/2}=(x^2+x^2\tan^2\theta)^{3/2}=\frac{x^3}{\cos^3\theta}$$

因此,可得

$$\mathrm{d}E_x=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda x\dfrac{x}{\cos^2\theta}\mathrm{d}\theta}{\dfrac{x^3}{\cos^3\theta}}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\cos\theta\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}E_y=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-\lambda x\tan\theta\dfrac{x}{\cos^2\theta}\mathrm{d}\theta}{\dfrac{x^3}{\cos^3\theta}}=\frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

整段带电直线在 P 点产生的场强的分量为

$$E_x=\int\mathrm{d}E_x=\int_{\theta_2}^{\theta_1}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\cos\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\sin\theta_1-\sin\theta_2)$$

$$E_y=\int\mathrm{d}E_y=\int_{\theta_2}^{\theta_1}\frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y}\sin\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

P 点处的总场强可由 $E=\sqrt{E_x^2+E_y^2}$ 求得。

有两种特殊情况,可以讨论一下:

第一种,当 P 在直线的垂直平分线上时,此时有 $\theta_2=-\theta_1$。

因此,可得

$$E_x=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\sin\theta_1=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\frac{L}{\sqrt{x^2+\dfrac{L^2}{4}}},E_y=0$$

第二种,对无限长均匀带电直线的情况,此时有 $\theta_1\to\frac{\pi}{2},\theta_2\to-\frac{\pi}{2}$。

因此,可得

$$E_x=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x},E_y=0$$

即无限长均匀带电直线在距离直线 x 处产生的电场强度大小为 $E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$,方向沿着该点到直线的垂线方向(直线带正电时电场方向背离直线向外,直线带负电时电场方向指向直线)。

例题 1-6 求半径为 R、张角为 $2\theta_0$ 的均匀带电圆弧(电荷线密度为 λ)在其圆心处产生的电场强度。

解:如图 1-9 所示建立直角坐标系,以圆弧圆心 P 作为坐标原点,圆弧对称轴为 x 轴。

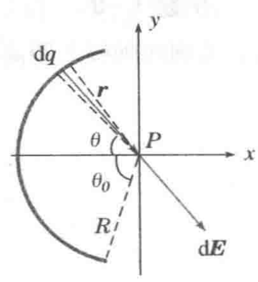


图 1-9 例题 1-6 图

在圆弧上取一段微元,微元长度:$\mathrm{d}l=r\mathrm{d}\theta$,带电量:$\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}l=\lambda r\mathrm{d}\theta$。

该段微元在 P 点处产生的电场强度:$\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^3}\boldsymbol{r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\mathrm{d}\theta}{r^2}\boldsymbol{r}$。

由对称性知,带电圆弧相对于 x 轴上下对称,因此圆弧整体在原点处产生的场强必然沿着 x 轴方向,即计算时只需考虑各微元产生电场的 x 方向分量即可。

对该段微元,在 P 点处产生的电场强度的 x 方向分量为

$$\mathrm{d}E_x=\mathrm{d}E\cos\theta=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R\mathrm{d}\theta}{R^2}\cos\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\theta\mathrm{d}\theta$$

因此,整个圆弧在 P 点产生的场强大小为

$$E_x = \int dE_x = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\sin\theta_0$$

即带电圆弧在圆心处产生的场强大小为$\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\sin\theta_0$，方向沿着圆弧对称轴的方向。

例题 1－7 求均匀带电圆环轴线上的场强。如图 1－10 所示，一均匀带电细圆环，半径为 R，所带总电量为 q(设 $q>0$)，圆环轴线上场点 P 到圆心的距离为 x。

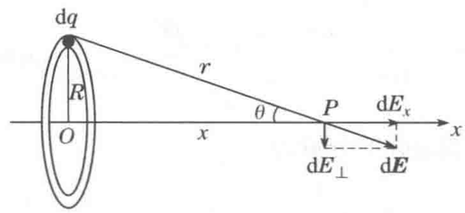


图 1－10　例题 1－7 图

解: 圆环上任一微元 dq 在 P 点处产生的电场强度为 $d\boldsymbol{E}$。该场强可分为沿着 x 方向的分量 dE_x 和垂直于 x 方向的分量 $dE_\perp$。由圆环电荷分布的对称性知，圆环上所有电荷在 P 点处产生电场强度的垂直分量 $dE_\perp$ 的总矢量和为零。因此，只需计算 x 方向分量 dE_x的和。

由电场强度公式，可得

$$dE_x = dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xdq}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xdq}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

则圆环在 P 点处产生的总电场强度为

$$E = E_x = \int dE_x = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xdq}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

注意，在此积分中，对圆环的不同部分，x 和 R 均为不变量。因此，该积分可简化为

$$E = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xdq}{(x^2+R^2)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{(x^2+R^2)^{3/2}}\int dq = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

考虑到方向，则电场强度为

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}\boldsymbol{i}$$

即均匀带电圆环在轴线上距离 x 处产生的电场强度大小为$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$，方向沿着圆环轴线的方向。

例题 1－8 设带电圆盘半径为 R(图 1－11)，电荷面密度(即单位面积上的电荷)为 σ(设 $\sigma>0$)。求圆面轴线上距离圆心 x 处场点 P 的场强。

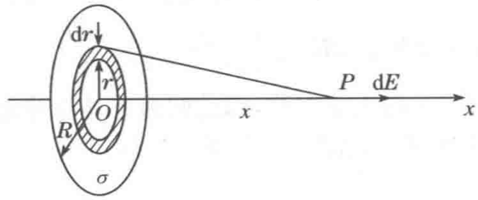


图 1-11　例题 1－8 图

解: 如图 1－11 所示，可将圆盘看做很多微小同心带电圆环的组合，每个圆环半径为 r，宽度为 dr，则该圆环的面积为 $dS=2\pi r dr$，带电量为 $dq=\sigma dS=2\pi\sigma r dr$。则该圆环在 P 点处产生的电场强度为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x\mathrm{d}q}{(x^2+r^2)^{3/2}}\boldsymbol{i}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{xr\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}\boldsymbol{i}$$

整个圆盘在 P 点处产生的电场强度为

$$\boldsymbol{E}=\int\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\int_0^R\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{xr\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}\boldsymbol{i}=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[\int_0^R\frac{r\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}\right]\boldsymbol{i}$$

注意到 $\mathrm{d}(x^2+r^2)=2r\mathrm{d}r$，即 $r\mathrm{d}r=\frac{1}{2}\mathrm{d}(x^2+r^2)$。则

$$\int_0^R\frac{r\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}=\frac{1}{2}\int_0^R\frac{\mathrm{d}(x^2+r^2)}{(x^2+r^2)^{3/2}}=-\frac{1}{\sqrt{x^2+r^2}}\bigg|_0^R=\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

因此，P 点的电场强度为

$$\boldsymbol{E}=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)\boldsymbol{i}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)\boldsymbol{i}$$

即均匀带电圆盘在轴线上距离 x 处产生的电场强度大小为$\frac{1}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$，方向沿着圆盘轴线的方向。

当 P 点距离圆盘很近时，即 $x\ll R$，此时可将圆盘看做无限大平面。P 点电场强度大小约为 $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$，方向垂直于平面($\sigma>0$ 时，背离平面；$\sigma<0$ 时，指向平面)。

4. 电势(Potential and voltage)

在上节中，我们通过电荷在电场中总会受到电场力的这一特性研究了电场的性质，并引入了电场强度 $\boldsymbol{E}$ 这一物理量来描述电场的这一特性。电荷除了在电场中要受到电场力的作用之外，显然，若电荷在电场中运动，则电场力会对电荷做功。我们也可以通过电场中电场力对运动电荷做功这一特性来分析电场的性质。

根据库仑定律，显然电场力的大小除了和两个电荷的带电量有关，只和两个电荷之间的距离有关，方向也总是沿着两个电荷连线的方向(吸引或排斥)，即电荷之间的静电作用力为有心力。我们在力学课程的学习中讲述过，有心力都是保守力，都有相应的势能对应。因此，若仅考虑两个电荷，令其中一个电荷保持静止，另一个电荷运动，如图 1-12 所示，两电荷间静电力为有心力，则两电荷间静电力为保守力，即两电荷间静电力做功只与运动电荷的起点和终点的位置有关，而与电荷运动的具体路径无关。或者说，当运动电荷在静电力作用下经任意路径运动一周后回到原来位置，静电力对电荷做功为零，这就是静电力的环路定理，可以写为

$$W=\oint\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\oint\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_0}{r^3}\boldsymbol{r}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$$

其中：q_1 为静止电荷；q_0 为运动电荷的带电量；$\boldsymbol{r}$ 为两电荷间位矢。

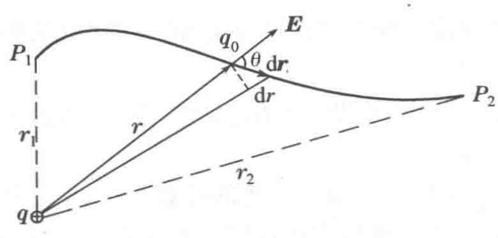


图 1-12　点电荷电场中电场力做功

若空间存在多个电荷时，如电荷 q_0 在电荷 q_1、q_2、$\cdots q_n$ 的电场中运动，q_0 所受到的总的静电力为其他各电荷对 q_0 产生的静电力的矢量和：