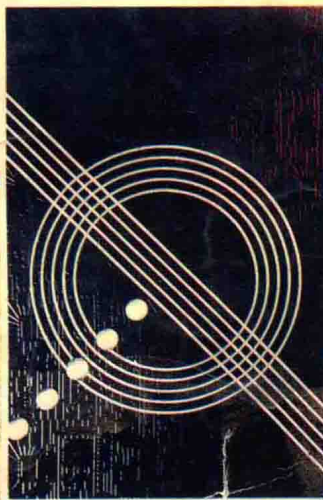


初中 数学 精讲

陈德前 编著
江苏教育出版社

一年级分册



CHU ZHONG SHU XUE JING JIANG

初中数学精讲 一年级分册

陈德前 编著

江苏教育出版社

初中数学精讲·一年级分册

陈德前 编著

责任编辑 喻 纬

出版发行:江 苏 教 育 出 版 社

(南京中央路 165 号,邮政编码:210009)

经 销:江 苏 省 新 华 书 店

照 排:南京理工大学激光照排公司

印 刷:淮 阴 新 华 印 刷 厂

(淮阴市淮海北路 44 号,邮政编码:223001)

开本 787×1092 毫米 1/32 印张 7.375 字数 160,000

1996 年 1 月第 1 版 1996 年 5 月第 2 次印刷

印数 100,001—150,030 册

ISBN · 7—5343—2582—X

G · 2327

定价:5.95 元

江苏教育版图书若有印刷装订错误,可向承印厂调换

说 明

学校学习阶段,是影响人的一生发展的重要阶段.在校学习能够遇到良师,是一生中的幸运.但这种幸运只可能降临到少数人身上.因此,将优秀教师的教学精华精心整理成书、广泛传播,为广大中学生提供“幸遇良师”的新机会,便成为我们多年的夙愿.经过多年筹备之后推出的新系列《初中数学精讲》,就是循着这样的思路策划成功的.

《初中数学精讲》的作者既有丰富的教学经验,又勤于笔耕,发表过大量著述.最为难能可贵的是,他们至今仍然坚持奋战在初中数学教学第一线,他们是在教学实践中经过千锤百炼、具有真才实学的名师.

《初中数学精讲》是作者的教学精华(特别是新授课教学精华)的浓缩.书中的内容讲解部分,不求面面俱到,而着力于剖析教材的重点、难点和关键;例题的解答与分析力求将“三基”(基础知识、基本技能技巧、基本思想方法)教学与解题训练融为一体,书中的习题经过精心的筛选与配置,由易到难层次分明,举一反三以少胜多.

《初中数学精讲》全套六册,分两批出版.1995年第一批出版的有:《一年级分册》,可与现行初中课本代数第一册(上)、代数第一册(下)和几何第一册配套使用;《二年级代数》,可与现行初中课本代数第二册配套使用;《二年级几何》,可与现行初中课本几何第二册配套使用;《复习强化》,主要供初中三年级下学期数学复习阶段使用,也可供各年级代数、几

何单元复习时使用. 1996年第二批出版的有:《三年级代数》, 可与现行初中课本代数第三册配套使用;《三年级几何》, 可与现行初中课本几何第三册配套使用.

这套书可供初中学生, 自学初中数学者, 中学数学教师、教研员, 师范院校数学系师生阅读. 这套书出版后, 将不断进行滚动式修订, 确保常出常新. 因此, 衷心欢迎广大读者对书中的不足之处提出批评、建议.

1996年5月

目 录

上篇 代数

第一章 代数初步知识

1.1	代数式	1
1.2	列代数式	4
1.3	代数式的值	8
1.4	公式的导出	10
1.5	简易方程的解法与应用	12

第二章 有理数

一	有理数的意义	16
2.1	具有相反意义的量、有理数的分类	16
2.2	数轴及其简单应用	19
2.3	相反数与倒数	21
2.4	绝对值	25
二	有理数的运算	32
2.5	有理数的加法和减法	32
2.6	有理数的乘法和除法	38
2.7	有理数的乘方	43
2.8	有理数的混合运算	45
2.9	近似数与有效数字	48

第三章 整式的加减

3.1	整式	54
3.2	同类项	58
3.3	去括号与添括号	61
3.4	整式的加减	65

第四章 一元一次方程

一	等式和方程	70
4.1	等式的类型、性质	70
4.2	方程和它的解	72
二	一元一次方程的解法和应用	75
4.3	一元一次方程的解法	75
4.4	列一元一次方程解应用题	83

第五章 二元一次方程组

5.1	二元一次方程	100
5.2	二元一次方程组	103
5.3	一次方程组的解法	106
5.4	一次方程组的应用	112

第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组

6.1	不等式和它的基本性质	118
6.2	一元一次不等式的解法与应用	124
6.3	一元一次不等式组的解法	127

第七章 整式的乘除

一 整式的乘法	135
7.1 幂的运算法则	135
7.2 单项式及多项式的乘法	138
二 乘法公式	143
7.3 乘法公式的学习与应用	143
7.4 完全平方公式的推广	150
三 整式的除法	153
7.5 同底数幂的除法	153
7.6 单项式与多项式的除法运算	157
小结	164

下篇 几何

第一章 线段、角

一 直线、射线、线段	171
1.1 直线、射线、线段的区别与联系	171
1.2 线段和差画图题要点简析	174
1.3 直线、线段的基本性质的应用	176
二 角	178
1.4 角的概念	178
1.5 角的分类与计算	182

第二章 相交线、平行线

一 相交线、垂线	190
2.1 对顶角的特征与性质	190

2.2	垂线的概念与作法	193
2.3	同位角、内错角、同旁内角	196
二	平行线	198
2.4	平行线	198
三	命题 定理 证明	203
2.5	命题与定理	203
2.6	命题的证明	206
	小结	214
	习题答案与提示	217

第一章 代数初步知识

代数的特点是用字母表示数,这是它与算术的区别.用字母表示数是简明地表达数量关系一般规律的需要.正是用字母表示数,我们才能用代数式、方程等来研究解决问题.初中代数有两个基本问题:一个是把含有字母的式子化简,这对于简化计算以及分析等量关系都是十分重要的;另一个是根据未知数所满足的条件求出未知数的值.前一个问题就是代数式的化简、求值,后一个问题就是解方程和应用题.繁与简、未知与已知都是矛盾的双方,它们在一定的条件下可以互相转化.代数就是研究怎样实现这些转化的.懂得了这些,我们学习代数就有了明确的方向.

本章主要讲关于代数式及其简单应用的知识.这是在小学算术的基础上,为学好初中代数所介绍的预备知识.学好这一章,将会为学习代数打开大门.

1.1 代数式

1. 用字母表示数的意义

正确理解用字母表示数的意义,不仅是跨进代数大门的关键一步,也是学好数学基础知识的基本要求.

(1)用字母表示数,可以把一些定律、公式简明地表示出

来.例如,“两数相乘,交换因数位置,其积不变”这条定律就可
用字母表示成 $ab=ba$.又如 $S=\frac{1}{2}ah$ 简明地表达了三角形的
底、高和面积之间的关系,提供了计算一切三角形面积的公
式.

(2)用字母表示数,可以更普遍地说明数量关系,精确地
表达数学问题.例如偶数用 $2n$ (n 是整数)表示,它揭示了任意
一个偶数都能被 2 整除的特征.再如下面的等式: 28^2-27^2
 $=28+27$, $7.5^2-6.5^2=7.5+6.5$,……,其数量关系的一般
规律可用字母表示为 $a^2-(a-1)^2=a+(a-1)$.

(3)用字母表示数,可使抽象问题具体化,繁杂问题简明
化,降低思考问题的难度.

例 1 周长相等的圆和正方形,哪一个的面积较大?

分析 这道题比较抽象,而用字母表示数以后,就可以化
抽象为具体.

解 设圆和正方形的周长为 a ,则正方形的面积为
 $\left(\frac{1}{4}a\right)^2=\frac{1}{16}a^2$,圆的面积为 $\pi\left(\frac{a}{2\pi}\right)^2=\frac{1}{4\pi}a^2$,因为 $\frac{1}{16}<\frac{1}{4\pi}$,所以
 $\frac{1}{16}a^2<\frac{1}{4\pi}a^2$.故圆的面积较大.

2. 用字母表示数应注意的三点

(1)要注意用字母表示数的相对确定性 在同一问题、同
一个式子里,每个字母表示的数都有一定的意义.习惯上,不
同意义的数用不同的字母表示,如加法交换律可用“ $a+b=b$
 $+a$ ”表示,这里左右两边的 a 和 b 必须分别表示同一个数,如
左边 $a=3, b=5$,右边 $a=2, b=6$,虽然它们的和仍相等,但却
不是原等式的意义了.

(2)要注意用字母表示数的任意性 用字母可以表示任

意数,所以不能认为 a 比 0 大,也不能认为 a 比 0 小.

(3)要注意用字母表示数的局限性 由于字母在式中的位置、字母表示数的实际意义,使字母表示的数的范围受到限制.例如代数式 $\frac{a}{1-a}$ 中的字母 a 必须满足 $a \neq 1$. 又如用 x 表示学生数,则 x 只能是自然数.

3. 怎样读代数式

代数式的建立可以简明地表示一些数量和数量之间的关系,它给我们研究和计算带来了极大的方便.但是,若不注意正确地读代数式,不仅会使别人发生误解,而且也会给以后的学习带来困难.怎样正确地读代数式呢?代数式的读法不唯一,一般要读出运算结果.

例 3 读出下列各代数式:

(1) $2(m+n)$;

(2) $m+2n$;

(3) $\frac{x^2-y}{z}$;

(4) $x^2 - \frac{y}{z}$.

分析 如果把(1)读成“ m 加上 n 的 2 倍”,那么我们很容易误解成(2);如果把(3)读成“ x 的平方减去 y 除以 z ”,那么我们也可能误解成(4).正确的读法是:

(1) m 加上 n 的和的 2 倍;

(2) m 加上 n 的 2 倍的和;

(3) x 平方与 y 的差,除以 z 所得的商;

(4) x 平方减去 y 除以 z 的商所得的差.

检验一个代数式读得对不对,可用还原法来检查.例如“ m 加上 n 的 2 倍所得的和”,可以唯一地还原成“ $m+2n$ ”,这说明读得正确.

练 习

1. 选择:

对于代数式 $2x - \frac{y}{3}$, 正确读法是

(A)

(A) x 的 2 倍与 y 除以 3 的差.

(B) x 与 y 除以 3 的差的 2 倍.

(C) x 的 2 倍与 y 的差除以 3.

(D) x 的 2 倍与 y 的和的三分之一.

2. 判断下列各组代数式的读法有什么区别?

(1) $(a-b)^2$ 与 a^2-b^2 ; (2) x^2+2y 与 $2x+y^2$.

3. 写出下列代数式的意义:

(1) $\frac{a-b}{ab}$;

(2) $(a+b)(a-b)$;

(3) $xy - \frac{1}{z}$;

(4) $(a+b)^2 - 4ab$.

1.2 列代数式

要学好列代数式, 应注意“列”与“写”两个方面:

1. 怎样列代数式

列代数式就是把文字语言表述的数量或数量关系用数学式子表示出来. 它的基本要领是:

(1) 要正确理解数量关系. 就是要在捕捉题目中的和、差、积、商、大、小、多、少、倍、分、倒数等词语的基础上, 理清两个量之间的数量关系. 比如, 甲数的 2 倍与乙数除以 3 的差. 这个语句里有三个关键词, 即“倍”、“除以”、“差”. 若设甲数为 x , 则它的 2 倍为 $2x$; 若设乙数为 y , 则乙数除以 3 表示为 $\frac{y}{3}$, 两者之差为 $2x - \frac{y}{3}$. 这就是所要列的代数式.

(2) 弄清运算顺序. 比如, “ a 、 b 的立方和”与“ a 、 b 和的立

方”是不同的. 因为“立方和”是先计算立方, 后计算加法; 而“和的立方”是先计算加法, 再计算立方. 故 a 、 b 和的立方列式为 $(a+b)^3$, a 、 b 的立方和列式为 a^3+b^3 .

一些简单的数量关系的题型, 一般先读的先写, 并用指定的运算符号连接另一个数字或字母. 如 x 与 5 的和, 即为 $x+5$; b 除 8 的商, 即 $\frac{8}{b}$; y 的 70%, 即 $\frac{70}{100}y$.

(3) 隔段分析, 浓缩原题, 正确使用括号.

例 1 用代数式表示: x 的 2 倍与 y 的平方的和乘以 x 平方的 7 倍与 y 的倒数的差的积.

分析 1° 隔段分析, 就是一个一个短语分析, 逐个列式. x 的 2 倍即 $2x$, y 的平方即 y^2 , x 平方的 7 倍即 $7x^2$, y 的倒数即 $\frac{1}{y}$. 这样, 将原题划分为四段, 相当于先造好“零件”.

2° 浓缩原题, 就是在隔段分析的基础上, 去掉各部分的短词, 并分析运算顺序, 使原题浓缩. 本例可浓缩为“和乘以差的积”. 而“和”与“差”应各作为一个整体, 所以必须使用括号, 所列代数式为 $(2x+y^2)\left(7x^2-\frac{1}{y}\right)$.

例 2 用代数式表示: x 、 y 的和的倒数与这两个数的倒数的和的差.

分析 1° 分段: x 、 y 的和即 $(x+y)$, “的倒数”即 $\frac{1}{x+y}$; 这两个数的倒数, 即 $\frac{1}{x}$ 、 $\frac{1}{y}$, “之和”即 $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$.

2° 浓缩: “倒数与和的差”, 即 $\frac{1}{x+y}-\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$.

(4) 依据公式, 列代数式. 对于用代数式表示阴影部分的数量关系, 可先分析数量关系, 再用公式代换, 列出代数式.

例 3 如图 1-1, 用代数式表示阴影部分的面积.

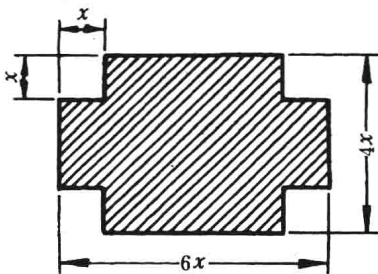


图 1-1

分析 1° 分析数量关系: 即长方形面积—正方形面积的 4 倍, 表示为 $S_{\text{长}} - 4S_{\text{正}}$.

2° 用面积公式代换: $S_{\text{长}} = 6x \cdot 4x$, $S_{\text{正}} = x^2$, 所以所列代数式为 $6x \cdot 4x - 4x^2$.

2. 怎样书写代数式

(1) 数字与字母、字母与字母相乘时, 乘号通常省略不写. 如 $v \times t$ 可写成 vt , $t \times 3$ 写成 $3t$ (注意数字在前, 字母在后), 但数与数相乘时, 乘号不能省略. 如 2×3 不能写成 23; 带分数与字母相乘时, 要化带分数为假分数, 如 $m \times 1\frac{1}{4}$ 写成 $\frac{5}{4}m$; 数字是“1”时, 可省略不写.

(2) 在含有字母的除法运算中, 一般不用“ $\div$ ”号, 而写成分数形式. 如 $(a+b) \div 2$ 应写成 $\frac{1}{2}(a+b)$ 或 $\frac{a+b}{2}$. 这里分数线既当作括号, 也作除号使用, 因此有人把它称为括线.

(3) 如果所列代数式过繁, 可以用简化后的代数式表示, 但二者不能用等号连接.

(4) 写代数式时, 不要写单位名称, 单位名称在答案中写出来. 若是乘除关系时, 单位名称写在代数式的后面; 若是和

差关系时,必须把代数式用括号括起来,再写单位名称.如某班原有 a 名同学订购《初中数学精讲》,现在订购数增加了 35%,则现在共订购的数目应为 $1.35a$ 本,或写成 $(a+35\%a)$ 本,但不能写成 $a+35\%a$ 本.

练 习

1. 选择:

(1)下列代数式中书写正确的是 ()

(A) $ab \frac{5}{2}$. (B) $\frac{5}{2}ab$. (C) $2 \frac{1}{2}ab$. (D) $2 \frac{1}{2}a \times b$.

(2)设甲乙两数分别为 x, y ,用代数式表示“甲乙两数的平方差与甲乙两数和的平方的积”是 ()

(A) $(x^2-y^2)(x^2+y^2)$. (B) $(x-y)^2(x+y)^2$.
(C) $(x-y)^2(x^2+y^2)$. (D) $(x^2-y^2)(x+y)^2$.

2. 用代数式表示下列各题:

- (1) a, b 的和与它们的差的积;
- (2) x 的 3 倍与 y 的立方的和乘以 x, y 的倒数和;
- (3) 长方形的一边长为 x , 周长为 40, 求它的面积;
- (4) 两个数的积是 58, 其中一个数是 x , 求它们的和;
- (5) 求图 1-2 中阴影部分的面积;

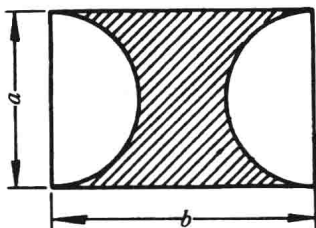


图 1-2

- (6) 一个分数,分子为 x ,分母是分子的 2 倍多 5,求这个分数. x 有何限制?

1.3 代数式的值

1. 字母的取值与代数式的值

代数式的值是由这一代数式中字母在允许范围内所取的值而确定的,它随字母所取值的不同而变化.因此,不能笼统地说“代数式的值”,而要说明在字母取什么值时,求得这个代数式的值是多少,反映在书写格式上,代入前须写出“当……时”的字样,以示所求代数式的值是在什么条件下求得的.

用字母表示数,体现了从特殊到一般的思想,而求代数式的值则体现了从一般到特殊的思想,从中我们可以体会到特殊与一般的辩证关系.

2. 求代数式值的步骤

求代数式的值主要有“代入”和“计算”两个步骤.在代入时,要注意“对号入座”和“恢复原状”.代数式中原来的运算符号和具体数字都要保持不变;当字母的取值是分数(或负数)作乘方运算时,都要添上括号;代数式原来省略的乘号,在代入时要恢复出来.

例 1 当 $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$ 时,分别计算代数式 $(x-y)^2$ 和 $x^2 - y^2$ 的值.

解 当 $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$ 时,

$$(x-y)^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36};$$

$$x^2 - y^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{9} = \frac{5}{36}.$$

说明 (1)显然 $(x-y)^2 \neq x^2 - y^2$;