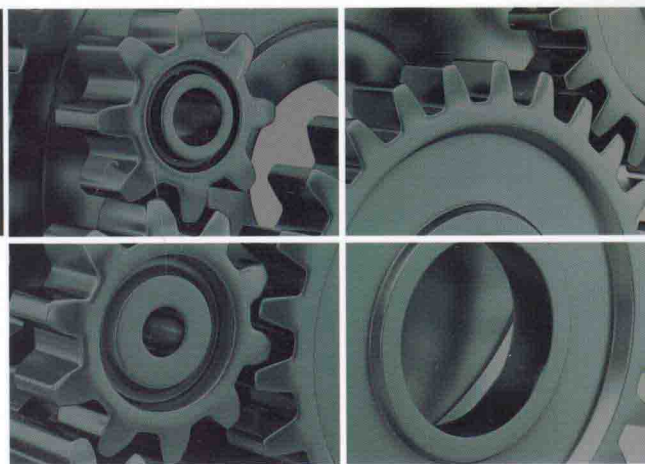


普通高等教育“十二五”规划教材
石油和化工机械特色专业系列教材



机械振动学

许福东 徐小兵 易先中 主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



普通高等教育“十二五”规划教材
石油和化工机械特色专业系列教材

机 械 振 动 学

主 编 许福东 徐小兵 易先中
参 编 梅 超 李 宁
主 审 周志宏



机械工业出版社

本书根据高等学校力学基础课程教学指导委员会制订的“振动力学课程教学基本要求”，详细介绍了各种机械振动现象的机理、机械振动力学的基本理论、应用研究与方法，并对相关教学内容进行了重新编排和调整，注重理论联系实际，重点引入了专题应用内容，着重强调在石油机械中的应用。本书内容丰富，概念清晰，论述系统性强。全书共分7章，主要包括绪论、机械振动运动学、单自由度系统振动、两自由度系统振动、多自由度系统振动、弹性体振动和机械振动系统的计算机仿真及其应用以及附录。

本书力求结构紧凑，语句简明，通俗易懂，着重突现石油机械中的应用特色，便于教学和自学。

本书可作为高等院校，特别是石油院校机械类等学科高年级本科生和相关专业的硕士研究生的教材以及少学时教学的教材，也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

机械振动学/洪福海, 徐小虎, 易先中主编. —北京: 机械工业出版社, 2015.4

普通高等教育“十三五”规划教材

ISBN 978-7-111-49163-7

I. ①机… II. ①洪…②徐…③易… III. ①机械振动—高等学校—教材 IV. ①TH113.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 005542 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 余 皞 责任编辑: 余 皞 丁昕祯 李 乐

版式设计: 霍永明 责任校对: 刘秀芝

封面设计: 张 静 责任印制: 李 洋

北京宝昌彩色印刷有限公司印刷

2015 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 13.75 印张 · 331 千字

标准书号: ISBN 978-7-111-49163-7

定价: 29.80 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线: 010-88379833

机工官网: www.cmpbook.com

读者购书热线: 010-88379649

机工官博: weibo.com/cmp1952

教育服务网: www.cmpedu.com

封面防伪标均为盗版

金书网: www.golden-book.com

石油和化工机械特色专业教材编委会

主 任 冯 定

副主任 徐小兵

委 员 （按姓氏笔画序）

马卫国 冯 进 刘旭辉 吕志鹏 许福东 吴文秀

吴修德 杨 雄 易先中 张 红 张 强 周志宏

侯作富 郭登明 管 锋

秘 书 门朝威

序

随着我国经济的高速发展,人们对油气资源的需求量在不断上升,政府及石油化工部门对石油和化工机械的重视程度日益提高。“石油和化工机械”是指从石油钻探开始直到加工成化工成品的一系列过程中所用到的机器与装备的总称,是涉及机械、材料、能源动力、矿业等诸多学科的综合性专业。与其他机械设备不同,石油和化工机械的工作环境相对特殊,设计制造成本相对更高,因此具有“高投入、高风险、高技术”的显著特点。为降低风险同时减少成本,石油和化工机械需要更多设计研发和维护使用领域的专门人才,因此,对相关领域人才的培养显得尤为重要。但是,“石油和化工机械”相关专业的开发与相关教材建设没有与时俱进,无法满足高等教育培养人才的需要。因此,组织编写、出版一套“石油和化工机械”特色专业系列教材是大势所趋。

由于“石油和化工机械”涉及范围广,专业覆盖面积大,不同专业的培养目标、培养要求、主干学科、主要课程、主要实践性教学环节等均有不同的侧重点。根据当前“石油和化工机械”的发展现状与实际需求,本着“由浅入深,通俗易懂,针对性强”的指导思想,长江大学机械工程学院进行了大量的调研工作,聘请了机械工程和石油与天然气工程及其相关领域一批学术造诣深、经验丰富的教授、专家,组织成立了“石油和化工机械特色专业教材编写委员会”,并于2013年5月在湖北荆州组织召开了石油化工机械相关专业特色教材建设研讨会,就石油和化工机械相关专业本科教育的课程体系、课程教学内容、教材建设等问题反复进行了研讨,在总结归纳以往教学改革、教材编写经验的基础上,以推动“石油和化工机械”特色专业教学改革和教材建设为宗旨,进行总体设计,制定编写原则和编写规划,决定出版“石油和化工机械特色专业”系列教材,以尽快满足全国众多院校的教学需要,以后再根据专业方向的需要逐步修正、增补。

本系列特色教材的设计原则是,重实践经验,重科学发展,内容全面,涵盖范围广,体现人才培养要求。本着“质量优先,共同把关”的原则,编委会组织专家分别对教材编写的各个环节进行把关和认真仔细的评审。教材初稿完成后又组织专家进行研讨,经反复推敲定稿后才最终进入出版流程。

高等院校是培养石油化工相关专业人才的基地。我相信,本系列特色教材的出版,将对我国石油和化工机械相关专业本科教育的发展和高级石油化工专业人才的培养起到积极的推进作用,同时,也为石油和化工领域众多实际工作者提供技术和学习资料。当然,“石油和化工机械”涉及领域较广,学科交叉和技术日新月异,本套系列特色教材定会存有缺点与不足,难免挂一漏万,诚恳地希望得到有关专家、学者的关心与支持,希望广大读者在使用过程中多提宝贵意见。

“如切如磋，如琢如磨”，我国高等院校石油和化工机械特色专业有着巨大的机遇和发展前景，在此我们希望各高校的石油和化工特色专业越办越好，相互取长补短，为我国石油化工行业输送更多的优秀人才。让我们共同努力，为我国石油和化工机械教育事业的发展做出贡献。



2015 年 1 月于长江大学

前 言

机械振动学是固体力学的重要基础分支之一，是一门为设计高品质机械工程实际结构或机器提供必要的振动理论基础和计算方法的专业基础课。本书根据高等学校力学基础课程教学指导委员会制订的“振动力学课程教学基本要求”编写而成，可满足普通工科高等学校机械振动学的基本教学要求。

当前，我国的高等教育已从精英教育转变为大众教育。为适应新的形势，本书在突现基本概念、原理和方法的前提下，结合了石油机械专业特色，注重实际机械工程应用。针对学生的学习由基础课过渡到专业技术基础课的特点，和对实际石油机械工程问题不是很了解的情况，本书着重培养学生建立机械振动力学模型的能力。

本书由长江大学机械工程学院从事工程力学教学和石油机械装备研究的相关教师，在多年讲授机械振动学的基础上精心编写而成。由许福东教授、徐小兵教授、易先中教授担任主编。其中第0、1、2、6章和附录部分由许福东教授执笔，第3章由许福东教授和梅超讲师共同执笔，第4章由易先中教授和李宁讲师共同执笔，第5章由徐小兵教授执笔。全书由许福东、徐小兵、易先中三位教授统稿整理，并由周志宏教授主审。参加部分工作的研究生有胡成峰、李银银、龚小霞、覃江、张宇航、杨亚等同学。

本书的内容安排为教师教学留有较大的选择余地。本书适用于总学时为40学时左右的机械振动学课程。如果不讲述书中带“*”的内容，学时可以压缩，能满足一些机械类专业32学时左右的教学要求。

感谢长江大学机械工程学院冯定、陈平中与王长建等领导同志在教材的编写、出版中提供的支持与帮助。

由于水平所限，书中疏漏与不足之处在所难免，敬请读者批评指正。

编 者

目 录

序	
前言	
0 绪论	1
0.1 机械振动	1
0.2 机械振动学内容与振动系统模型	2
0.2.1 离散振动系统与连续振动系统	2
0.2.2 线性振动系统与非线性振动系统	2
0.2.3 确定性振动系统与概率性振动系统	3
0.2.4 单自由度机械振动系统与多自由度机械振动系统	3
0.3 激励与响应	3
0.4 机械振动问题及其解决方法	4
0.4.1 机械振动问题	4
0.4.2 机械振动问题的解决方法	4
1 机械振动运动学	5
1.1 概述	5
1.1.1 机械振动的概念	5
1.1.2 机械振动的分类	7
1.2 简谐振动及其表示方法	7
1.2.1 简谐振动及其特征	7
1.2.2 简谐振动的矢量表示法和复数表示法	8
1.2.3 简谐振动的合成	10
1.3 非简谐周期振动的谐波分析	13
1.4 非周期振动的频谱分析	15
*1.5 随机振动的统计分析法	17
习题	18
2 单自由度系统振动	19
2.1 概述	19
2.2 单自由度系统无阻尼自由振动	20
2.2.1 振动特性的讨论	21
2.2.2 扭转振动	25
2.2.3 计算机械振动系统固有频率的其他方法	26
2.3 单自由度系统有阻尼自由振动	33
2.3.1 阻尼的作用与分类	33
2.3.2 系统的动力学模型和运动微分方程	34
2.3.3 衰减振动特性的讨论	36
2.4 单自由度系统受迫振动	38
2.4.1 简谐激振力引起的受迫振动	39
2.4.2 周期激振力引起的受迫振动	46
2.4.3 任意激振力引起的受迫振动	48
*2.5 单自由度系统振动应用专题	51
2.5.1 等效黏性阻尼	51
2.5.2 振动的隔离	54
2.5.3 轴的临界转速	57
习题	59
3 两自由度系统振动	62
3.1 概述	62
3.2 两自由度系统的自由振动	63
3.2.1 系统的运动微分方程	63
3.2.2 固有频率和主振型	64
3.2.3 系统对初始条件的响应	67
3.2.4 振动特性的讨论	68
3.2.5 主振型的正交性	69
3.3 两自由度系统的受迫振动	71
3.3.1 系统的运动微分方程	71
3.3.2 振动特性的讨论	72
*3.4 两自由度系统振动应用专题——动力减振器	74
3.4.1 无阻尼动力减振器	75
3.4.2 有阻尼动力减振器	76

习题	79	5.3.2 固有频率与主振型	144
4 多自由度系统振动	83	5.4 梁的横向弯曲自由振动	145
4.1 多自由度系统运动方程		5.4.1 运动方程	145
的建立	83	5.4.2 固有频率和主振型	147
4.1.1 拉格朗日法	83	5.5 梁的横向弯曲受迫振动	153
4.1.2 作用力方程与影响系数法	86	5.5.1 主振动的正交性	154
4.1.3 位移方程与柔度影响系数法	88	5.5.2 用模态分析法求梁的动力	
4.2 多自由度系统的固有频率		响应	156
和主振型	92	* 5.6 弹性体振动应用专题	158
4.2.1 固有频率	92	5.6.1 传递矩阵法在弹性体中的	
4.2.2 主振型	93	应用	158
4.2.3 主振型的正交性	95	5.6.2 弦的横向振动	160
4.3 多自由度系统运动方程的		5.6.3 薄板的自由振动	164
模态分析法	98	5.6.4 矩形薄板弯曲的自由振动	166
4.3.1 惯性耦合与弹性耦合	98	习题	169
4.3.2 模态矩阵	101	* 6 机械振动系统的计算机仿真	
4.3.3 模态坐标及正则坐标	103	及其应用	171
4.3.4 用模态分析法求系统动力		6.1 概述	171
响应	108	6.1.1 系统	171
4.4 多自由度系统的数值方法	111	6.1.2 模型	172
4.4.1 瑞利法	111	6.1.3 仿真	172
* 4.4.2 里茨法	113	6.2 机械振动系统仿真研究的	
4.4.3 邓柯莱法	115	一个实例	172
4.4.4 霍尔兹法	117	6.3 连续机械振动系统数字仿	
4.4.5 矩阵迭代法	119	真的基本算法	175
4.4.6 传递矩阵法	124	6.3.1 连续模型的拉普拉斯变换	175
* 4.5 多自由度系统振动应用		6.3.2 连续模型传递函数描述	176
专题	130	6.3.3 连续模型的状态空间描述	176
4.5.1 多自由度系统振动系统分析		6.3.4 数值积分法	177
实例一	130	6.3.5 欧拉法	177
4.5.2 多自由度系统振动系统分析		6.3.6 梯形法	178
实例二	132	6.3.7 龙格-库塔法	178
习题	136	6.4 机械振动系统仿真应用	
5 弹性体振动	139	实例	179
5.1 概述	139	习题	205
5.2 杆的纵向振动	139	附录	206
5.2.1 运动方程	139	附录 A 预备知识——动力学普遍	
5.2.2 固有频率和主振型	141	方程、拉格朗日方程	206
5.3 均质等截面圆轴的扭转		附录 B 拉普拉斯变换表	208
振动	143	附录 C 数值积分	211
5.3.1 运动方程	143	参考文献	212

0 绪 论

0.1 机械振动

机械振动作为一种物理现象，在石油机械工程领域和日常生活中，是非常普遍的。例如，行驶的石油载重车辆的颠簸；海洋石油钻采中船舶装备的振动；文艺活动中，乐器琴弦的振动；桥梁、石油钻机的晃动；石油机械制造中机床与刀具的振动等。本书所指机械振动就是特指石油机械振动。

所谓机械振动是指物体（或物体系）在平衡位置附近作往复或周期性的运动，简称振动。

石油机械工程中有大量的振动问题存在，需要人们去研究，特别是现代石油设备和机器结构正向大功率、高速度、高精度、轻型化、大型化等方向发展，振动问题也就越来越突出。因此，掌握机械振动规律就显得十分重要了，也只有掌握了机械振动规律和特征后，才能在石油机械工程领域中有效地利用机械振动有益的方面和限制机械振动有害的方面。

众所周知，机械振动在日常生活与石油机械工程中常带来危害。例如，石油钻机振动引起噪声污染；精密仪器设备的振动影响其功能；机床的振动降低机械加工的精度和光洁度，加剧构件的疲劳和磨损，缩短其使用寿命；石油机械振动还要消耗大量能量，降低机器工作效率；石油机械振动有时会使结构发生大变形而破坏，甚至造成灾难性的事故；有些桥梁就是由于振动而坍塌；海洋轮船的振动恶化了承载的条件；地震、暴雨、台风等造成巨大的经济损失等。然而，机械振动也可以用来为人类服务。例如，利用钟摆振动原理制造钟表；利用石油泥浆振动筛筛分重晶石。工程实际中数以千计的振动机器和振动仪器可以完成许多不同的工艺过程，如：给料、上料、输送、石油钻井液筛分、布料、烘干、冷却、脱水、选分、破碎、粉磨、光饰、落砂、成型、整形、振捣、夯土、压路、摊铺、石油钻探、装载、振仓、犁土、振动沉桩、清理、捆绑、采油、切削、检桩、检测、石油地质勘探、石油测试、采油设备诊断等。这些机器和仪器还包括振动给料机、振动输送机、振动整形机、振动筛选机、振动脱水机、振动干燥机、振动冷却机、振动破碎机、振动球磨机、振动光饰机、振动压路机、振动摊铺机、振动夯土机、振动沉拔桩机、振动造型机、振动采油机、振动筛分机、液压冲击机、振动落砂机、振动离心脱水机、海浪发电机以及各种形式的振捣器和激振器等。它们极大地改善了人们的劳动条件，甚至成百倍地提高了人们的劳动生产率。可见研究和掌握机械振动规律有着十分重要的意义，可以使工程技术人员能更好地利用机械振动有益的一面，而减少有害的一面。可以预计，随着生产实践和科学研究的不断进展，人们对机械振动过程的认识将越来越深化，机械振动的利用将会更加广泛，我们会更多地利用机械振动规律造福人类。广大工程技术人员要努力掌握机械振动的规律，并用它来更好地为社会主义建设服务。

从工程研究角度看,机械振动是研究机械结构或设备的动态问题。动态问题是现代科学和现代工程中非常突出的问题,动态问题区别于静态问题并揭示了静态无法说明的规律和特征。机械振动成为研究动态问题的重要基础。

0.2 机械振动学内容与振动系统模型

机械振动学内容大致分为四个方面:

- (1) 振动运动学 研究振动物体运动的几何性质与振动规律。
- (2) 振动分析 已知物体系统特性、激励与干扰条件,分析计算物体系统的机械振动响应。
- (3) 振动预测 已知物体系统特性和物体所许可的响应条件,预测激励与干扰问题。
- (4) 振动特性测定或系统识别 已知激励、干扰条件以及响应条件,修正或确定物体系统的特性,这类问题有时称为振动设计。本书主要介绍机械振动分析与振动仿真应用方面的基础知识。

实际石油机械振动的物体系统模型往往是很复杂的。这些模型是将实际事物抽象化而得到的表达。石油机械振动系统模型按系统的不同性质可分为:离散振动系统模型与连续振动系统模型、线性振动系统模型与非线性振动系统模型、确定性振动系统模型与概率性振动系统模型等。按产生机械振动的原因可分为:自由振动系统模型、受迫振动系统模型和自激振动系统模型等。按机械振动的规律可分为:简谐振动系统模型、非简谐振动系统模型。按机械振动系统的自由度数目可分为:单自由度振动系统模型、多自由度振动系统模型。按机械振动位移的特征可分为:扭转振动系统模型、纵向振动系统模型和横向振动系统模型。按驱动装置的型式可分为:惯性式振动系统、弹性连杆式振动系统和电磁式振动系统等。

0.2.1 离散振动系统与连续振动系统

离散振动系统是由集中参数元件组成的,基本的集中参数元件有三种:质量、弹簧与阻尼。

- 1) 质量(包括转动惯量)模型只具有惯性。
- 2) 弹簧模型只具有弹性,其本身质量大多可以略去不计。
- 3) 阻尼模型既不具有弹性,也不具有惯性。它是消耗能量的元件,在相对运动中产生阻力。

离散振动系统的运动在数学上用常微分方程来描述。

连续振动系统是由弹性体元件组成的。典型的弹性体元件有杆、梁、轴、弦、板等。弹性体的惯性、弹性与阻尼是连续分布的,故亦称为分布参数振动系统。

连续振动系统的运动在数学上多用偏微分方程来描述。

0.2.2 线性振动系统与非线性振动系统

如果一个石油机械振动系统的质量不随运动参数(如坐标、速度、加速度等)而变化,系统的惯性力、阻尼力、弹性恢复力分别与加速度、速度、位移呈线性关系,能用常系数线

性微分方程描述的振动系统统称为线性振动系统。凡是不能简化为线性振动系统的振动都称为非线性振动系统。非线性振动系统需要用非线性微分方程来描述。

0.2.3 确定性振动系统与概率性振动系统

确定性振动系统的特性可用时间的确定函数来描述。例如, 正弦函数、余弦函数等。概率性振动系统的特性不能用时间的确定函数来描述, 只具有概率统计规律性。

确定性振动系统的运动用确定的微分方程来描述, 而概率性振动系统则需要用如期望、方差等统计规律来描述。

一个实际石油机械振动系统究竟应该采用哪一种简化模型, 应该根据具体情况进行具体分析。而分析简化模型的正确与否, 必须经过科学实验或生产实践的检验。

0.2.4 单自由度机械振动系统与多自由度机械振动系统

单自由度机械振动系统是指在石油机械振动过程中任何瞬时的几何位置只需要一个独立坐标来描述的振动系统。确定一个石油机械振动系统空间几何位置所需要的独立坐标的个数, 称为石油机械振动系统的自由度。

多自由度石油机械振动系统是在机械振动过程中任何瞬时的几何位置需要有多多个独立坐标来描述的振动系统。后面章节以此分类展开讨论。

0.3 激励与响应

一个实际的石油机械振动系统, 在外界振动激励的作用下, 会呈现一定的机械振动响应。这种激励就是系统的输入, 响应就是输出, 二者由系统的机械振动特性联系 (图 0.1)。

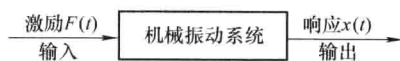


图 0.1 系统激励与响应的关系

系统激励可分为两大类:

(1) 确定性激励 可以用时间的确定函数如正弦或余弦规律来描述的激励属于确定性激励。还有脉冲函数、阶跃函数、周期函数、简谐函数等都是典型的确定性函数。

(2) 随机性激励 随机性激励不能用时间的确定函数来描述, 但它们具有一定的概率统计性, 如均值、方差等的规律性, 因而可以用随机过程来描述。

机械振动系统响应同样可以分为两大类:

(1) 确定性响应 机械振动系统的响应是时间的确定函数, 这样的机械振动响应称为确定性响应。确定性响应现分类如下:

1) 按存在时间分为瞬态响应和稳态响应。

2) 按是否有周期性可分为简谐响应、周期响应、非周期响应等。简谐振动的响应用时间的正弦或余弦函数来描述; 周期振动的响应用时间的周期函数来描述; 非周期振动的响应可以认为是用若干脉冲响应的叠加来描述的。

(2) 随机性响应 (略)

0.4 机械振动问题及其解决方法

0.4.1 机械振动问题

不论是确定性的还是概率性的石油机械振动问题，都是在激励、响应以及系统特性的三者当中，已知二者来求第三者。

所谓机械振动分析是在激励条件与系统特性已知的情形下，求系统的机械振动响应。

所谓机械振动特性测定或系统识别是在激励与响应均为已知的情形下，来确定系统的特性。

所谓振动综合或振动设计是在一定的激励条件下，如何来设计系统的特性，使得机械振动系统的响应满足指定的条件。

所谓机械振动预测是在机械振动系统特性和响应已知的情形下，求激励，即判别系统的特性。

实际的石油机械振动问题是很复杂的。将实际问题抽象成为机械振动力学模型，实质上就是一个系统识别的问题，进而针对机械振动系统模型列式求解的过程。实际上，这就是机械振动分析的过程。机械振动分析的结果还必须用于改进设计或者排除故障，而这就是机械振动设计。

0.4.2 机械振动问题的解决方法

石油机械振动问题的解决方法大致上分为理论分析方法与实验研究方法，并且二者是相辅相成的。在大量生产实践和科学实验基础上建立起来的理论，反过来能对实践起一定的指导作用。而从理论分析得到的每一个结论都必须通过实验的验证，并经受生产实践的检验，才能确定其是否正确。在机械振动问题的理论分析中大量地应用了数学工具，特别是计算机与计算技术的日益发展以及计算机仿真技术的应用，为解决复杂石油机械振动问题提供了有力的工具。

本书主要分6章介绍机械振动学基本内容。第1章为机械振动运动学，它是机械振动的运动学基础之一；第2章为单自由度系统振动，它是机械振动学全书的基础知识；第3章为两自由度系统振动，它是机械振动学研究多自由度系统振动的基础；第4章为多自由度系统振动，它强调了影响系数法对机械振动方程的建立和机械振动模态分析法的应用；第5章为弹性体振动，主要介绍杆的纵振、梁的横振、弦的横振和薄板的振动等；第6章是机械振动系统的计算机仿真及其应用，在介绍仿真技术的基础上，重点介绍应用实例。全书在介绍石油机械振动理论的基础上，还提供了大量例题和习题，以便读者学习、参考和使用。

1 机械振动运动学

1.1 概述

1.1.1 机械振动的概念

机械振动可解释为：机械或结构物在静平衡位置附近的一种反复运动或者说机械动力系统随时间变化而作的来回振荡运动。机械振动包含石油机械振动。

振动现象在日常生活中的石油机械领域处处都有发生。例如：①心脏的搏动；②耳膜、音叉（图 1.1a）和声带的振动等；③石油载重汽车、火车、飞机及桥梁（图 1.1b）等机械设备的振动；④家用电器、钟表的振动、⑤地震；⑥石油钻机的振动、泥浆振动筛的运动和振动采油机的振动以及水力振荡器等。

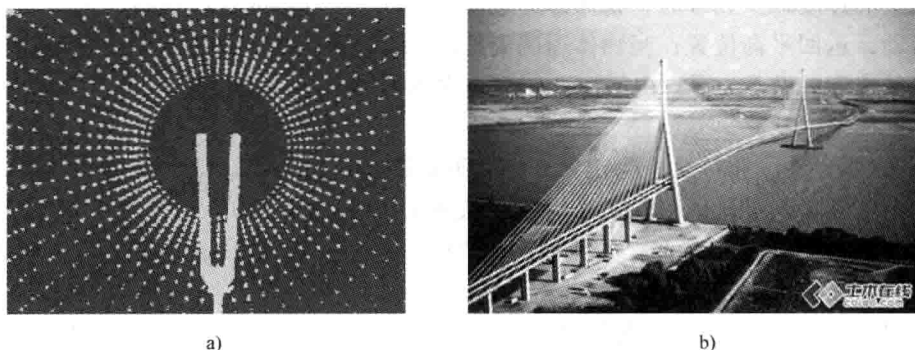


图 1.1 音叉和桥的振动

a) 音叉 b) 桥梁

在许多情况下，石油机械振动是有害的。它影响机器设备的工作性能和寿命，产生不利于工作的噪声和有害于机械或结构物的动载荷，严重时会使零部件失效甚至破坏而造成事故。轻的影响乘坐的舒适性、降低机器及仪表的精度。重的则危害人体健康、引起机械设备及土木结构的破坏。因此，对于大多数石油机械、设备和结构物，应将其机械振动控制在允许的范围内。

事物都是一分为二的。机械振动也有有利的一面。对于利用振动原理工作的机器设备，则应使它能产生所希望的振动，选择其应有的效能。

利用机械振动实例如下：例如，石油机械中的钻井液固控系统的振动筛、冲击凿岩机、顿钻等；又如，琴弦振动；振动沉桩、振动拔桩以及振动捣固等；还有振动检测；振动压路机、振动给料机和振动成型机等。

实际的石油机械或结构物可以简化为一个力学模型。如图 1.2 所示，一个不发生形变的物体放在一个忽略了质量的弹簧上，组成一个“弹簧-质量”系统。如图 1.2f 所示。

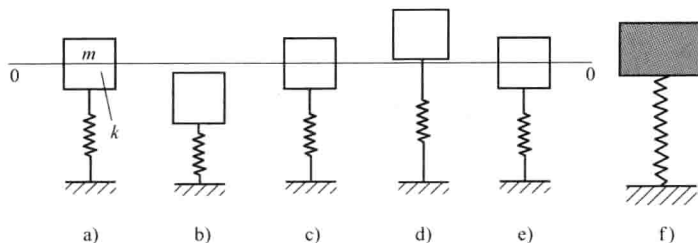


图 1.2 弹簧-质量系统

物体静止时, 物体处于图 1.2a 所示的平衡位置 0-0, 此时物体的重力与弹簧支持它的弹性恢复力互相平衡, 即它们的合力 $Q=0$, 物体的速度 $v=0$, 加速度 $a=0$; 当物体受到向下的冲击作用后即向下运动, 弹簧被进一步压缩, 弹性恢复力逐渐加大, 使物体作减速运动。当物体的速度减小到零后, 物体即运动到如图 1.2b 所示的最低位置, 此时 $v=0$, 而弹簧的弹性恢复力大于物体的重力, 故合力 Q 的方向向上, 使物体产生向上的加速度 a , 物体即开始向上运动; 当物体返回到如图 1.2c 所示的平衡位置时, 其所受合力 Q 又为零, 但其速度 v 却不为零, 由于惯性作用, 物体继续向上运动; 随着物体向上运动, 弹簧逐渐伸长, 弹性恢复力逐渐变小, 物体重力大于弹性恢复力, 合力 Q 方向向下, 故物体再次作减速运动。当物体向上的速度减少到零时, 物体即运动到如图 1.2d 所示的最高位置。此后, 物体即开始向下运动, 返回平衡位置; 当物体返回到如图 1.2e 所示的平衡位置时, 其所受合力 Q 又为零, 但其速度 v 仍不为零。由于惯性作用, 物体继续向下运动。这样, 物体即在平衡位置附近作来回往复运动。

1) 一次振动——物体从平衡位置开始向下运动, 然后向上运动, 经过平衡位置再继续向上运动, 然后又向下运动回到平衡位置 (从图 1.2a 到图 1.2e)。

机械振动是指机械系统的某些物理量 (位移、速度、加速度), 在某一数值附近随时间 t 的变化关系。石油机械振动也有这些特点。

2) 周期振动——物体在相等的时间间隔内作往复运动。

3) 周期——往复一次所需的时间间隔 (T)。

周期振动 (图 1.3) 可用时间的周期函数表达为

$$x(t) = x(t + nT) \quad (1.1)$$

式中, $n = 1, 2, \dots$ 。

4) 频率——周期的倒数, 其表达式为

$$f = \frac{1}{T} \text{ (1/s 或 Hz)} \quad (1.2)$$

5) 非周期振动 (图 1.4) 不可用时间的周期函数表达。

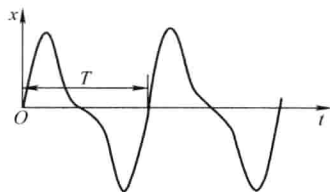


图 1.3 周期振动

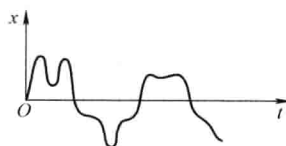


图 1.4 非周期振动

1.1.2 机械振动的分类

对于一个复杂的问题,人们往往用分类的办法将其区别对待。这里着重讨论石油机械振动,有必要对振动加以分类。

(1) 按产生振动的原因分类

- 1) 自由振动——当系统的平衡被破坏,只靠其弹性恢复力来维持的振动。
- 2) 受迫振动——在外界激振力的持续作用下,系统被迫产生的振动。
- 3) 自激振动——由于系统具有非振荡性能源和反馈特性,而引起一种稳定的周期振动。

(2) 按振动的规律分类

- 1) 简谐振动——能用一项正弦或余弦函数表达其运动规律的周期振动。
- 2) 非简谐振动——不能用正弦或余弦函数来表达其运动规律的周期振动。
- 3) 随机振动——不能用简单函数或这些简单函数的组合来表达其运动规律,而只能用统计的方法来研究的非周期振动。

(3) 按振动系统的结构参数的特性分类

- 1) 线性振动——系统的惯性力、阻尼力、弹性恢复力分别与速度、加速度、位移呈线性关系,能用常系数线性微分方程描述的振动。
- 2) 非线性振动——系统的阻尼力或弹性恢复力具有非线性性质,只能用非线性微分方程描述的振动。

(4) 按振动系统的自由度数目分类

- 1) 单自由度系统振动——确定系统在振动过程中任何瞬时的几何位置只需要一个独立坐标的振动。
- 2) 多自由度系统振动——确定系统在振动过程中任何瞬时的几何位置需要多个独立坐标的振动。

(5) 按振动位移的特征分类

- 1) 扭转振动——振动体上的质点只作绕轴线的振动。
- 2) 纵向振动——振动体上的质点只作沿轴线方向的振动。
- 3) 横向振动——振动体上的质点只作垂直轴线方向的振动。

振动还可以按其他的分类方法分为:周期振动、非周期振动;稳态振动、瞬态振动;确定性振动与不确定性振动等。

1.2 简谐振动及其表示方法

1.2.1 简谐振动及其特征

如图 1.5 所示,简谐振动是指机械系统(包括石油机械)的某些物理量(如位移、速度、加速度)按时间的正弦(或余弦)函数规律变化的振动。

简谐振动的位移函数 x 的数学表达式是

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \quad (1.3)$$

式中, A 为位移振幅, 表示物体离开平衡位置的最大位移; T 为振动周期, 若用 $t+T, t+2T, \dots, t+nT$ 等代替上式中的 t , 则所得的 x 值不变, 即 $x(t) = x(t+nT) (n=0, 1, 2, \dots)$ 。故每隔时间 T , 运动就完全重复一次, 即 T 是振动周期。

若有圆频率 ω , 即

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

则有

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.4)$$

式中, $\omega t + \varphi$ 为相位角, 它是决定机械振动物体在 t 时刻运动状态的重要物理量; φ 为初相位, 即 $t=0$ 时的相位, 表示振动物体的初始位置。

简谐振动的速度 v 和加速度 a 分别为

$$v = \dot{x} = A\omega \cos(\omega t + \varphi) = A\omega \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.5)$$

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi + \pi) \quad (1.6)$$

比较式 (1.4)、式 (1.5) 和式 (1.6), 可以看出, 简谐振动的运动学特征如下:

- 1) 只要位移是简谐函数, 则速度和加速度也是简谐函数, 而且与位移具有相同的频率。
- 2) 速度的相位比位移的相位超前 $\pi/2$, 加速度比位移超前 π 。
- 3) 加速度 $\ddot{x} = -\omega^2 x$, 这表明简谐振动的加速度与位移恒成正比而反向, 即加速度始终指向平衡位置。

1.2.2 简谐振动的矢量表示法和复数表示法

(1) 矢量表示法 简谐振动可以用旋转矢量在垂直方向坐标轴上的投影来表示。

如图 1.6 所示, 从始点 O 作矢量 $\overrightarrow{OP}$, 其模为 A , 以等角速度 ω 旋转, 矢量的起始位置与水平轴的夹角为 φ 。在任一瞬时, 矢量与水平轴的夹角则为 $\omega t + \varphi$ 。

这一旋转矢量在垂直方向轴上的投影即为式 (1.4), 即

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

由此可见, 旋转矢量在垂直方向轴上的投影, 可用于表示简谐振动。而这一旋转矢量的模, 就是简谐振动的振幅; 旋转矢量的角速度就是简谐振动的圆频率; 旋转矢量与水平轴的夹角就是简谐振动的相位角; 而简谐振动的初相位角, 则是 $t=0$ 时旋转矢量与水平轴的夹角。

简谐振动的速度和加速度也可用旋转矢量来表示, 如图 1.7 所示。因为速度和加速度

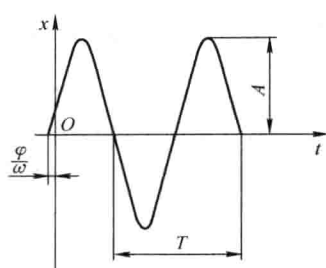


图 1.5 简谐振动

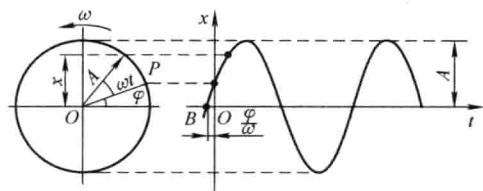


图 1.6 简谐振动的矢量表示法

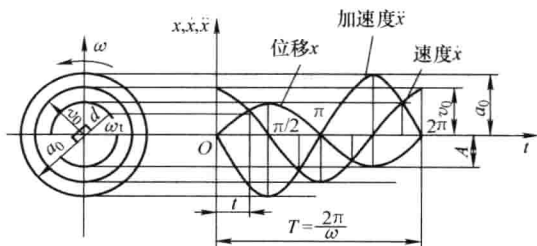


图 1.7 简谐振动的位移、速度和加速度矢量