

幾何学大辞典

4

註明問題
(平面空間)

岩田至康
編



旗書店

幾何学大辞典

4

証 明 問 題—平面・空間—

理 学 博 士 岩田至康編

槓 書 店

編者略歴

岩田至康 (いわたしこう)

昭和10年 北海道大学理学部数学科卒業

岐阜農林専門学校教授,

岐阜大学教育学部教授を経て

現在 岐阜大学名誉教授, 岐阜教育大学教授
理学博士

(住所) 岐阜市長良松籟町1丁目

幾何学大辞典 第4巻

定価 6800 円

1978 年 7 月 1 日 初版発行

編者 岩田至康

発行者 吉田全夫

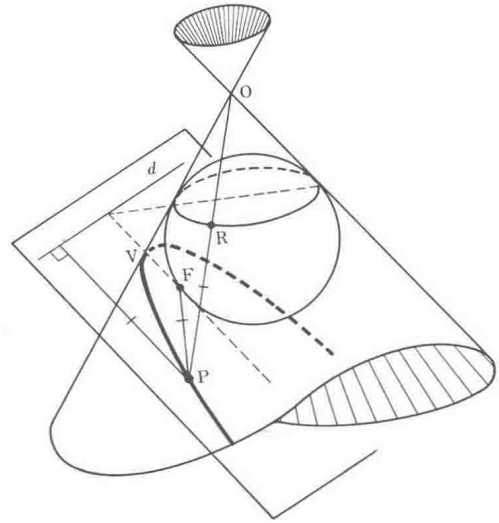
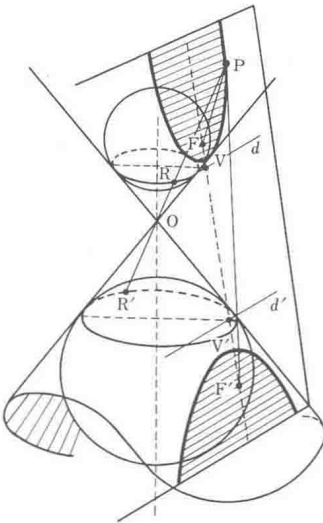
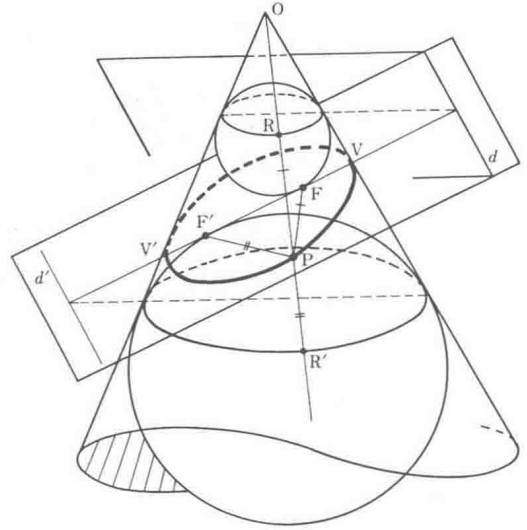
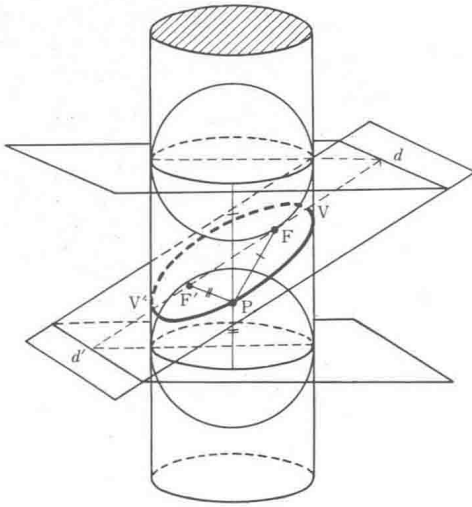
槇書店

東京都中央区八重洲2-6-15(〒104)
電話 東京 (03) 281-3608・8238
振替口座 東京 6-29898

海外印刷・浅野印刷・中条製本

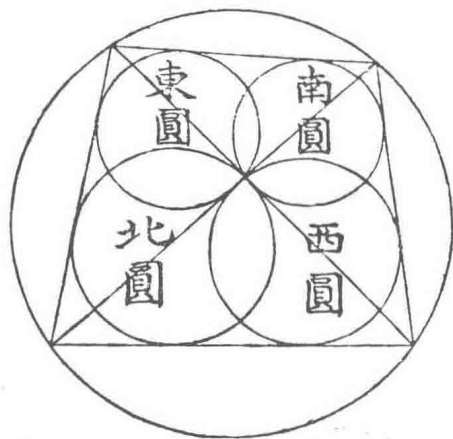
(37.)

円錐曲線（2次曲線）の構成



円錐を平面で切断することにより円錐曲線の現れることを示したもので、特に楕円（長円，側円）は上段左のように円柱を切断しても得られる。和算でも円錐曲線が取り扱われているが，このようにして得られたものと考えられる。

⇒ 次の2ページと3ページは，藤田貞資聞，藤田嘉言編「続神壁算法」（東北歴史資料館蔵）より。



今有如圖圓內設六斜容四圓各切三斜

南圓徑一寸東圓徑二寸西圓徑三

寸問北圓徑幾何

答曰北圓徑四寸

術曰置東圓徑如西圓徑內減南圓

徑餘得北圓徑合問

寬政十二年庚申五月

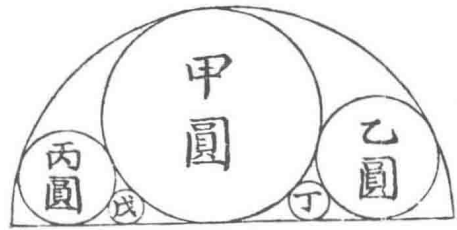
丸山良玄門人

東都

丸山鐵五郎良寬

所懸于武列目黑不動堂者一事

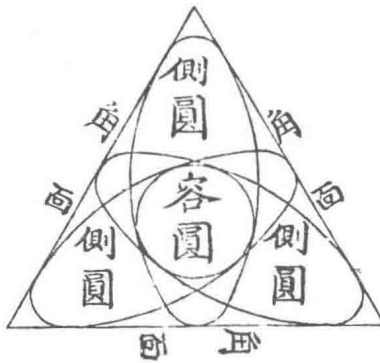
今有如圖半圓內容五圓丁圓徑九寸七分五釐戊圓徑



六寸二分四釐問甲圓徑幾何

答曰甲圓徑四十四寸九分有奇

術曰置八箇平方開之加二箇名極置丁圓
徑以戊圓徑除之開平方加一箇以除極自
之柴丁圓徑得甲圓徑合問



今有下如圖三角內交畫等側圓三箇容

一圓側圓長徑二十五寸七分四釐短

徑三寸零六釐問容圓徑幾何

答曰容圓徑二寸八分九釐

術曰置長徑以短徑除之名自而加三箇平方開之內減

ばん しょう び きは ぶ れ ば
萬 象 の 微 を 極 む れ ば
てん 点 と こ そ な れ こ の 点 ぞ
我 が 幾 何 學 の 始 源 な る
そ れ いっ てん 点 の ゆ 行 く と こ ろ
ひ と た び うご 動 け ば せん 線 と な り
ふ た た び うご 動 け ば めん 面 と な り
み 三 た び うご 動 け ば たい 體 と な る

み よ き か がく び めう こう
見 よ 幾 何 學 の 微 妙 空
へい かう せん か あま がは
平 行 線 か 天 の 川
どう しん えん の つき お
同 心 圓 の 月 の 輪 に
なが る ほし の き せき し も
流 る 星 の 軌 跡 し も
すゐ り し く れ ば いく じゆつ せん
推 理 し 來 れ ば 幾 十 線
いく こ の かく の きょ らい み な
幾 個 の 角 の 去 來 み な
し ぜん の ほう を じ げん し て
自 然 の 法 を 示 現 し て

ふ じん くわう きん くだ く
不 盡 の 鑛 の 金 碎 く
つる はし と め て おも ふ か な
鶴 嘴 と め て 思 ふ か な
しん り は ふ ま やま な し
眞 理 は 不 磨 の 山 を 成 し
こう ち は ふ 磨 の くも な り
巧 致 は 不 羈 の 雲 と な り
みょう きやう つ だ い かい
妙 興 盡 き ぬ 大 海 に
あ なに ひと さおき
あ 、 何 人 か 棹 し て
せん り の き ろ おも は ん や
千 里 の 歸 路 を 思 は ん や

もし ピ タ ゴ ラ ス の てい り え ず
若 し ピ タ ゴ ラ ス の 定 理 得 ず
相 似 の り ろん な か り せ ば
何 の くわ がく よ に あ ら む
何 の 科 學 か 世 に あ ら む
し めう し しん の き か がく
至 妙 至 眞 の 幾 何 學 を
し じゆん し こう の き か がく
至 純 至 巧 の 幾 何 學 を
あ 、 い か に し て われ は た 嘆 へ む
あ 、 い か に し て われ は た 嘆 へ む

序

第4巻は第3巻の続きで、第3巻にのせ切れなかった平面幾何学の四角形、多角形、円および空間幾何学についてである。証明問題は特に多いので、これで完全とはいえないが、ページ数の都合上一応打切ることとなった。後日を期して完成したいと思っている。なお第4巻の附録としては論文解説と人名辞典をのせた。論文解説の方は僅かしか紹介できなかったことは遺憾である。また人名辞典の方は非常にむらがあることと思うが、これもただ参考に供したまでである。幾分でも裨益するところがあれば幸である。

後残るところ第5巻「軌跡・作図・計算問題」と第6巻「円錐曲線その他」の2巻となった。ただ今第5巻を書き終えて、第6巻の半に達しようとしている。編者は最後の力をふりしぼって完成へと精進しているので、何卒今後とも御支援御鞭撻の程お願い致します。

本巻も第1巻以来の多くの方々、特に北村教授には一方ならぬお世話になった。記して厚く感謝の意を表します。

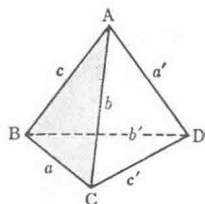
1978年3月下旬

伊吹山系の白雪を遥かに眺めつつ 編者しるす。

図形に関する規約 (空間)

まず四面体について

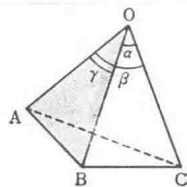
1. $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$, $DA=a'$, $DB=b'$, $DC=c'$ とし, その体積を V とする. $\triangle BCD=S_1$, $\triangle CDA=S_2$, $\triangle DAB=S_3$, $\triangle ABC=S_4$ とする.
2. A, B, C, D から対面へ引いた垂線の足を H_1, H_2, H_3, H_4 とし, $AH_1=h_1$, $BH_2=h_2$, $CH_3=h_3$, $DH_4=h_4$ とする. 特に垂心四面体においてはその垂心を H とする.
3. 重心を G とし, 各面の重心を G_1, G_2, G_3, G_4 とする.
4. 内接球の中心を I , 半径を r とし, 各面の接点を D_1, D_2, D_3, D_4 とする.



5. 外接球の中心を O , 半径を R とし, 各面の外心を O_1, O_2, O_3, O_4 とする.
6. 傍接球の中心を I_a, I_b, I_c, I_d , 半径を r_a, r_b, r_c, r_d とする.

つぎに3面角については

7. $\angle BOC=\alpha$, $\angle COA=\beta$, $\angle AOB=\gamma$ とおき, これらを面角 (平面角の略) ともいう.
8. OA を交線とする2面角の平面角 (これを稜角ともいう) を $\angle A$ で表わし, OB, OC の稜角を $\angle B, \angle C$ とする. これは $\triangle ABC$ を球面三角形とみたものである.



図形に関する規約 (平面)

1. $\triangle ABC$ の面積を S , 3 辺の長さを a, b, c とし, $a+b+c=2s$ とする.
2. 垂心を H とし, 各頂点からその対辺への垂線の足をそれぞれ H_1, H_2, H_3 .

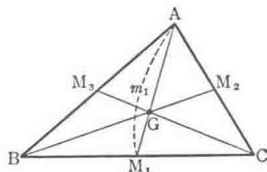
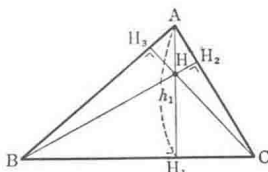
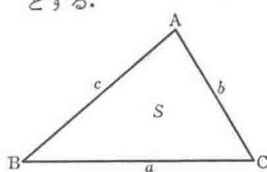
$$AH_1=h_1, \quad BH_2=h_2, \quad CH_3=h_3$$

とする.

3. 重心を G とし, 各辺の中点を M_1, M_2, M_3

$$AM_1=m_1, \quad BM_2=m_2, \quad CM_3=m_3$$

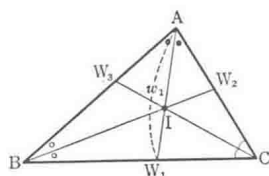
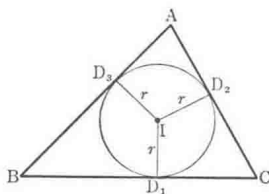
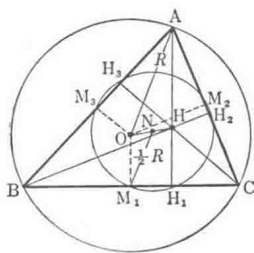
とする.



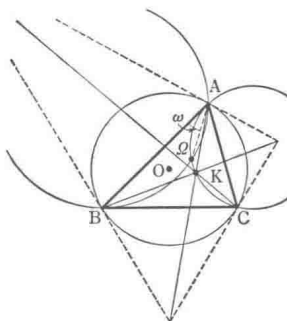
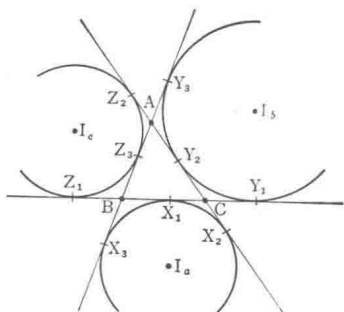
4. 外心を O , 外接円の半径を R とする.
5. 内心を I , 内接円の半径を r とし, 内接円が各辺に接する点を D_1, D_2, D_3 とする.
6. 各頂点の 2 等分線が対辺と交わる点を W_1, W_2, W_3 とし

$$AW_1=w_1, \quad BW_2=w_2, \quad CW_3=w_3$$

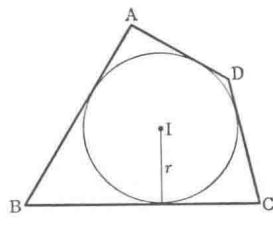
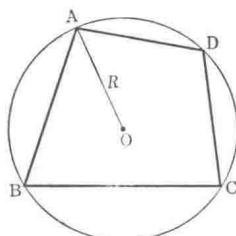
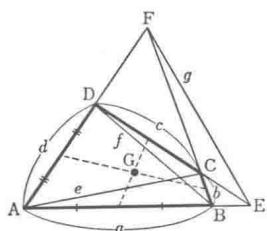
とする.



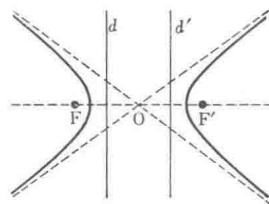
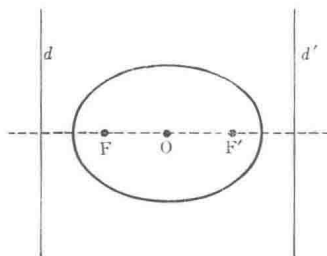
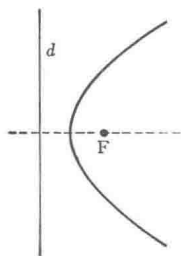
7. 傍心を I_a, I_b, I_c とし, 傍接円の半径を r_a, r_b, r_c , 各傍接円が 3 辺に接する点をそれぞれ $X_1, X_2, X_3; Y_1, Y_2, Y_3; Z_1, Z_2, Z_3$ とする.
8. 9 点円の中心を N とし, 類似重心を K とする. (第 1 巻, p. 35 参照)
9. ブロカール正点を Ω , ブロカール負点を Ω' とし, ブロカール角を ω とする. (第 1 巻, p. 36 参照)



10. 完全四角形 $ABCDEF$ において, $AB=a$, $BC=b$, $CD=c$, $DA=d$, $AC=e$, $BD=f$, $EF=g$ とする.
11. 四角形 $ABCD$ の面積を S , $a+b+c+d=2s$ とし, 重心を G とする.
12. 四角形 $ABCD$ が円に内接するとき, その外接円の中心を O , 半径を R とする.
13. 四角形 $ABCD$ が円に外接するとき, その内接円の中心を I , 半径を r とする.



14. 放物線の焦点を F , 準線を d とする.
15. 楕円の中心を O , 焦点を F, F' , 準線を d, d' とする.
16. 双曲線の中心を O , 焦点を F, F' , 準線を d, d' とする.



記 号 — 覧

記 号	用 例	読み方・解説
$\triangle$	$\triangle ABC$	三角形 ABC
$\square$	$\square ABCD, \square AP$	平行四辺形 ABCD, A, P を対頂点とする平行四辺形
$\angle$	$\angle ABC, \angle \alpha, \angle R$	角 ABC, 角 α , 直角
$\equiv$	$\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$	$\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ は合同
$\sim$	$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$	$\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ は相似
$//$	$l // m$	l と m とは平行
$\nparallel$	$l \nparallel m$	l と m とは平行ではない
$\perp$	$l \perp m$	l と m とは垂直
$\underline{\underline{}}$	$AB \underline{\underline{}} CD$	線分 AB と CD とは平行で, かつ長さが等しい
$\perp$	$AB \perp CD$	線分 AB と CD とは垂直で, かつ長さが等しい
$\bar{\wedge}$	$[p] \bar{\wedge} [p']$	配景的対応
$\bar{\vee}$	$[p] \bar{\vee} [p']$	射影的対応
$(,)$	$(a, b) (\theta, r)$	点 (a, b) , 点 (θ, r) (極座標)
$()$	$(ABCD)$	4 点 A, B, C, D の複比
$[]$	$O[ABCD]$	O を頂点とする線束 OA, OB, OC, OD の複比
$\rightarrow$	$\vec{a}, \vec{AB}$	ベクトル a , ベクトル AB
$ $	$ \alpha , \vec{AB} , z $	ベクトル a の長さ, ベクトル AB の長さ, 複素数 z の絶対値
amp, arg	amp(z), arg(z)	複素数 z の偏角
—	$\overline{AB}$	線分 AB の長さ
()	$\widehat{AB}$	弧 AB
$^{\circ}$	a°	a 度
'	b'	b 分
"	c''	c 秒
$\Rightarrow$	$AB=AC \Rightarrow \angle C = \angle B$	順逆の両方成り立つことを表わす.
π	$2\pi r$	円周率 3.14159265...
e	e^{ia}	自然対数の底 2.71828182...
$\sqrt{\quad}$	$\sqrt{a}$	a の平方根 (の負でないもの)
$\sqrt[n]{\quad}$	$\sqrt[n]{a}$	a の n 乗根

i	$\sqrt{-1}$	-1 の平方根, 虚数単位
Σ	$\sum_{k=1}^n k, \Sigma a(b-c)$	総和記号および輪環の和
Π	$\prod_{k=1}^n k, \Pi \sin A$	総乗記号および輪環の積
$!$	$n!$	n の階乗 (factorial) $= 1 \times 2 \times \cdots \times n$
$\sim$	$a \sim b$	正数 a と b との差
$:$	$a : b$	a 対 b , a と b との比の値

目 次

図形に関する規約（空間）	1
図形に関する規約（平面）	2
記号一覧	4

第 1 部 平面幾何学

第 6 章 一般の四角形	3	(2) 円をふくまない雑題	70
6.1 円を含まない問題	3	(3) 円をふくむ問題	73
(1) 1点と四角形	3	(4) 1直線ずつ省く問題（円を ふくむ）	79
(2) 1直線と四角形	5	7.2 台形	81
(3) 各辺上に図形を画く	6	(1) 一般の台形	81
(4) その他の1つの四角形	10	(2) 等脚台形	83
(5) 2つの四角形	18	7.3 平行四辺形	85
6.2 1つの円	22	(1) 1直線と平行四辺形	85
(1) 外接円に関する絶対的關係	22	(2) 1点と平行四辺形	87
(2) 外接円周上の4点のうち1点ず つ省いた三角形	24	(3) 円をふくまない雑題	89
(3) 1点と円内四角形	28	(4) 円をふくむ問題	92
(4) 円に内接する四角形（その他）	32	7.4 長方形とひし形	94
(5) 円に外接する四角形	41	(1) 長方形	94
6.3 2つの円	47	(2) ひし形	97
(1) 内接して外接するとき	47	7.5 正方形	99
(2) その他	51	(1) 2つ以上の正方形	99
6.4 3つ以上の円	54	(2) 正方形と他の図形	103
(1) 3つの円	54	(3) 円をふくまない雑題	105
(2) 5つの円	57	(4) 円をふくむ問題	109
第 7 章 特殊な四角形	60	第 8 章 多角形	113
7.1 完全四辺（角）形	60	8.1 五角形	113
(1) 1直線ずつ省く問題（円を ふくまず）	60	(1) 一般の五角形	113
		(2) 正五角形	115
		(3) 5直線に関する問題	118

8.2 六角形	121
(1) 一般の六角形	121
(2) 正六角形	126
8.3 七～十一角形	130
(1) 正七角形	130
(2) 正九角形	133
(3) 正十角形	133
(4) 正十一角形	134
8.4 多角形	134
(1) 1つの多角形	134
(円をふくまない)	134
(2) 円をふくむ問題	138
(3) 2つ以上の多角形	145
(4) 無限に続く問題	150
8.5 正多角形	151
(1) 1つの正多角形	151
(2) 1点と正多角形	153
(3) 1直線と正多角形	159
(4) 2つ以上の正多角形	162

第9章 1つの円	168
-----------------	------------

9.1 直径	168
(1) 直径上の1点	168
(2) 直径上の2点	172
(3) 半円周上の点	175
(4) その他	180
9.2 1点と1つの円	183
(1) 円周上の1点	183
(2) 任意の点	190
9.3 接線	194
(1) 1つの接線	194
(2) 2つの接線	196
(3) 3つの接線	199
9.4 その他	199
(1) 定量問題	199
(2) 雑問題	200

第10章 2つの円	207
------------------	------------

10.1 相接する2円	207
--------------------	------------

(1) 内接(直径に関するもの)	207
(2) 内接(その他)	210
(3) 外接	213
10.2 相交わる2円	216
(1) 交角に関するもの	216
(2) その他	218
10.3 1点をも共有しない2円	223
(1) 同心円	223
(2) 接線に関するもの	225
(3) その他	228

第11章 3つの円	231
------------------	------------

11.1 相接する円	231
(1) 3円が互いに接するとき	231
(2) 2円が他の1つの円に接する	236
(3) 2円だけが接する	243
11.2 相交わる円	246
(1) 共軸円	246
(2) その他	248

第12章 4, 5, 6の円	252
-----------------------	------------

12.1 4つの円	252
(1) 3つの円が1つの円に接する	252
(2) 2円が2円に接する	257
(3) 2円が接する	261
(4) 共軸円	263
(5) その他	265
12.2 5つの円	269
(1) 4円が1つの円に接する	269
(2) 3つの円に接する2円	272
(3) その他	274
12.3 6つの円	278
(1) 5円が1つの円に接する	278
(2) その他	283

第13章 多くの円	286
------------------	------------

13.1 7つ以上の円	286
(1) 8つの円	286
(2) 10個の円	287

(3) 13個の円	288
13.2 共軸円	289
13.3 n 個の円	290

(1) 円環問題	290
(2) その他	295

第2部 空間幾何学

第1章 平面と3面角	307
1.1 平面と平面(直線)	307
1.2 3面角	309
第2章 四面体	316
2.1 1つの四面体	316
(1) 一般の四面体	316
(2) 四面体と1点	328
(3) 四面体と1直線	331
(4) 四面体と1平面	333
(5) 四面体と1つの球	335
(6) 四面体と4球	339
(7) 四面体と6球	347
2.2 2つの四面体	350
(1) ABCD に関するもの	350
(2) ABCD と1点	355
(3) 任意の2つの四面体	359
2.3 特殊な四面体	362
(1) 3直角四面体	362
(2) 直稜四面体	365
(3) 等面四面体	371
(4) 等力四面体	376
(5) 正四面体	377
(6) その他	379
第3章 空間の点	382
3.1 空間四辺形	382
3.2 5つの点	383
3.3 6点	384
3.4 8点	385
第4章 多面体	387

4.1 5平面	387
4.2 六面体	387
4.3 八面体	390
4.4 一般の多面体	390
4.5 角錐および角柱	391
第5章 回転体	395
5.1 一般の回転体	395
5.2 直円柱	396
5.3 直円錐	396
(1) 回転体	396
(2) 直円錐と球	397
(3) 円錐曲線	400
5.4 直円錐台	402
第6章 球面	404
6.1 1つの球	404
6.2 2つの球	408
6.3 3球および4球	410
6.4 5つの球	411
6.5 6つの球	412
6.6 8個以上の球	413
第7章 球面幾何学	415
7.1 直線	415
7.2 球面三角形	415
(1) 球面三角法	415
(2) 球面三角形の性質	420
(3) 球面直角三角形	427
(4) その他の三角形	430
7.3 球面四角形	432
7.4 球面多角形	434
7.5 球面上の円	435

附録 I. 論文解説	443
§1. 平面上の n 直線の幾何学	443
§2. 複素平面上の多角形の幾何学	447
§3. 有限 Fourier 級数と初等幾何学	462
§4. 和算における Feuerbach の定理について	471
§5. 最上流・閥流論争の算額について	482
§6. 円に内接する多角形の垂足円	490
§7. 3次元空間における Apollonius の問題について	493
附録 II. 人名辞典	501
索引	573