



结构推理

冯 棉 · 著

教育部基地重大项目(编号 10JJD720010)研究成果

结构推理

冯棉 著

广西师范大学出版社

· 桂林 ·

图书在版编目(CIP)数据

结构推理 / 冯棉 著. —桂林: 广西师范大学出版社,
2015.3

(智慧的探索丛书)

ISBN 978 - 7 - 5495 - 6197 - 1

I. ①结… II. ①冯… III. ①逻辑推理—研究
IV. ①O141

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 291172 号

出 品 人: 刘广汉

责任编辑: 肖 莉

特约编辑: 李春勇

装帧设计: 徐 妙

广西师范大学出版社出版发行

(广西桂林市中华路 22 号 邮政编码: 541001)
网 址: <http://www.bbtpress.com>

出版人: 何林夏

全国新华书店经销

销售热线: 021 - 31260822 - 882/883

山东鸿杰印务集团有限公司印刷

(山东省桓台县唐山镇驻地 邮政编码: 256401)

开本: 690mm × 960mm 1/16

印张: 16.25 字数: 240 千字

2015 年 3 月第 1 版 2015 年 3 月第 1 次印刷

定价: 68.00 元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷单位联系调换。

“智慧的探索丛书”编委会

(以汉语拼音为序)

陈卫平 冯 棉 高瑞泉 刘广汉
童世骏 杨国荣 郁振华



作者简介

冯棉,华东师范大学终身教授,博士生导师,哲学系逻辑室主任,逻辑学博士点负责人,国务院特殊津贴获得者,中国逻辑学会副会长,上海市逻辑学会会长,《逻辑学研究》杂志编委,台湾大学客座教授(2013)。

撰有专著《经典逻辑与直觉主义逻辑》、《广义模态逻辑》、《哲学逻辑与逻辑哲学》、《相干与衍推逻辑》、《可能世界与逻辑研究》、《相干逻辑研究》等多部。参与编写《哲学大辞典》、《计算机科学技术百科全书》、《辞海》、《外国哲学大辞典》、《逻辑学大辞典》(副主编)、《大辞海》等辞书和《逻辑学导论》等多部教材。

先后承担多项国家和教育部基金项目,著作和论文获教育部“高等学校科学研究优秀成果奖”、上海市哲学社会科学优秀学术成果奖和“金岳霖学术奖”。主要研究领域为“现代逻辑”和“逻辑哲学”。

总 序

杨国荣

作为把握世界的观念形态,哲学的内在规定体现于智慧的追问或智慧之思。这不仅仅在于“哲学”(philosophy)在词源上与智慧相涉,而且在更实质的意义上缘于以下事实:正是通过智慧的追问或智慧之思,哲学与其他把握世界的形式区分开来。这一意义上的智慧——作为哲学实质内涵的智慧,首先相对于知识而言。如所周知,知识的特点主要是以分门别类的方式把握世界,其典型的形态即是科学。科学属分科之学,中文以“科学”(分科之学)作为“science”的译名,无疑也体现了科学(science)的特征。知识之“分科”,意味着以分门别类的方式把握世界:如果具体地考察科学的不同分支,就可以注意到,其共同的特点在于以不同的角度或特定的视域去考察世界的某一方面或领域。自然科学领域中的物理学、化学、生物学、地理学、地质学,等等,侧重于从特定的维度去理解、把握自然对象。社会科学领域中的社会学、政治学、经济学、法学,等等,则主要把握社会领域中的相关事物。无论是自然科学,抑或社会科学,其研究领域和研究对象都界限分明。以上现象表明,在知识的层面,对世界的把握主要以区分、划界的方式展开。

然而,在知识从不同的角度对世界分而观之以前,世界首先以统一、整体的形态存在:具体、现实的世界本身是整体的、统一的存在。与这一基本的事实相联系,如欲真实地把握这一世界本身,便不能仅仅限于知识的形

态、以彼此相分的方式去考察,而是同时需要跨越知识的界限,从整体、统一的层面加以理解。智慧不同于知识的基本之点,就在于以跨越界限的方式去理解这一世界,其内在旨趣则在于走向具体、真实的存在。可以看到,这一意义上的“智慧”主要与分门别类的理解世界方式相对。

具体而言,智慧又展开为对世界的理解与对人自身的理解二重向度。关于世界的理解,可以从康德的思考中多少有所了解。康德在哲学上区分把握存在的不同形态,包括感性、知性、理性。他所说的理性有特定的含义,其研究的对象主要表现为理念。理念包括灵魂、世界、上帝,其中的“世界”,则被理解为现象的综合统一:在康德那里,现象的总体即构成了世界(world)。^①不难注意到,以“世界”为形式的理念,首先是在统一、整体的意义上使用的。对世界的这种理解,与感性和知性的层面上对现象的把握不同,在这一意义上,康德所说的理性,与“智慧”这种理解世界的方式处于同一序列,可以将其视为形上智慧。确实,从哲学的层面上去理解世界,侧重于把握世界的整体、统一形态,后者同时又展开为一个过程,通常所谓统一性原理、发展原理,同时便具体表现为在智慧层面上对世界的把握。

历史地看,尽管“哲学”以及与哲学实质内涵相关的“智慧”等概念在中国相对晚出,但这并不是说,在中国传统的思想中不存在以智慧的方式去把握世界的理论活动与理论形态。这里需要区分特定的概念与实质的思想,特定概念(如“哲学”以及与哲学实质内涵相关的“智慧”等)的晚出并不意味着实质层面的思想和观念也同时付诸阙如。

当然,智慧之思在中国哲学中有其独特的形式,后者具体表现为对“性与天道”的追问。中国古代没有运用“哲学”和“智慧”等概念,但却很早便展开了对“性与天道”的追问。从实质的层面看,“性与天道”的追问不同于器物或器技层面的探索,其特点在于以不囿于特定界域的方式把握世界。

“性与天道”的追问是就总体而言,分开来看,“天道”更多地与世界的普遍原理相联系,“性”在狭义上和人性相关,在广义上则关乎人的整个存在,

^① 参见 Kant, *Critique of Pure Reason*, Translated by N. K. Smith, Bedford and St. Martin's Boston, New York, 1965, p. 323。

“性与天道”，合起来便涉及宇宙人生的一般原理。这一意义上的“性与天道”，在实质层面上构成了智慧之思的对象。智慧之思所指向的是宇宙人生的一般原理，关于“性与天道”的追问，同样以宇宙人生的一般原理为其实质内容。

从先秦开始，中国的哲学家已开始对“道”和“技”加以区分，庄子即提出了“技”进于“道”的思想，其中的“技”涉及经验性的知识，“道”则超越于以上层面。与“道”“技”之分相关的是“道”“器”之别，所谓“形而上者谓之道，形而下者谓之器”，便表明了这一点，其中的“器”主要指具体的器物，属经验的、知识领域的对象，“道”则跨越特定的经验之域，对道的追问相应地也不同于知识性、器物性的探求，作为指向形上之域的思与辨，它在实质上与智慧对世界的理解属同一序列。至中国古典哲学终结时期，哲学家进一步区分器物之学或专门之学与“性道之学”，在龚自珍那里便可看到这一点。器物之学或专门之学以分门别类的方式把握对象，“性道之学”则关注宇宙人生的普遍原理。在器物之学与性道之学的分别之后，是知识与智慧的分野。以上事实表明，中国哲学不仅实际地通过“性与天道”的追问展开智慧之思，而且对这种不同于知识或器物之知的把握世界方式，逐渐形成了理论层面的自觉意识。

可以看到，以有别于知识、技术、器物之学的方式把握世界，构成了智慧之思的实质内容。西方的 philosophy，中国的“性道之学”，在以上方面具有内在的相通性，其共同的特点在于超越分门别类的知识、技术或器物之学，以智慧的方式把握世界。

中国哲学步入近代以后，以“性与天道”为内容的智慧之思，在社会的变迁与思想的激荡中绵延相继，并逐渐形成了不同的哲学进路。这种趋向在中国当代哲学的发展中依然得到了延续，华东师范大学哲学学科的形成和发展过程，便从一个侧面体现了这一点。华东师范大学的哲学学科建立于20世纪50年代初，她的奠基者为冯契先生。冯契先生早年（20世纪30年代）在清华大学哲学系学习，师从金岳霖先生。20世纪30年代的清华大学哲学系以注重理论思考和逻辑分析见长，并由此在中国现代哲学独树一帜，金岳霖先生是这一哲学进路的重要代表。他的《逻辑》体现了当时中国哲学

界对现代逻辑的把握,与之相联系的是其严密的逻辑分析方法;他的《论道》展示了对“性道之学”的现代思考,其中包含着对形上智慧的思与辨;他的《知识论》注重知识的分析性考察,但又不限于分析哲学的形式化进路,而是以认识论与本体论的融合为其特点。金岳霖先生在哲学领域的以上探索,可以视为以智慧为指向的“性道之学”在现代的展开,这种探索在冯契先生那里获得了承继和进一步的发展。与金岳霖先生一样,冯契先生毕生从事的,是智慧之思。在半个多世纪的思想跋涉中,冯契先生既历经了西方的智慧之路,又沉潜于中国的智慧长河,而对人类认识史的这种锲入与反省,又伴随着马克思主义的洗礼及时代问题的关注。从早年的《智慧》到晚年的《智慧说三篇》,冯契先生以始于智慧又终于智慧的长期沉思,既上承了金岳霖先生所代表的近代清华哲学进路,又以新的形态延续了中国传统哲学的智慧历程。

自20世纪50年代初到华东师范大学任教之后,冯契先生在创建华东师范大学哲学学科的同时,也把清华的哲学风格带到了这所学校,而关注哲学史研究与哲学理论研究的交融,重视逻辑分析,致力于马克思主义哲学、中国哲学与西方哲学的互动,则逐渐构成为华东师范大学哲学学科的独特学术传统。半个多世纪以来,华东师范大学的哲学学科经历了从初建到发展的过程,其间薪火相传,学人代出,学术传统绵绵相续,为海内外学界所瞩目。以智慧为指向,华东师范大学的哲学学科同时具有开放性:在上承自身传统的同时,她也在学术研究方面鼓励富有个性的创造性探究,并为来自不同学术传统的学人提供充分的发展空间。这里体现的是哲学传统中的一本而分殊:“一本”,表现为追寻智慧过程中前后相承的内在学术脉络,“分殊”,则展示了多样化的学术个性。事实上,智慧之思本身总是同时展开为对智慧的个性化探索。

作为哲学丛书,“智慧的探索丛书”收入了华东师范大学哲学学科几代学人的哲学论著,其中既有学科创始人的奠基性文本,也有年轻后人的探索之作,它在显现华东师范大学哲学学科发展历程的同时,也展示了几代学人的智慧之思。在冯契先生100周年诞辰到来之际,这一丛书的出版,无疑有其独特的意义:它不仅仅表现为对华东师范大学哲学传统的回顾和总结,而

且更预示着这一传统未来发展的走向。从更广的视域看,华东师范大学哲学学科的衍化,同时又以当代中国哲学的演变为背景,在此意义上,“智慧的探索丛书”也从一个方面折射了当代中国哲学的发展过程。

2014 年 11 月 28 日

前 言

结构推理是现代逻辑的重要推理方式之一,其特点是,从结构规则和逻辑联结词的推理规则(简称“联结词规则”)这两个层面上来研究逻辑。借助结构规则来研究逻辑推理,始于20世纪30年代根岑(G. Gentzen)的经典逻辑和直觉主义逻辑的贯列(sequent,亦称“矢列”)演算。^①

结构推理关注各种结构规则的行为,并通过对各类结构规则的研究,从整体上处理一大类逻辑,具有良好的表现力。与此同时,借助于结构规则和联结词规则,也揭示出各个现代逻辑分支的差异,成为现代逻辑诸分支比较研究的有力工具。

最重要的结构规则是“结合规则”、“交换规则”、“收缩规则”和“弱化规则”,分别简记为 B 、 C 、 W 和 K 。^② 可以用这些简记字母的组合来命名一类逻辑,即根据这些结构规则组合情况的不同对逻辑进行分类。例如,经典逻辑和直觉主义逻辑容纳上述四条结构规则,都属于“ $BCWK$ 逻辑”;相干逻辑 R 容纳结构规则 B 、 C 、 W 且拒斥 K ,属于“ BCW 逻辑”;线性逻辑容纳 B 、 C 且拒

^① Szabo, M. E. (ed), *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, Horth - Holland, 1969, pp. 68 -131.

^② 本书中的 B 、 C 、 W 、 K 相当于 Restall, G., *An Introduction to Substructural Logics*, Routledge, 2000, p. 26 的 $B + B^C$ (结合规则 + 逆结合规则)、 CI (弱交换规则)、 WI (弱收缩规则)、 $K + K'$ (弱化规则 + 交换的弱化规则)。

斥 W, K , 属于“ BC 逻辑”; 结合演算则容纳“结合规则” B 且拒斥结构规则 C 、 W 和 K , 属于“ B 逻辑”。

结构推理有广泛的应用, 包括前提不可交换的行为推理, 自然语言的范畴语法和句法类型研究, 前提公式不可重复使用的推理, 相干推理, 单调和非单调推理, 构造性推理等等。从结构规则的层面上揭示日常推理中的多种推理方式, 对于逻辑推理机制的深入研究和人工智能的开发具有重要的理论意义和实际价值。

本书研究命题逻辑的结构推理, 涉及多种结构推理系统的建构, 结构推理系统与相应公理系统的等价性, 在语义理论的基础上, 证明了各个结构推理系统的可靠性与完全性, 并考察了正结合演算结构推理系统 $BL-D$ 的可判定性。全书共分四章, 书后列出了参考文献。

以下对本书的各章作简要的导引。

第一章 经典命题逻辑的结构推理

定义了“结构”、“子结构”、“贯列”、“推导”、“推导树”、“推导图式”等结构推理基本概念, 阐述了“结构规则”和“联结词规则”的逻辑特征。构建了经典命题逻辑的结构推理系统 PL , 它建立在形式语言 $\mathcal{L}_P^+$ 的基础上, 以 $\neg$ 和 $\rightarrow$ 为初始联结词, 容纳了四种结构规则: “结合规则”、“交换规则”、“收缩规则”和“弱化规则”。

结合规则显示: 推理与贯列前提的结合方式无关, 不同的结合方式, 可以推出同样的结论; 交换规则显示: 推理与贯列前提的先后顺序无关, 交换前提结构的先后顺序, 可以推出同样的结论; 收缩规则显示: 由多个同样的前提结构可以推出的结论, 用一个这样的前提结构也可以推出来; 弱化规则显示了推理的“单调性”: 由较少的前提结构可以推出的结论, (通过增加前提结构的方式) 由较多的前提结构也可以推出来。

演示了系统 PL 中贯列和内定理的推导方法, 证明了“切割规则”、“否定消去规则”、“合取引入规则”、“合取消去规则”、“析取引入规则”、“析取消去规则”、“分配规则”等重要的导出规则, 并借助“合取变换式”证明了系统 PL 和相应的公理系统 P 的等价性。

第二章 直觉主义命题逻辑的结构推理

构建了直觉主义命题逻辑的结构推理系统 **IL**, 它有以下特点: (1) 四个初始联结词 $\neg$ 、 $\wedge$ 、 $\vee$ 、 $\rightarrow$ 作直觉主义解释时, 是彼此独立的; (2) 在经典的真值表解释下, 是系统 **PL** 的子系统; (3) 坚持构造性的立场, 不接受“间接证明”, 拒斥“双重否定消去规则”, **IL** + 双重否定消去规则 = **PL**。

演示了系统 **IL** 中贯列和内定理的推导方法, 证明了“切割规则”等重要的导出规则, 并证明了系统 **IL** 和相应的公理系统 **IP** 的等价性。

构建了直觉主义命题逻辑的二元关系语义, 它可以作直观的“认识论解释”, 视作积累式的认识过程的一种简单化模拟。给出了“**IL** 框架”、“赋值”、“**IL** 有效”、“非空结构 X 可有效地推导公式 A ”、“公式集 Γ 递推公式 A ”、“饱和集”、“饱和集 Σ 导出的 **IL** 框架”、“典范赋值”等语义概念和语法概念, 并以此为基础, 通过一系列元定理, 证明了系统 **IL** 相对于二元关系语义的可靠性和完全性。

第三章 相干命题逻辑及其线性片段的结构推理

构建了相干命题逻辑的结构推理系统 **RL** 及其线性片段 (即系统 **BCL**)。系统 **RL** 有以下特点: (1) 三个初始联结词 $\neg$ 、 $\wedge$ 和 $\rightarrow$ 作相干解释时, 是彼此独立的; (2) 在经典的真值表解释下, 是系统 **PL** 的子系统; (3) 拒斥“弱化规则”, 坚持“结论的推导必须实际使用全部前提的推理方式”, 以保证前提与结论之间的相干性, 从而避免形形色色的“蕴涵怪论”; **RL** + 弱化规则 = **PL**。系统 **BCL** 还拒斥“收缩规则”, 这意味着: 贯列中的每一前提公式都仅使用一次, 不可重复使用。

推导和证明了系统 **RL** 和系统 **BCL** 中的某些贯列、内定理和导出规则, 并借助“内涵合取变换式”证明了系统 **RL**、**BCL** 和相应的公理系统 **R**、**BC** 的等价性。

构建了相干命题逻辑及其线性片段的三元关系语义, 它可以作“信息论解释”, 不仅清晰地揭示了三元关系语义的直观背景, 也为相干逻辑及其线性片段在信息论和人工智能领域的应用展示了广阔的前景。给出了“命题逻辑三元关系语义的基础框架”、“**BCL** 框架”、“**RL** 框架”、“赋值”、“有效公式”、“非空结构 X 可有效地推导公式 A ”、“素理论”、“正规理论”、“典范

框架”、“典范赋值”等语义概念和语法概念,并以此为基础,通过一系列元定理,证明了系统 **RL** 及其线性片段 **BCL** 相对于三元关系语义的可靠性和完全性。

第四章 正结合演算的结构推理

构建了正结合演算结构推理系统 **BL**,它有以下特点:(1)是一种“正逻辑”,即不含否定符号的逻辑;(2)仅容纳一种结构规则,即“结合规则”;(3)拒斥“交换规则”,这意味着推理与前提结构的先后顺序有关,研究“前提不可交换的推理方式”,对于行为推理有重要的理论意义和应用价值;(4)使用“蕴涵”和“逆蕴涵”,体现非交换的推理方式;使用“内涵合取”,它对应于结构中的标点“逗号”,两者有同样的行为特征。

推导和证明了系统 **BL** 中的某些贯列、内定理和导出规则。构建了正结合演算公理系统 **B**,证明了系统 **B** 中的“镜像定理”、“演绎定理”等元定理,并在此基础上,证明了系统 **BL** 和系统 **B** 的等价性。

构建了正结合演算的择类语义,其特点是:采用“择类运算”来刻画逻辑常项,语义运算与逻辑联结词之间有清晰的对应关系,可以从整体上处理一类逻辑,具有普适性。通过一系列元定理,证明了系统 **BL** 相对于择类语义的可靠性和完全性。

在系统 **BL** 中删除分配规则,即为正结合演算结构推理系统 **BL-D**,它等价于根岑型的正结合演算结构推理系统 **GBL-D**。给出了“结构 X 的联词数”、“切割度”、“贯列 $X \vdash A$ 的联词数”、“贯列 $X \vdash A$ 的结合变形”等概念,以此为基础,通过一系列元定理,证明了系统 **GBL-D** 的切割消除定理和可判定性,并通过实例演示了系统 **GBL-D** 中贯列的判定方法。

本书是教育部人文社会科学重点研究基地重大项目“结构推理及其应用研究”(批准号 10JJD720010)的最终成果。

目 录

前言 / 1

第一章 经典命题逻辑的结构推理 / 1

§ 1.1 经典命题逻辑的结构推理系统 **PL** / 1

§ 1.2 切割规则与其它导出规则 / 10

§ 1.3 系统 **PL** 与相应公理系统 **P** 的等价性 / 17

第二章 直觉主义命题逻辑的结构推理 / 24

§ 2.1 直觉主义命题逻辑的结构推理系统 **IL** / 24

§ 2.2 系统 **IL** 与相应公理系统 **IP** 的等价性 / 35

§ 2.3 二元关系语义 / 44

第三章 相干命题逻辑及其线性片段的结构推理 / 64

§ 3.1 相干命题逻辑的结构推理系统 **RL** 及其线性片段 **BCL** / 64

§ 3.2 系统 **RL**、**BCL** 与相应公理系统 **R**、**BC** 的等价性 / 80

§ 3.3 三元关系语义 / 92

§ 3.4 系统 **RL**、**BCL** 的完全性 / 110

第四章 正结合演算的结构推理 / 138

§ 4.1 正结合演算的结构推理系统 **BL** / 138

§ 4.2 系统 **BL** 与相应公理系统 **B** 的等价性 / 155

§ 4.3 择类语义 / 169

§ 4.4 正结合演算结构推理系统 **BL-D** 的可判定性 / 198

参考文献 / 225

符号表 / 227

索引 / 232

后记 / 239

CONTENTS

Preface / 1

Chapter 1 Structural Inference of Classical Propositional Logic / 1

§ 1.1 The Structural Inference System **PL** of Classical Propositional Logic / 1

§ 1.2 Cut Rule and Other Derived Rules / 10

§ 1.3 Equivalence Between the System **PL** and Corresponding Axiomatic System **P** / 17

Chapter 2 Structural Inference of Intuitionistic Propositional Logic / 24

§ 2.1 The Structural Inference System **IL** of Intuitionistic Propositional Logic / 24

§ 2.2 Equivalence Between the System **IL** and Corresponding Axiomatic System **IP** / 35

§ 2.3 Binary Relational Semantics / 44

Chapter 3 Structural Inference of Relevant Propositional Logic and Its Linear Fragment / 64

§ 3.1 The Structural Inference System **RL** of Relevant Propositional Logic and Its Linear Fragment **BCL** / 64