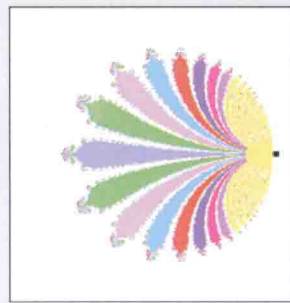
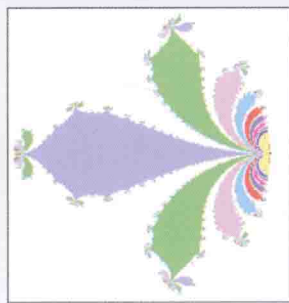
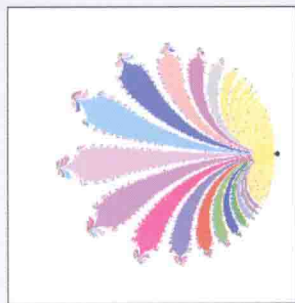
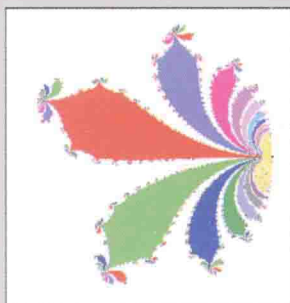
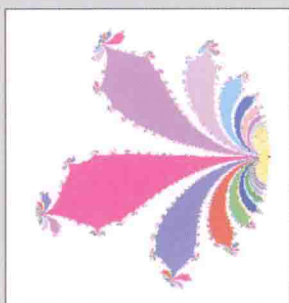
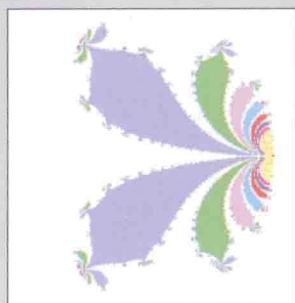


# 分形几何学及应用

(下册)

王兴元 孟娟 著



科学出版社

# 分形几何学及应用

(下 册)

王兴元 孟 娟 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

分形几何学是描述具有无规则结构复杂系统形态的一门新兴边缘科学。在过去 30 多年中,分形几何学已成功地应用于许多不同学科的研究领域,并对一些未解难题的研究取得突破性进展。今天,分形几何学已被认为是研究复杂问题最好的一种语言和工具,成为世人关注的学术热点之一。本书详细介绍分形几何学中具有重要地位的 M-J 集的生成机理,探索了 M-J 集发展、演化、控制、应用的规律,用动力系统的观点对 M-J 集的复杂性进行刻画。主要内容有:分形几何学的发展史及研究方法、分形几何学的基本理论、序列和映射中的分形与混沌、广义 M-J 集、广义 M-J 集非边界区域分形结构、噪声扰动广义 M-J 集及其控制、高维广义 M-J 集、牛顿变换的广义 J 集、IFS 吸引子和广义 M-J 集在物理学中的应用研究。

本书深入浅出,图文并茂,文献丰富,可供理工科大学教师、高年级学生、研究生和博士后阅读,也可供自然科学和工程技术领域中的研究人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

分形几何学及应用. 下册/王兴元, 孟娟著. —北京: 科学出版社, 2015.1  
ISBN 978-7-03-042476-1

I. ①分… II. ①王… ②孟… III. ①分形学 IV. ①O415.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 263254 号

责任编辑: 王丽平 / 责任校对: 钟 洋 朱光兰  
责任印制: 赵德静 / 封面设计: 陈 敬

**科学出版社** 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

**双青印刷厂** 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2015 年 1 月第 一 版 开本: 720 × 1000 1/16

2015 年 1 月第一次印刷 印张: 20 3/4 插页: 22

字数: 400 000

定价: 128.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

## 前 言

1975 年, Mandelbrot 出版了他的法文专著《分形对象: 形、机遇与维数》(*Les objects Fractal: Forme, Hazard et Dimension*), 此专著第一次系统地阐述了分形几何的思想、内容、意义和方法, 标志着分形几何作为一门独立的学科正式诞生. 1977 年他出版了该书的英译本. 1982 年 Mandelbrot 的另一部历史性著作《大自然的分形几何学》(*The Fractal Geometry Nature*) 与读者见面. 该书旁征博引, 图文并茂, 从分形的角度考察了自然界中的诸多现象, 引起学术界的广泛注意, 从而把分形理论推进到一个迅猛发展的阶段.

此后, 一直持续的分形热引起了全世界众多科学家和学者的注意, 他们在各自领域中研究工作, 使分形理论遍地开花.

分形理论的创立激起了科学界的极大热情, 经过 30 多年来的开拓与发展, 分形研究在当前形成了一股热潮. 分形的研究跨越了各学科, 涉及各个科学技术领域. 分形理论为科学地研究具有随机形态特征及无穷细节的自然现象, 提供了一种全新的数学工具. 分形研究的目的是力图揭露、了解隐藏得很深的自然界混乱无规结构中的规律性及其物理本质, 并进而支配它们. 但这个目的还远没有达到. 因此, 已经有越来越多的学者投身于这一新学科的理论及其在各门具体科学中的应用研究. 传播和普及分形学的基本概念、基本理论及应用研究成果是一项非常有意义的工作.

随着分形的发展, 分形发生学理论体系的建立已直接影响到分形实质性的、深入的研究, 成为分形研究的焦点. 分形发生学主要对分形中具有重要地位的 M-J 集和 IFS 吸引子的生成机理进行研究, 探索 M-J 集和 IFS 吸引子发展、演化的规律, 用动力系统的观点对 M-J 集和 IFS 吸引子的复杂性进行刻画. 为此, 我们在多年从事 M-J 集分形结构研究工作的基础上, 参阅国内外有关文献资料, 并结合我们近年来的一些研究成果, 经过反复修改而写成本书. 本书介绍广义 M-J 集和 IFS 吸引子计算机构造的基本原理, 利用实验数学方法, 研究广义 M-J 集和 IFS 吸引子的结构特征, 是一本从事分形应用的科技工作者和对分形理论有兴趣的研究人员的实用读物.

全文共分 10 章. 第 1 章介绍分形理论的建立与发展、分形理论的研究现状和分形应用的若干研究领域. 第 2 章介绍分形的基本理论, 内容有分形的定义、分形空间、分形维数、逃逸时间算法、分形与混沌的关系和刻画混沌运动的 Lyapunov 指数. 第 3 章介绍序列的动力学特性以及 Logistic 映射和 C-K 映射中的分形与混沌. 第 4 章介绍复映射的广义 M-J 集、准正弦斐波那契函数的 M-J 集以及高次复

多项式的 M-J 集. 第 5 章介绍广义 M-J 集非边界区域分形结构. 第 6 章介绍了噪声扰动的广义 M-J 集、噪声扰动的四元数 M 集、单扰动复映射的广义 M-J 集以及广义 M-J 集的控制. 第 7 章介绍高维广义 M-J 集, 具体有双复数广义 M-J 集、超复数空间中的高维广义 M-J 集、超复数空间广义 M-J 集的 L 系统描述和四元数广义 M-J 集. 第 8 章介绍 Newton 变换的广义 J 集, 主要有标准 Newton 变换的 J 集、广义 Newton 变换的 J 集、复指数函数 Newton 变换的 J 集、单参数高次多项式的 Schröder 函数的 J 集、实指数幂多元 Newton 变换的 J 集和伪 3D Newton 变换的 M-J 集. 第 9 章介绍 IFS 吸引子, 内容有基于 IFS 的自然景观模拟、一类 NMIFS 吸引子的递归计算构造及特性分析, 分形植物形态模拟. 第 10 章介绍广义 M-J 集在物理学中的应用研究. 书中所采用的例子, 大都来自近年来我们课题组在国内外期刊所发表的论文, 内容翔实可靠.

本书的研究工作得到了国家自然科学基金 (编号: 61370145, 61173183, 60973152, 60573172)、高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20070141014)、辽宁省高等学校优秀人才支持计划 (批准号: LR2012003)、辽宁省自然科学基金 (批准号: 20082165) 以及辽宁省教育厅科学研究项目 (编号: L2012258) 的支持, 在此表示由衷的感谢.

由于受科研水平和所做工作的局限性影响, 书中难免有疏漏之处, 恳请广大读者多提宝贵意见. 谢谢!

王兴元 孟 娟

2014 年 1 月于大连理工大学

# 目 录

## 前言

第 7 章 高维广义 M-J 集	549
7.1 双复数广义 M-J 集	549
7.1.1 双复数系统	549
7.1.2 双复数空间中的广义 M-J 集	551
7.1.3 实验与结果	556
7.1.4 结论	564
7.2 超复数空间中的高维广义 M-J 集	564
7.2.1 超复数系统	564
7.2.2 高维广义 M-J 集	566
7.2.3 实验与结果	567
7.2.4 结论	577
7.3 超复数空间广义 M-J 集的 L 系统描述	578
7.3.1 $n$ 维参数 OL 系统	578
7.3.2 广义 M 集 $n$ 维参数 OL 系统	579
7.3.3 广义 J 集 $n$ 维参数 OL 系统	583
7.3.4 四元数广义 M 集 $n$ 维参数 OL 系统	585
7.3.5 四元数广义 J 集 $n$ 维参数 OL 系统	591
7.3.6 结论	596
7.4 四元数广义 M-J 集	596
7.4.1 四元数广义 M 集	597
7.4.2 四元数广义 J 集	609
7.4.3 四元数 M 集的多临界点问题研究	614
7.4.4 小结	637
参考文献	637
第 8 章 Newton 变换的广义 J 集	642
8.1 标准 Newton 变换的 J 集	642
8.1.1 重根 Newton 变换的 J 集	642
8.1.2 标准 Newton 变换、Halley 方法和 Schröder 方法的 J 集	651
8.2 广义 Newton 变换的 J 集	662

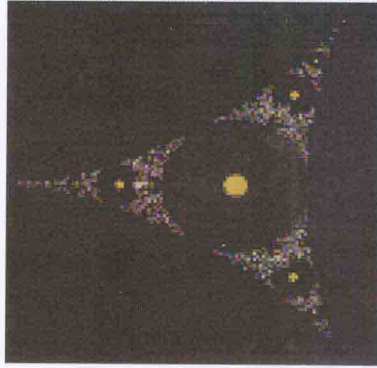
8.2.1	三阶广义 Newton 变换的 J 集	662
8.2.2	广义 Newton 变换的 J 集	673
8.3	复指数函数 Newton 变换的 J 集	690
8.3.1	简单复指数函数	690
8.3.2	复杂复指数函数	707
8.3.3	一类复指数函数 $F(z) = P(z)e^{Q(z)}$	716
8.4	单参数高次多项式的 Schröder 函数的 J 集	735
8.4.1	理论和方法	735
8.4.2	实验与结果	737
8.4.3	结论	752
8.5	实指数幂多元 Newton 变换的 J 集	752
8.5.1	理论与方法	752
8.5.2	实验与结果	753
8.5.3	结论	763
8.6	伪 3D Newton 变换的 M-J 集	763
8.6.1	用陷阱技术构造伪 3D Newton 变换的 M-J 集	763
8.6.2	利用 Barnsley 厥作为陷阱构造伪 3D Newton 变换的广义 M-J 集	775
	参考文献	781
<b>第 9 章</b>	<b>IFS 吸引子</b>	<b>785</b>
9.1	基于 IFS 的自然景观模拟	785
9.1.1	基于 3D IFS 理论的自然景观模拟	785
9.1.2	真彩色 IFS 吸引子的计算机构造	795
9.2	一类 NMIFS 吸引子的递归计算构造及特性分析	804
9.2.1	理论与方法	804
9.2.2	实验与结果	809
9.2.3	小结	817
9.3	分形植物形态模拟	818
9.3.1	基于 GDI+ 和 BSP 算法的分形植物模拟	818
9.3.2	基于分形理论与 BSP 技术的植物形态模拟方法	829
	参考文献	835
<b>第 10 章</b>	<b>广义 M-J 集在物理学中的应用研究</b>	<b>838</b>
10.1	基于 Langevin 问题探讨广义 M-J 集的物理意义	838
10.1.1	理论与方法	838
10.1.2	实验与结果	840
10.1.3	小结	851

---

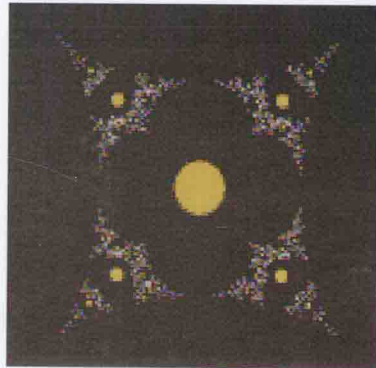
10.2 基于一类简单复映射系的 M-J 分形学研究布朗运动 .....	852
10.2.1 理论与方法 .....	852
10.2.2 实验与结果 .....	852
10.2.3 小结 .....	868
参考文献 .....	869



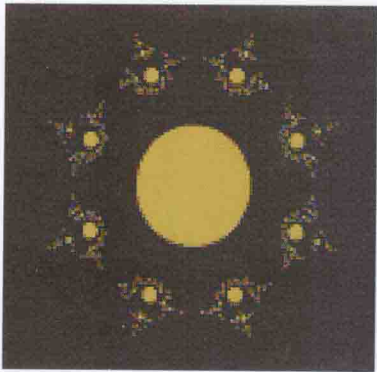
彩 图



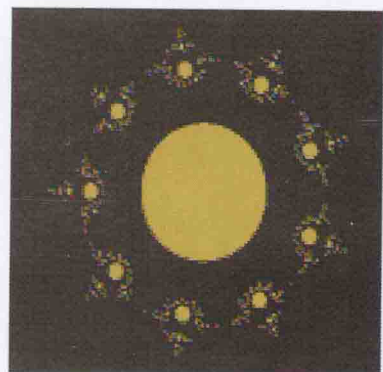
(a)  $\alpha = -2$



(b)  $\alpha = -3$

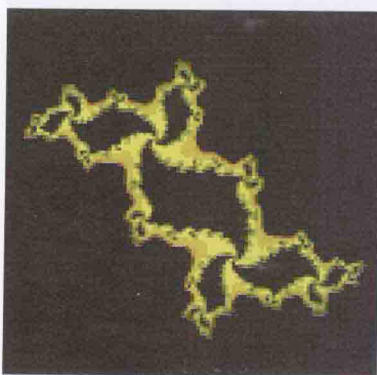


(c)  $\alpha = -7$

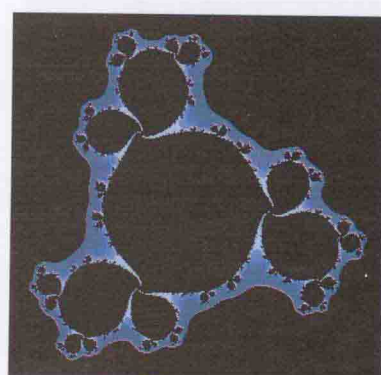


(d)  $\alpha = -8$

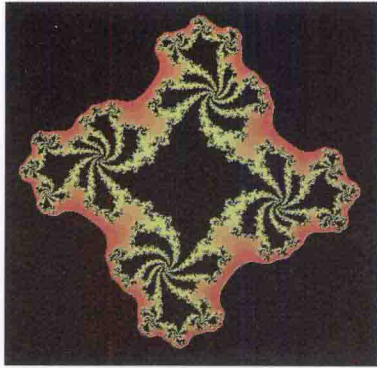
图 7.17 指数为负整数的 M 集



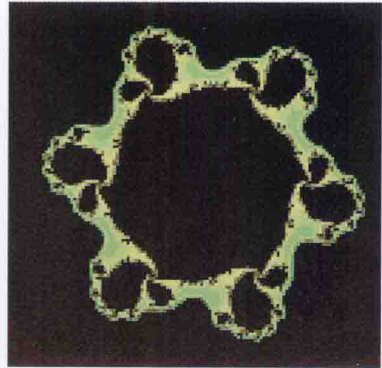
(a)  $\alpha = 2(c = -0.2 + 0.75i)$



(b)  $\alpha = 3(c = -0.5 - 0.5i)$

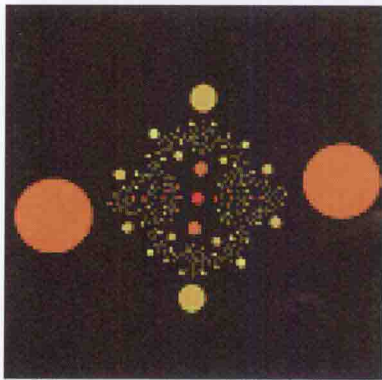


(c)  $\alpha=4(c=-0.7-0.3i)$

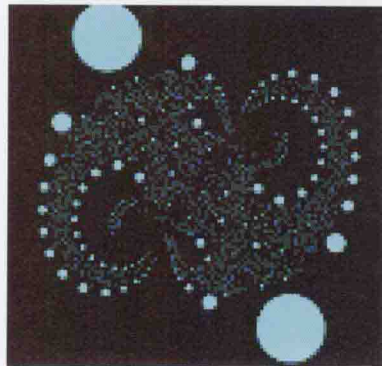


(d)  $\alpha=6(c=-0.5+0.6i)$

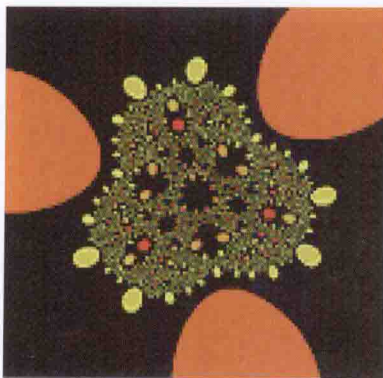
图 7.18 指数为正整数的 J 集



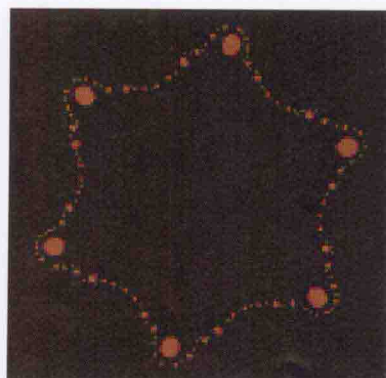
(a)  $\alpha=-2, c=-1.417+0.008i$



(b)  $\alpha=-2, c=0.2+0.6i$

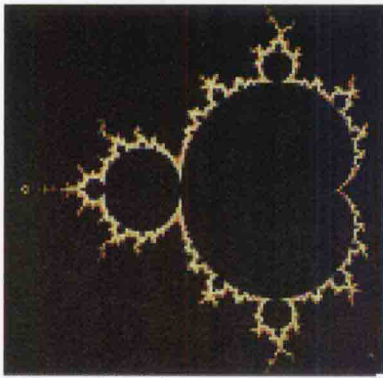


(c)  $\alpha=-3, c=0.5+0.5i$

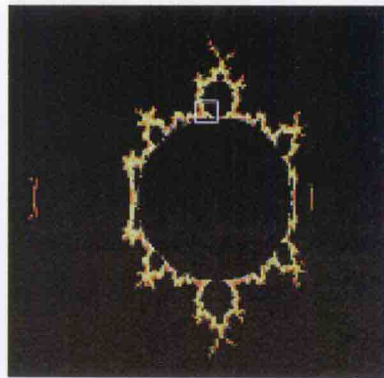


(d)  $\alpha=-6, c=0.5-0.5i$

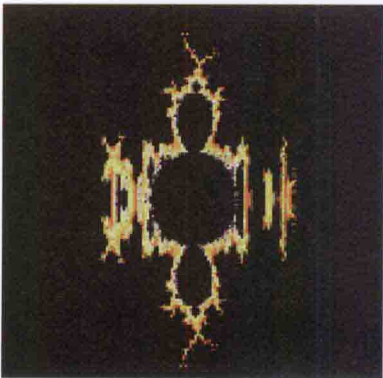
图 7.19 指数为负整数的 J 集



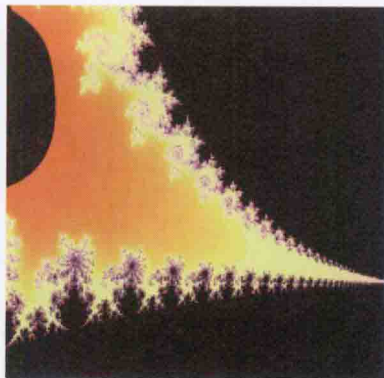
(a)  $q_2=0, q_3=0$



(b)  $q_2=0, q_3=0.2$

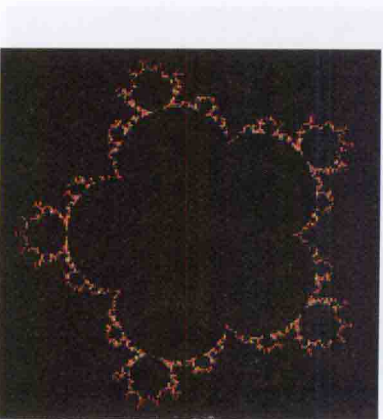


(c)  $q_2=0, q_3=0.6$

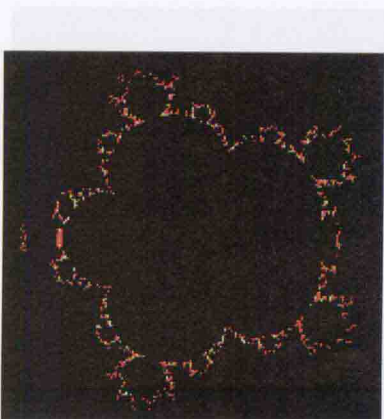


(d) (b) 的局部放大

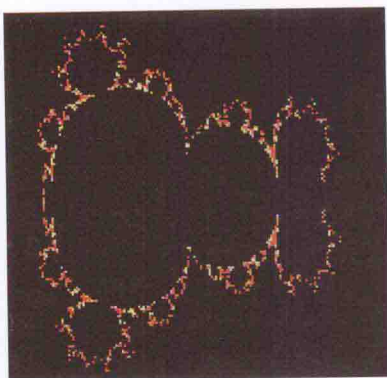
图 7.20  $\alpha = 2$  时的四元数  $M$  集在  $r, i$  两轴的投影



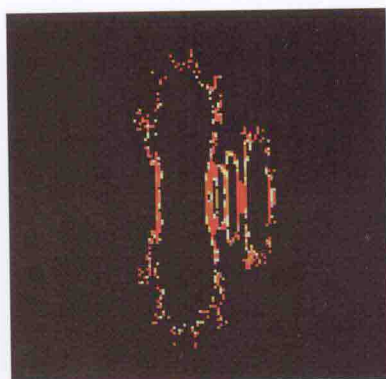
(a)  $q_0=0, q_3=0$



(b)  $q_0=0, q_3=0.2$

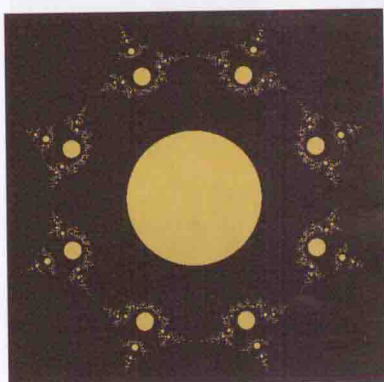


(c)  $q_0=0, q_3=0.5$

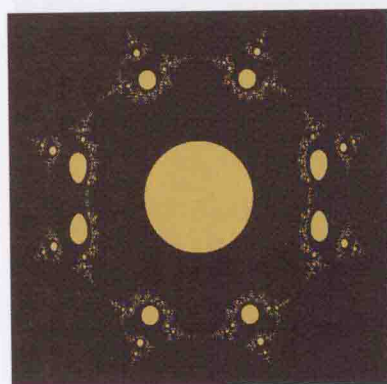


(d)  $q_0=0, q_3=0.8$

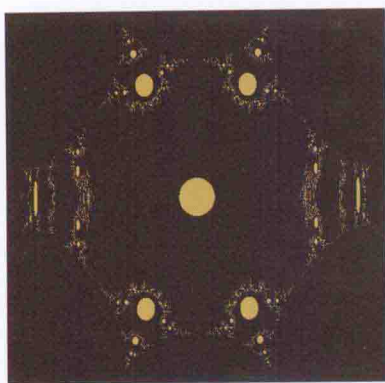
图 7.21  $\alpha = 6$  的四元数 M 集在  $r, j$  两轴的投影



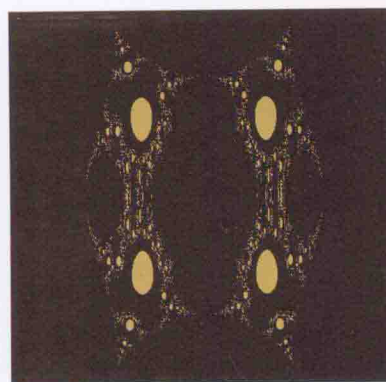
(a)  $q_1=0, q_2=0$



(b)  $q_1=0.3, q_2=0$



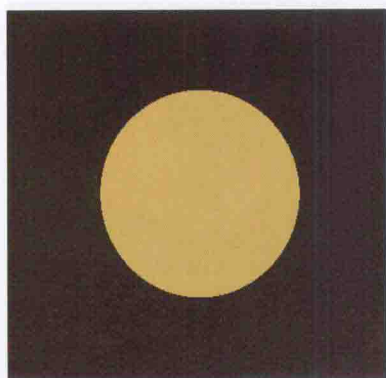
(c)  $q_1=0.5, q_2=0$



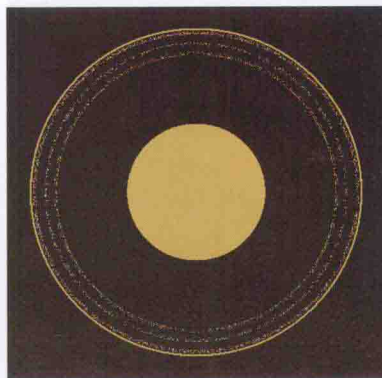
(d)  $q_1=0.8, q_2=0$

图 7.22  $\alpha = -7$  时的四元数 M 集在  $r, k$  两轴的投影

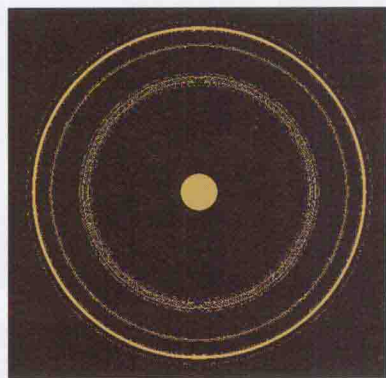




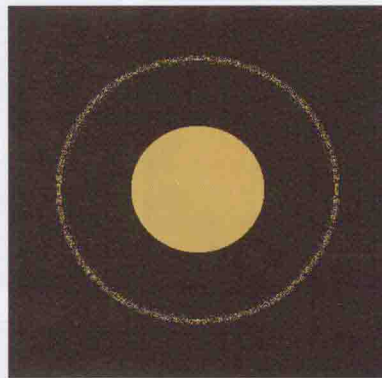
(a)  $i, j$  投影,  $q_0=0, q_3=0$



(b)  $i, k$  投影,  $q_0=0.2, q_1=0.2$

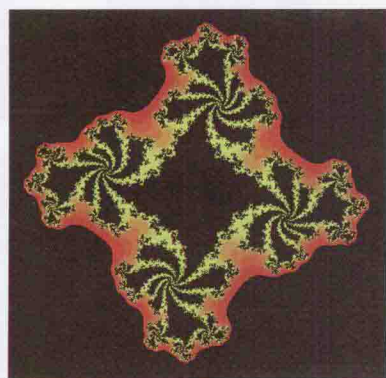


(c)  $i, k$  投影,  $q_0=0.5, q_1=0$

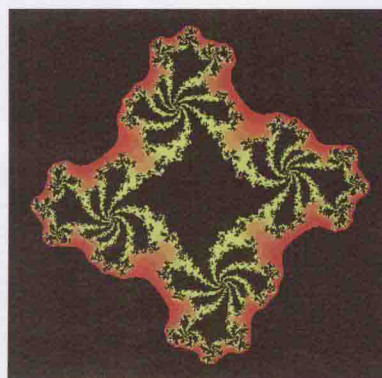


(d)  $i, k$  投影,  $q_0=-0.3, q_2=0.1$

图 7.23  $\alpha = -7$  时的四元数  $M$  集在两虚轴的投影



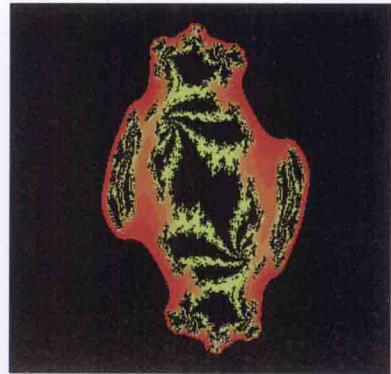
(a)  $c=-0.7-0.3i, q_2=0$



(b)  $c=-0.7+0.3i, q_2=0$

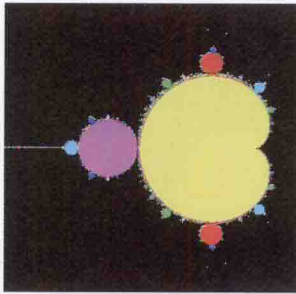


(c)  $c = -0.7 - 0.3i, q_2 = 0.5$

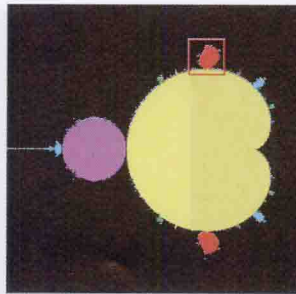


(d)  $c = -0.7 + 0.3i, q_2 = 0.5$

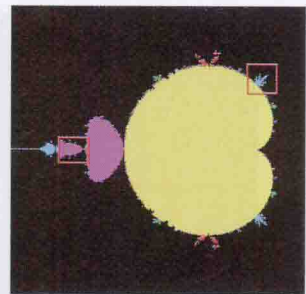
图 7.25  $\alpha = 4$  时的四元数 J 集在  $r, i$  两轴的投影 ( $q_3 = 0$ )



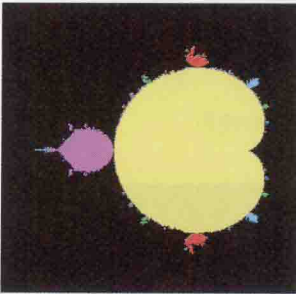
(a)  $q = 0$



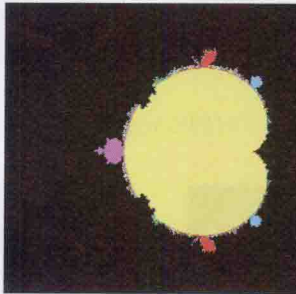
(b)  $q = 0.3$



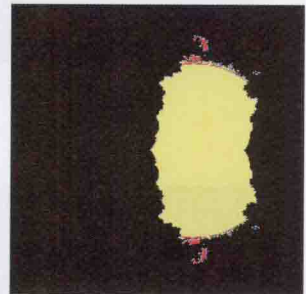
(c)  $q = 0.5$



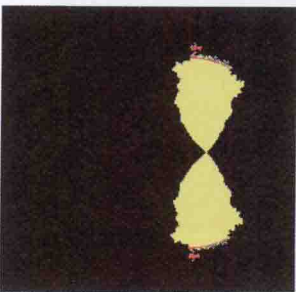
(d)  $q = 0.65$



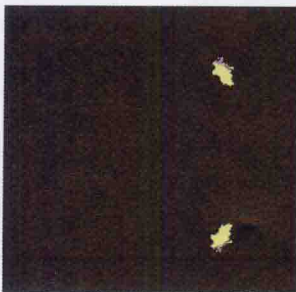
(e)  $q = 0.8$



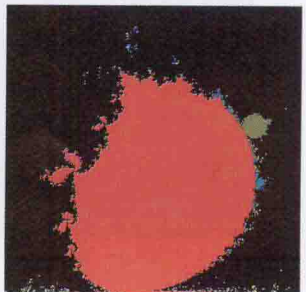
(f)  $q = 0.95$



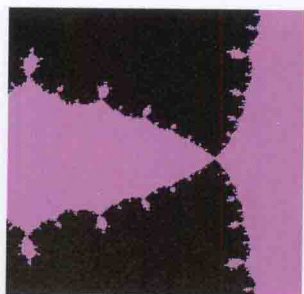
(g)  $q = 1.0$



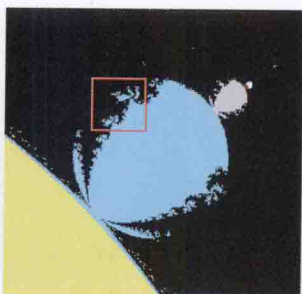
(h)  $q = 1.1$



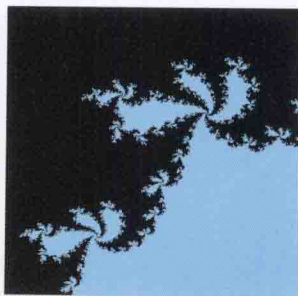
(i) 图 7.35(b) 中方框放大



(j) 图7.35(c)中左方框放大

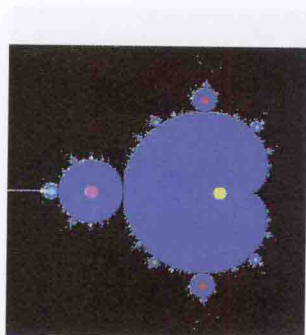


(k) 图7.35(c)中右方框放大

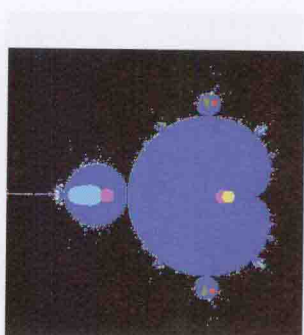


(l) 图7.35(k)中方框放大

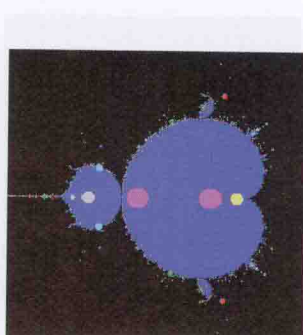
图 7.35 四元数 M 集  $f_{(q)}(c)$  (第三、四分维均为 0)



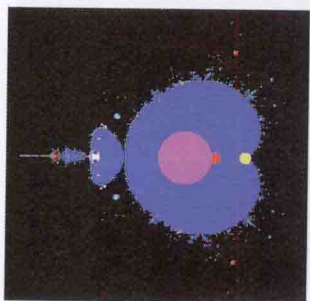
(a)  $q=0$



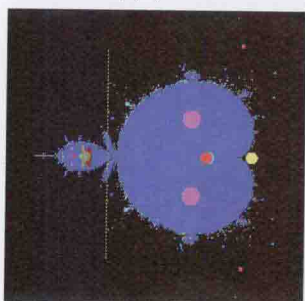
(b)  $q=0.2$



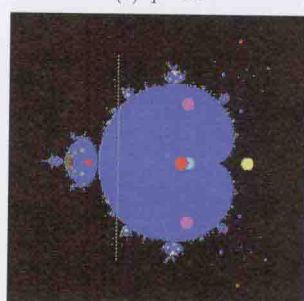
(c)  $q=0.4$



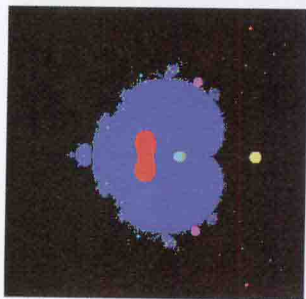
(d)  $q=0.5$



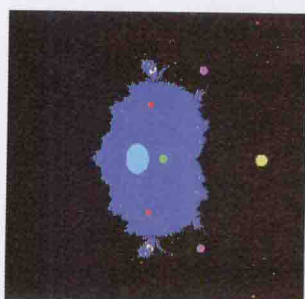
(e)  $q=0.6$



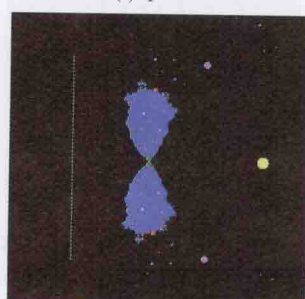
(f)  $q=0.7$



(g)  $q=0.8$

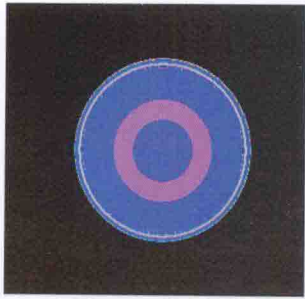


(h)  $q=0.9$

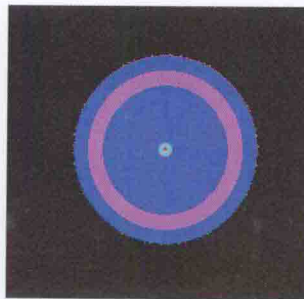


(i)  $q=1.0$

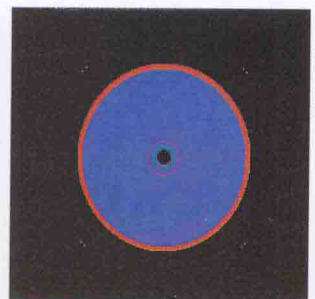




(j) 图7.36(e)的虚轴截面

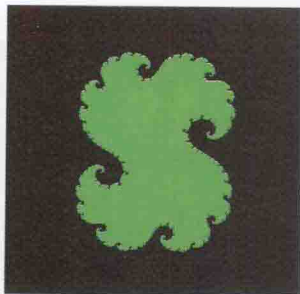


(k) 图7.36(f)的虚轴截面

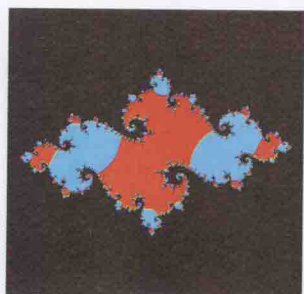


(l) 图7.36(i)的虚轴截面

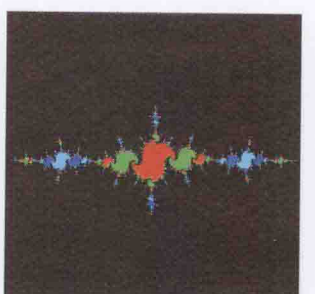
图 7.36 改进的逃逸时间算法绘制的四元数  $M$  集  $f_{(q)}(c)$



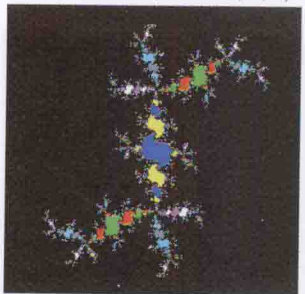
(a) 1-周期,  
 $c = (0.2916668, 0.02486, 0, 0)$



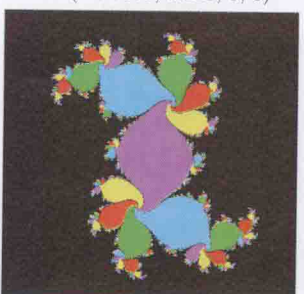
(b) 2-周期,  
 $c = (-0.7375, 0.125, 0, 0)$



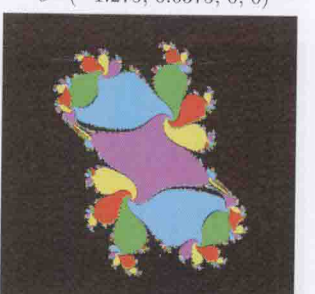
(c) 4-周期,  
 $c = (-1.275, 0.0375, 0, 0)$



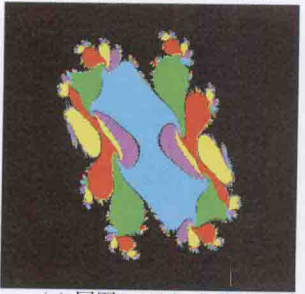
(d) 8-周期,  
 $c = (0.325, 0.5552, 0, 0)$



(e) 5-周期,  
 $c = (0.3583, -0.331497, 0, 0)$



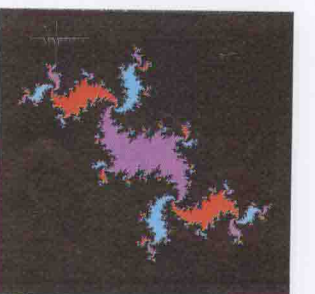
(f) 同图7.39(e),  $k=0.3$



(g) 同图7.39(e),  $k=0.5$

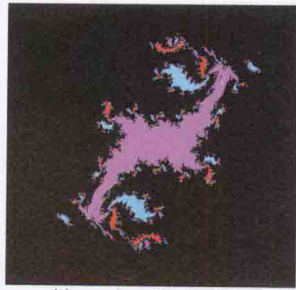


(h) 同图7.39(e),  $k=0.8$

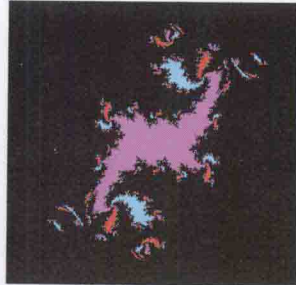


(i) 3-周期,  
 $c = (-0.2167, -0.754, 0, 0)$

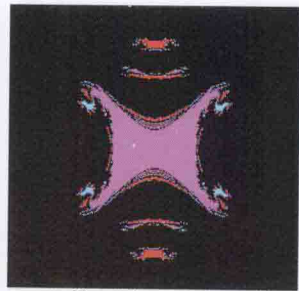




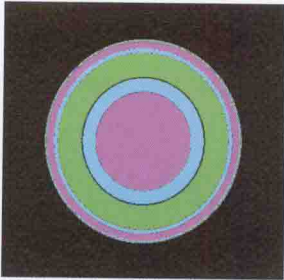
(j)  $c = (-0.2167, 0.5, 0.56437222, 0)$



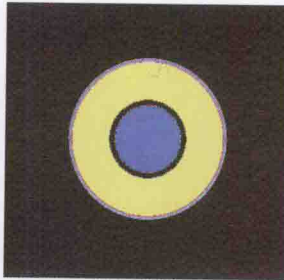
(k)  $c = (-0.2167, 0.56437222, -0.5, 0)$



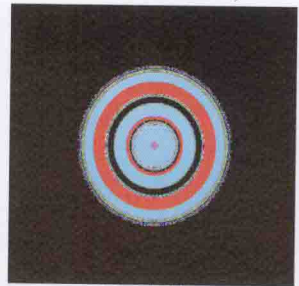
(l)  $c = (-0.2167, 0, -0.5, 0.56437222)$



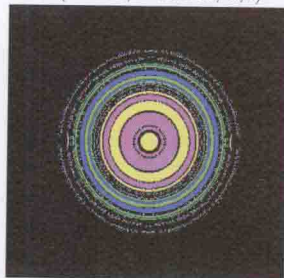
(m) 同图7.39(e),  $r = 0.3$



(n) 6-周期,  
 $c = (0.3833, -0.2155, 0, 0)$

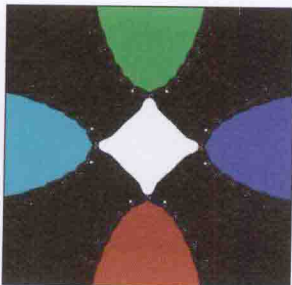


(o) 7-周期,  
 $c = (-0.6332, 0, 0, -0.3729)$

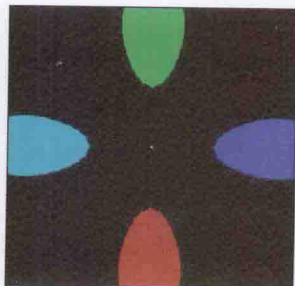


(p) 8-周期,  $c = (0.3253, 0, 0.5552, 0)$

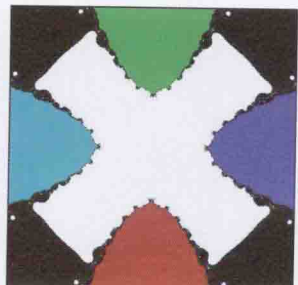
图 7.39 四元数 J 集



(a)  $\alpha = 2, \beta = 4, N = 10$



(b)  $\alpha = 4, \beta = 4, N = 10$



(c)  $\alpha = 2, \beta = 4, N = 15$

图 8.1 标准 Newton 变换的 J 集