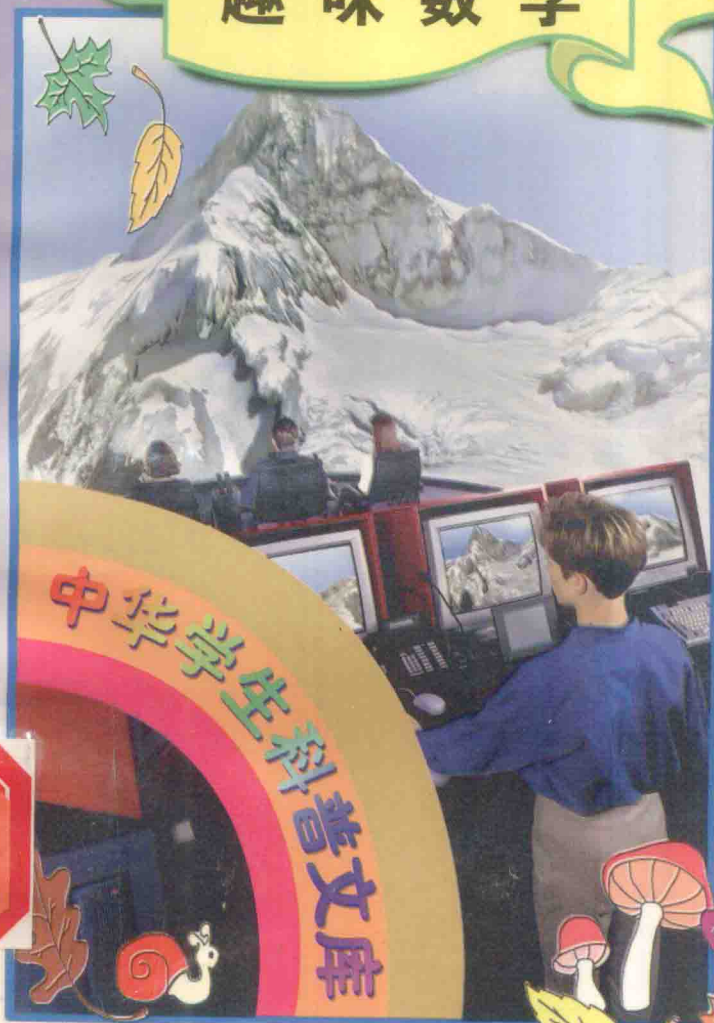


趣味数学



新世界出版社

中华学生科普文库



编著 肖雁

新世界出版社

图书在版编目(CIP)数据

趣味数学/刘以林主编. - 北京:新世界出版社, 1998.4
(中华学生科普文库; 2/刘以林主编)

ISBN 7-80005-417-9

I. 趣… II. 刘… III. 数学-普及读物 IV. 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 09207 号

中华学生科普文库

(2)趣味数学

主编:刘以林

责任编辑:杨 彬 廖旭和 邵 东

封面设计:北京蓝格艺术公司

出版发行:新世界出版社

社址:中国北京百万庄路 24 号 **邮码:**100037

经销:新华书店北京发行所

印刷:保定大丰彩印厂

开本:32 **印张:**425 **印数:**6000

版次:1998 年 4 月北京第 1 版第 1 次印刷

ISBN 7-80005-417-9/G.126

定价:500.00 元(全 100 册)

《中华学生科普文库》编委会

- 主编** 刘以林 北京组稿中心总编辑
- 编委** 张 平 中国人民解放军总医院医学博士
- 袁曙宏 北京大学法学博士
- 冯晓林 北京师范大学教育史学博士
- 毕 诚 中央教育科学研究所生物化学博士
- 陶东风 北京师范大学文学博士
- 胡世凯 哈佛大学法学院博士后
- 杨 易 北京大学数学博士
- 祁述裕 北京大学文学博士
- 张同道 北京师范大学艺术美学博士
- 周泽汪 中国人民大学经济学博士
- 章启群 北京大学哲学博士

总 序

世界从蒙昧到明丽，科学关照的光辉几乎没终止过任何瞬间，一切模糊而不可能的场景，都极可能在科学的轻轻一点之下变得顺从、有序、飘逸而稳定。风送来精确和愉悦的气息，一个与智慧和灵感际遇的成果很可能转眼之间就以质感的方式来到人间。它在现实中矗立着，标明今天对于昨天的胜利；或者它宣布，一个科学的伟人已徐徐到来或骤然显现了。

在人类的黎明，或我们的知识所能知道的过去那些日子，我们确实可以看到科学在广博而漫长的区域经历了艰难与失败，但更以改变一切的举足轻重的力量推动了历史，卓然无匹地建立了一座座一望无际的光辉丰碑。信心、激情、热望与无限的快乐是这些丰碑中任何一座丰碑所暗示给我们的生活指向，使我们笃信勤奋、刻苦、热爱生活、深思高举是我们每个人所应该做的；与此同时，我们更加看到了科学本身深深的魅力，人文的或自然的，科学家的或某个具体事物的，如一

面垂天可鉴的镜子，我们因为要前进和向上，就无可回避地要站在它的面前梳理自己的理性和情感，并在它映照的深邃蕴含里汲取智慧与力量，从而使我们的创造性更加有所依凭，更加因为积累的丰厚而显得强劲可靠。伟大的、人所共知的科学家牛顿曾经说过一句人所共知的话，他的一切成就都是因为“站在巨人的肩膀上”的缘故，这是一个伟大心灵的谦逊，但更是一道人生智慧的风景，是牛顿在告诉我们，科学领域所既有的东西，我们应该知道的那一切，那就是“巨人的肩膀”，我们要“知道应该站上去”。为此，我们编委会和全体作者几十人，就自己的视野所能达到的、本世纪前有关科学的所有的一切，竭尽全能编撰了这套《中华学生科普文库》，期望学生的阅读世界能因此更多地渗入科学智慧的内容，也期望老师们能够关注这些科学本身所具有的普遍而非常的事物。

科学的魅力来源于它对人类发展根本上的推动，它的光荣是永远的。

刘以林

1998年3月，北京永定路121室

目 录

数学趣题的发源地	(1)
奇妙的数字“9”	(3)
神奇的“缺8数”	(9)
能被2和5整除的数	(14)
能被3和9整除的数	(15)
能被4和25整除的数	(16)
能被8和125整除的数	(17)
能被7、11和13整除的数	(17)
校庆“35”	(18)
奇妙的等式	(20)
有趣的142857	(21)
推算星期几	(22)
阿凡提新传	(24)
跷跷板与不等式	(25)
数学黑洞	(28)
哥德巴赫猜想	(29)

莱氏数学游戏	(31)
刁懒汉遇仙	(32)
巧分苹果	(34)
松鼠妈妈采松子	(35)
奖金是多少	(37)
李政道出的算题	(38)
牛肉拉面	(39)
不添篱笆扩羊圈	(40)
瞎子看瓜	(42)
爱因斯坦的舌头	(43)
稀世珍宝	(45)
牛郎和织女	(47)
求和问题	(48)
百羊问题	(49)
兔子问题	(50)
鸡兔同笼	(52)
韩信点兵	(53)
连成多少三角形	(55)
构图问题	(58)
最多可放多少圆	(60)
幻方与数阵	(63)
伐木人的争论	(65)

36 名军官问题	(67)
龟和鹤	(69)
乘车者的常识	(70)
两支蜡烛	(72)
说容易也难	(73)
卖花生仁	(74)
你来当裁判	(76)
增根之谜	(77)
一家人的年龄	(81)
丢蕃都的年龄	(83)
庞贝古城	(84)
转让摩托车	(85)
蛋铺的生意	(86)
四通八达	(87)
各自为政	(88)
马克思与数学	(90)
趣味几何	(92)
节能灶	(93)
青蛙的对称跳	(96)
影子部队	(98)
巷中行	(99)
截去多少	(101)

园丁的难题	(103)
正方形的维纳斯	(104)
丰收时节	(106)
折纸的面积	(108)
擀面杖的学问	(111)
附：陈省身数学奖	(113)
数学奥林匹克竞赛	(113)
菲尔兹奖——数学界最高奖	(116)
中国数学的世界之最	(118)
影响数学发展的几件大事	(120)



数学趣题的发源地

中华古国有过极辉煌灿烂的文明。仅数学而言，自先秦开始，就逐渐形成经典性著作，如《周髀算经》、《九章算术》、《孙子算经》、《五曹算经》、《夏侯阳算经》、《张丘建算经》、《海岛算经》、《五经算术》、《缀术》、《缉古算经》等。

可以说，世界数学发展史上一些著名的趣题，在我国古籍书中早有记载。有位外国数学家写道：“中国数学与希腊、罗马、印度、中亚细亚以及中世纪数学之间的关系至今依然研究得很不够。但是这种关系确实是存在的，在不少国家的数学书本上，问题的内容恰恰与中国原著完全一样。”

12世纪印度数学家巴斯卡拉提出的“莲花问题”：“波平如镜一湖面，半尺高处出红莲，孤零直立在那里，狂风把它吹一边，距根生处





两尺远，试问湖水多深浅？”而公元1世纪成书的我国《九章算术》中早就有同样的趣题：“今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺，引葭赴岸，适如岸齐，问水深葭长各几何？”

中世纪意大利著名数学家斐波那契写的一本《算盘全书》，里面也收集了不少趣题，其中一则是：“有七个老妇人走在去罗马的路上，每人有七匹骡子；每匹骡子驮七条口袋；每只口袋装七个大面包；每个面包带七把小刀；每把小刀有七层刀鞘。在去罗马的路上，妇人、骡子、口袋、面包、小刀和刀鞘，一共有多少？”而在我国唐朝（公元7世纪至10世纪）流传的《孙子算经》中也记载着：“今有出门望有九堤，堤有九木，木有九枝，枝有九巢，巢有九禽，禽有九雏，雏有九毛，毛有九色，问各几何？”这两个趣题又惊人的相似。

类似的例子举不胜举，这说明我国确实是数学趣题的最早发源地。



奇妙的数字“9”

将循环小数化成分数，是解决有关循环小数的基本方法。怎样才能将循环小数化成分数呢？这要请我们的老朋友——9来帮助解决问题。我们知道，在数列计算中，有一个无穷等比数列的求和公式： $S = \frac{a}{1-q}$ 。其中 a 是这个数列的第一项， q 是公比。下面要用这个公式来研究化循环小数为分数的方法。先观察下面两个循环小数： $0.6666\cdots = 0.\dot{6}$ ， $0.242424\cdots = 0.\dot{2}\dot{4}$ 。它们都是从小数点后的第一位开始循环的，叫做纯循环小数。为了便于计算，先将它们写成分数的和的形式：

$$\begin{aligned} 0.666\cdots &= 0.6 + 0.06 + 0.006\cdots \\ &= \frac{6}{10} + \frac{6}{100} + \frac{6}{1000} + \frac{6}{10000} + \cdots \end{aligned}$$

$$0.242424\cdots = 0.24 + 0.0024 + 0.000024\cdots$$





$$= \frac{24}{100} + \frac{24}{10000} + \frac{24}{1000000} + \dots$$

这就变成了无穷递缩等比数列的形式。0.6666……的公比是 $\frac{1}{10}$ ，而0.242424……的公比是 $\frac{1}{100}$ 。根据求和公式得：

$$0.66\dots\dots = \frac{\frac{6}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{6}{10 - 1} = \frac{6}{9}$$

$$0.242424\dots\dots = \frac{\frac{24}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{24}{100 - 1} = \frac{24}{99}$$

由此可以看出，要把纯循环小数化为分数，只要把一个循环节的数字化为分子，让分母由9组成，循环节有几位数字，分母是几个9就行了。例如：

$$0.4444\dots\dots = 0.\dot{4} = \frac{4}{9}$$

$$0.5656\dots\dots = 0.\dot{5}\dot{6} = \frac{56}{99}$$

$$0.31233123\dots\dots = 0.\dot{3}1\dot{2}3 = \frac{3123}{9999} = \frac{347}{1111}$$

下面再来看看以下两个循环小数：



$$0.2888\cdots = 0.2\dot{8}, 0.354545\cdots = 0.3\dot{5}4.$$

它们都不是从小数点后的第一位开始循环，这叫混循环小数。用分数的和可表示为：

$$0.2888\cdots = \frac{2}{10} + \frac{8}{100} + \frac{8}{1000} + \frac{8}{10000} + \cdots$$

$$0.35454\cdots = \frac{3}{10} + \frac{54}{1000} + \frac{54}{100000}$$

这种和的形式，从第二项起，构成了一个分别以 $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{1}{100}$ 为公比的无穷递缩等比数列。由求和公式得：

$$0.2888\cdots = \frac{2}{10} + \frac{\frac{8}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{2}{10} + \frac{8}{100 - 10}$$

$$= \frac{2}{10} + \frac{8}{90} = \frac{2 \times 9 + 8}{90}$$

$$= \frac{26}{90} = \frac{13}{45}$$

$$0.35454\cdots = \frac{3}{10} + \frac{\frac{54}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{3}{10} + \frac{54}{1000 - 10}$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{54}{990} = \frac{3 \times 99 + 54}{990}$$

万
分
之
一
的
精
确
度
可
以
达
到
十
万
分
之
一



万
分
之
一
的
精
确
度
可
以
达
到
十
万
分
之
一



$$= \frac{351}{990} = \frac{39}{110}$$

由此可以看出：把混循环小数化为分数，先去掉小数点，再用第二个循环节以前的数字减去不循环部分的数字，将得到的差作为分子；分母由 9 和 0 组成，9 的个数等于一个循环节的位数，9 的后面写 0，0 的个数等于循环部分的位数。例如：

$$0.27777\cdots = 0.2\dot{7} = \frac{27 - 2}{90} = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}$$

$$0.31252525\cdots = 0.31\dot{2}\dot{5} = \frac{3125 - 31}{9900} = \frac{1547}{4950}$$

再看下列一组等式：

$$\frac{1}{11} = 0.090909\cdots = 0.\dot{0}\dot{9} = 0.\dot{0}\dot{9} \times 1$$

$$\frac{2}{11} = 0.181818\cdots = 0.\dot{1}\dot{8} = 0.\dot{0}\dot{9} \times 2$$

$$\frac{3}{11} = 0.272727\cdots = 0.\dot{2}\dot{7} = 0.\dot{0}\dot{9} \times 3$$

$$\frac{4}{11} = 0.363636\cdots = 0.\dot{3}\dot{6} = 0.\dot{0}\dot{9} \times 4$$

$$\frac{5}{11} = 0.454545\cdots = 0.\dot{4}\dot{5} = 0.\dot{0}\dot{9} \times 5$$

$$\frac{6}{11} = 0.545454\cdots = 0.\dot{5}\dot{4} = 0.\dot{0}\dot{9} \times 6$$



$$\frac{7}{11} = 0.636363\cdots = 0.\dot{6}\dot{3} = 0.\dot{0}\dot{9} \times 7$$

$$\frac{8}{11} = 0.727272\cdots = 0.\dot{7}\dot{2} = 0.\dot{0}\dot{9} \times 8$$

$$\frac{9}{11} = 0.818181\cdots = 0.\dot{8}\dot{1} = 0.\dot{0}\dot{9} \times 9$$

$$\frac{10}{11} = 0.909090\cdots = 0.\dot{9}\dot{0} = 0.\dot{0}\dot{9} \times 10$$

根据上述结果，遇到除 11 的除法计算，就可以直接写出答数了：

$$800 \div 11 = 72.\dot{7}\dot{2}$$

$$18 \div 11 = 1\frac{7}{11} = 1.6\dot{3}$$

$$\frac{2}{110} = \frac{2}{11} \times \frac{1}{10} = 0.0\dot{1}\dot{8}$$

由上面的结果，还可推导出几个除数是 11 的倍数的情况：

$$\frac{1}{22} = \frac{1}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{0.\dot{0}\dot{9}}{2} = 0.0454545\cdots = 0.0\dot{4}\dot{5}$$

$$\frac{1}{33} = \frac{1}{11} \times \frac{1}{3} = \frac{0.\dot{0}\dot{9}}{3} = 0.0\dot{3}$$

$$\frac{1}{55} = \frac{1}{11} \times \frac{1}{5} = \frac{0.\dot{0}\dot{9}}{5} = 0.0\dot{1}\dot{8}$$

