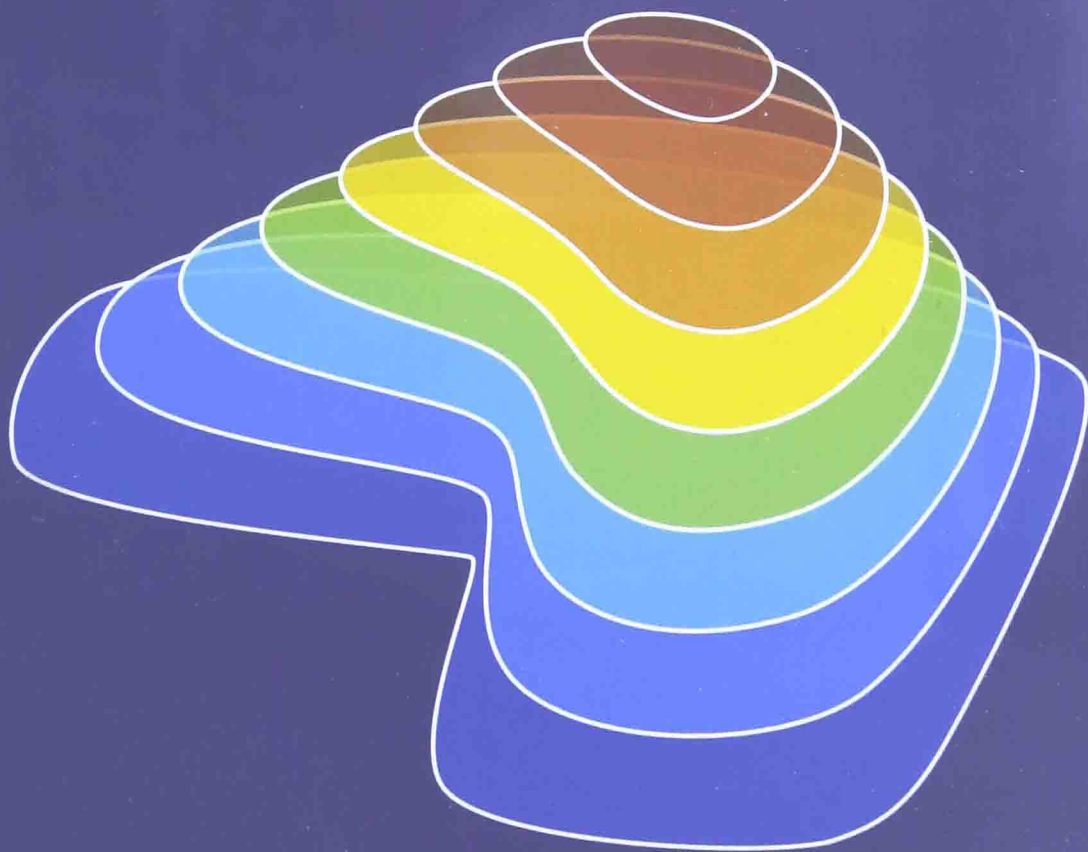


MATLAB数值计算

(2013修订版·中译本)

Numerical Computing with MATLAB

Revised in 2013



[美] Cleve B. Moler 著

张志涌 等编译

MATLAB[®]
examples



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

MATLAB 数值计算

(2013 修订版 · 中译本)

Numerical Computing with MATLAB

Revised in 2013

[美] Cleve B. Moler 著

张志涌 等编译

北京航空航天大学出版社

内 容 简 介

本书《MATLAB 数值计算》(2013 修订版)经 MATLAB、数值分析和科学计算之父 Cleve Moler 本人正式授权,是 *Numerical Computing with MATLAB* 2008/2013 修订版的中译本。该书不以深奥的数值分析理论为内容,而以易于理解的数学思维和便于掌握的数学计算编程技术为教学素材。该书摒弃以往数值分析教材中常见的程式性定理、定理证明、收敛性理论和冗长公式推演。该书数值算法原理的表述,言简意赅、层次丰富、见解独到、权威精辟;数学计算软件的教学内容容易学易懂,构思巧妙而循循善诱。

全书正文共 11 章,包括:MATLAB 入门、线性方程组、插值、零点和根、最小二乘、定积分、常微分方程、随机数、傅里叶分析、特征值和奇异值、偏微分方程。每章后都配置了大量习题。与本书正文及习题匹配的 70 多个 M 文件都由 Cleve Moler 本人编写,并被其本人赞为最引以自傲的软件作品。为读者学习、查阅需要,本书还编有 4 个附录:MATLAB 功用释要、MATLAB 命令及示教文件名索引、中文关键词索引和 Cleve Moler 获 2012 年度计算机先驱奖的简短资料。该书所有代码都适配于 MATLAB R2014a。

该书是 Cleve Moler 专为高校研究生、本科生编写的数值计算、MATLAB 教材。该书也是所有 MATLAB 用户理解 MATLAB 算法原理的最好指南,也是广大科技人员自学、精读或随时查阅的最可信赖的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

MATLAB 数值计算(美)莫勒著. 张志涌等编译.

--北京:北京航空航天大学出版社,2015.1

ISBN 978-7-5124-1546-1

I. ①数… II. ①莫… ②张… III. ①数值分析—高等学校—教材 IV. ①0241

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 114664 号

版权贸易合同登记号 图字:01-2013-5484

英文原名:Numerical Computing with MATLAB Revised in 2013

Copyright © 2014 by Cleve B. Moler.

Translation Copyright © 2014 by Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press.

All right reserved.

本书中文简体字版由 Cleve B. Moler 本人授权北京航空航天大学出版社在中华人民共和国境内独家出版发行。版权所有,违者必究。

MATLAB 数值计算(2013 修订版·中译本)

Numerical Computing with MATLAB Revised in 2013

[美] Cleve B. Moler 著

张志涌 等编译

责任编辑 陈守平

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱:goodtextbook@126.com 邮购电话:(010)82316936

涿州市新华印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本:710×1 000 1/16 印张:27.75 字数:591 千字

2015 年 1 月第 1 版 2015 年 1 月第 1 次印刷 印数:3 000 册

ISBN 978-7-5124-1546-1 定价:52.00 元

若本书有倒页、脱页、缺页等印装质量问题,请与本社发行部联系调换。联系电话:(010)82317024

译文前言

2012年仲秋，我作为 Moler 十年前访华晤面过的熟人，再次受 MathWorks 中国公司的邀请，出席 Cleve Moler 的访华欢迎会。在欢迎午餐席间，Moler 表达了希望在中国见到由他本人授权的著作中译本的强烈意愿。我欣然允诺翻译，随即 Moler 把 *Numerical Computing with MATLAB* 的翻译工作委托于我，并将出版权授予北京航空航天大学出版社。对此，我深感荣幸，因为从 MathWorks 网站首次出现此书电子版起的这些年里，我一直持有翻译此书的强烈冲动和期盼译著在中国出版发行的迫切愿望。

我喜欢此书，因为 *Numerical Computing with MATLAB* 一书，既能让读者初读时感受易学易懂之愉悦，又能让读者细读时领受渗透于字里码间的睿智点化；既能使读者从 MATLAB 中获得前所未有的数值解算能力，又可使读者欣赏到浮点计算之数学优雅。

我推崇此书，因为 *Numerical Computing with MATLAB* 的作者是 Cleve Moler，一个始终怀揣那朴实的、“让学生学数学更轻松”理念的大学教授，一个始终怀揣那“让他人最放心、最方便使用高质量数学计算软件”平常心的科学家¹。正是这济世理念驱使他成为了“高性能数值计算测试标准的 LINPACK、EISPACK 软件”的主要贡献者，驱使他发明了“对世界工程教学和科研领域产生不可估量深远影响的 MATLAB”²，使他成为了世界公认的现代数值分析和科学计算的一位创始人、给计算世界打下深深烙印的数学奇才³。他是美国工业和应用数学学会 SIAM 前主席、美国工程院院士、2012 年 IEEE 计算机先驱奖获得者。然而，他喜欢自称“最爱编程的地地道道骇客 (hacker)”，趣喻自己是“围绕数学家和计算机科学家双核作 Lorenz 混沌运动”的人¹。

我赞赏此书，因为 *Numerical Computing with MATLAB* 一书是 Cleve Moler 从其前 20 年教学生涯和后 20 年专事 MATLAB 经验中升华而成的原创珍品，是凝聚其对数学应用本质性独特见解、展示未来教学方向的数值计算教材之圭臬。该书物化地展现了，Cleve Moler 对数值分析和科学计算教学的如下卓识真见¹：

- 在科学和技术计算中，存在一个既不被数学覆盖、也不被计算机学科和其它应用学科覆盖的共同知识体系。它是涉及数值分析、科学编程、计算机图形

1 <http://history.siam.org/oralhistories/moler.htm>, Cleve Moler, Oral history interview by Thomas Haigh, 8 and 9 March, 2004, Santa Barbara, California. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.

2 本书附录 D：2012 年度计算机先驱奖颁奖典礼视频录音的译文。

3 <http://www.bizjournals.com/albuquerque/stories/2009/02/02/story9.html?page=all>, Kevin Robinson-Avila, Math whiz stamps profound imprint on computing world, Albuquerque Business First.

和数据库管理等内容的独立知识体系。

- 对于科技领域的非数学从业人员而言，他们所需要解决的具体问题，往往不是单一的数学问题，而是更大更复杂的综合性问题。这些问题的解决需要多种数学知识和数值计算方法。在此境况下，他们不可能、也不需要知道每种数值方法的微妙细节和具体公式，而只需要知道如何调用各种计算机软件去解决面前不可回避的数学问题，以腾出更多的时间和精力，专注于那综合性的具体设计目标。就像在一个具体问题中遇到需要计算的正弦、余弦函数值时，人们并不会对近似计算正弦、余弦函数值的具体公式和执行细节刻意刨根问底，而只是径直调用它们的计算命令。

Numerical Computing with MATLAB 由美国工业和应用数学学会 SIAM 于 2004 年出第一版，2008 年出修订版。此书在 2013 年经 Cleve Moler 再次修订，且在其亲自授权后于不久前由北京航空航天大学出版社出版。该书的章节标题不仅涵盖常见数值分析教材的所有章节标题，而且包含“随机数”和“偏微分方程”两章。

Numerical Computing with MATLAB 的特别之处在于：该书是由具有数值分析、科学计算之父和 MATLAB 之父双重身份的 Cleve Moler 写成的。该书不以深奥的数值分析理论为内容，而以向读者提供易于理解的数学思维、易于掌握的数学编程技术为宗旨。因此，在该书中，没有某些数值分析教材中那定理和定理证明的重峦叠嶂，没有那冗长公式和满纸推演的浓雾密云，也没有浮点误差理论的浓墨重彩。在书中，能见到的是那信手拈来的博引旁证、高屋建瓴的评价结论，能见到的是脉络清晰的引导、使人顿悟的简明示例，能见到的是由 MATLAB 代码一步一步指引的、读者完全可以自己在计算机上重现的各种算法演绎和实验，能见到的是能准确掌控计算误差和提供性能改善选项的 MATLAB 命令。

Numerical Computing with MATLAB 英文原版正文和习题中的 MATLAB 代码、随书 NCM 汇集中的 M 文件，都在 MATLAB R2013a 版下由 Moler 进行过适配性修改。这些代码和文件设计之精心、运用之巧妙、可读性之强，都达到了 Moler 自认的前所未有的满意程度，并被 Moler 引以自傲¹。

《MATLAB 数值计算》（2013 修订版）是据 2014 英文版 *Numerical Computing with MATLAB* 翻译的。本书正文及习题翻译忠于原著、原意。在翻译时，为保证读者能重现英文原版所列之计算结果，也为帮助读者准确理解原文编码的奥妙，在个别段落中补写了些许 M 码，在个别 M 码后增补了一点解释。此外，为适应我国学术和教学环境，把英文原版中实施“对应元素间运算”的“Matrix、Vector”词汇，翻译成“数组、行（或列）数组”。中译版《MATLAB 数值计算》中的 MATLAB 代码、随书 NCM 汇集中的 M 文件，由译者在 MATLAB R2014a 版下进行过适配性修订。

《MATLAB 数值计算》（2013 修订版）除正文外，增添四个附录：“附录 A. MATLAB 功用释要”，是对正文提及的 MATLAB 要素，从用法角度出发，给予简明系

统地要旨介绍或补充，减少读者阅读困难和查阅其他帮助材料的麻烦。“附录 B. MATLAB 命令和示教文件名索引”，供读者据命令名、文件名检索书中示例。“附录 C. 中文关键词索引”，供读者据中文术语对照英文词汇检索正文表述。“附录 D. 2012 年度计算机先驱奖颁奖典礼视频整理稿”，供读者全面了解 Moler 的杰出贡献和人文精神，进而更好领悟 Moler 原著所体现的科学计算思想。

《MATLAB 数值计算》(2013 修订版)的编译由张志涌、张子燕、杨祖樱三人协同完成。全书经通译、M 码运作、附录编写、通校、文字修饰等几阶段后完稿，前后历时 18 个月。在通译和 M 码运作及附录编写期间，我们就正文叙述、M 代码、GUI 表现及附录内容等，多次向原作者请教、咨询及建议。对此，原作者都及时地给予详尽回复和认真处理。这使我们亲身感受到 Cleve Moler 对所有议题了然于胸的从容和一丝不苟的严谨，领受到 Cleve Moler 对 MATLAB 命令设计原由的透彻解读和出神入化的功力。在本译作完稿之际，我们全体译者向 MathWorks 公司首席科学家 Cleve Moler 表示最真诚的深深谢意。

在译稿出版之际，我们还要向北京航空航天大学出版社的陈守平、蔡喆、赵延永等表达最真挚的感谢，感谢他们为我们编译所提供的各种宝贵资料和信息，感谢他们为保证本书高质量出版所作出的一切努力。

《MATLAB 数值计算》(2013 修订版)译作虽经我们多人反复修正校对，但限于我们知识的局限，误译、错译、片面理解及其他疏漏仍难以杜绝。在此，恳请各方面专家和广大读者不吝指教。译者联系电子信箱：zyzh@njupt.edu.cn。

张志涌、张子燕、杨祖樱

2014 年 10 月 21 日

原文序

本书是为讲授数值方法、MATLAB 及工程计算而编写的入门性教材，着重强调数学软件的灵活应用。我们希望你通过本书能充分理解 MATLAB 数学计算函数及命令的内涵，充分辨析其局限性，正确使用它们，并能根据你自己的需要对它们加以修改。本书包含以下章节：

- MATLAB 入门
- 线性方程组
- 插值
- 零点和根
- 最小二乘
- 定积分
- 常微分方程
- 随机数
- 傅里叶分析
- 特征值和奇异值
- 偏微分方程

20 世纪 60 年代后期，George Forsythe 首先在美国斯坦福大学开创了基于软件的数值方法课程。Forsythe、Malcolm 和 Moler 三人合写的教材 [20]，及其后由 Kahaner、Moler 和 Nash 合写的教材 [34]，都是由斯坦福大学的那门课程演化产生的，且它们都建筑在 Fortran 子程序库基础上。

本书以 MATLAB 为基础。含 70 多个 M-文件的 NCM 汇集是本书的重要组成部分。本书 200 多道习题中的许多习题都涉及对 NCM 程序的修改及扩展。本书还广泛使用计算机图示的功能，其中包括对各种数值算法的交互式图形展示。

选修本课程或阅读本书的前提条件是：

- 学过微积分；
- 对常微分方程有所了解；
- 对矩阵有所了解；
- 有些计算机编程经验。

假如你此前从未用过 MATLAB，那么第 1 章将帮助你跨入大门。假如你已经熟悉 MATLAB，那么你可以快速浏览第 1 章的大部分内容。但是，每位读者都不应跳过第 1 章关于浮点算法的那节内容。

对于一学季或一学期的课程而言，本书内容可能偏多。建议讲授前 7 章的全部内容，而在后 4 章中有选择地讲授学生感兴趣的部分内容。

在你阅读本书时，应确定你所在计算机网或个人电脑上已经安装了 NCM 程序汇集。NCM 汇集可从如下的本书英文原版网站 [47] 上免费获得。

<http://www.mathworks.cn/moler>

NCM 汇集中的文件有三类：

- gui 文件，交互式图形演示文件；
- tx 文件，MATLAB 内建文件的示教性简略版；
- 其他：各种配用文件，主要与习题有关。

在自己机器上安装了 NCM 汇集后，你在 MATLAB 中运行命令

```
ncmgui
```

便产生一个如下页所示的综合性图形用户界面。该综合界面上的每个缩略小图，实际上都是引出相应 GUI 图形用户界面的按钮。

离开 MathWorks 和 SIAM 的同仁，本书不可能完成。这两个团队中的人员都很专业、富具创造力和融洽合作。他们对本书给予了巨大的支持。在众多做出特殊贡献的朋友和同仁中，我特别要提到其中五位。Kathryn Ann Moler 多次在斯坦福大学的课程中使用本书的早期书稿，并成为给予我最中肯批评的智者。Tim Davis 和 Charlie Van Loan 给出了特别有益的审阅意见。Lisl Urban 为本书做了完美无瑕的编辑工作。我妻子 Patsy 始终陪伴身旁，包容、照料我的工作习惯和笔记本电脑，她深爱着我的一切。我感谢所有的人！

本书 2008 修订重印版的更改内容有：为改进无出链网页的处理，对 Google PageRank 那节所作的修订；在随机数那章新增一小节内容；删除了关于 inline 和 feval 命令的内容；校正了几十处小的印刷疏误。

2013 年 9 月对本书进行了 60 多处重要的更新修订。其中大多数修订是中国南京邮电大学的张志涌教授所提议的。那时，他正在为北京航空航天大学出版社准备本书的中译本。本书第 5.3 节美国人口普查算例纳入了 2010 年的人口数据。format long 格式下的计算结果显示 16 位有效数字。涉及符号工具包的应用现已反映 MuPAD 引擎所引起的变化。非常感谢张教授。

Cleve Moler
2013 年 9 月 16 日



fern



floatgui

2	6	0	3	1
5	6	1	5	9
8	0	4	2	2
1	8	6	8	4
9	3	8	6	4

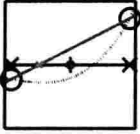
lugui



eigshow



interpgui



fzerogui



censusgui



quadgui



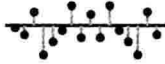
lorenzgui



swinger



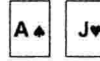
touchtone



fftgui



randgui



blackjack



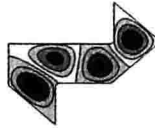
walker



eigsvdgui



waves



pdegui



pennymelt

ncm books

ncm cover

helpwin ncmgui

helpwin ncm

close

ncmgui

目 录

第 1 章	MATLAB 入门	1
1.1	黄金分割比	1
1.2	斐波那契数	8
1.3	分形蕨	14
1.4	魔方矩阵	19
1.5	密码技术	26
1.6	数论问题 $3n+1$ 序列	31
1.7	浮点运算	34
1.8	更多阅读	42
	习 题	43
第 2 章	线性方程	55
2.1	解线性方程组	55
2.2	MATLAB 反斜杠矩阵左除算符	55
2.3	3×3 方程组算例	56
2.4	排列矩阵和三角矩阵	58
2.5	LU 分解	59
2.6	选主元的必要性	61
2.7	示教 M 文件 lutx、bslashtx、lugui	63
2.8	舍入误差的影响	66
2.9	范数和条件数	68
2.10	稀疏矩阵和带状矩阵	75
2.11	PageRank 和马尔可夫链	77
2.12	更多阅读	85
	习 题	85
第 3 章	插 值	97
3.1	插值多项式	97
3.2	分段线性插值	102
3.3	分段三次埃尔米特插值	104
3.4	保形分段三次插值	105
3.5	三次样条	107

3.6	示教 M 文件 <code>pchiptx</code> , <code>splinetx</code>	111
3.7	插值计算交互界面 <code>interpgui</code>	113
	习 题	115
第 4 章	零点和根	123
4.1	二分法	123
4.2	牛顿法	125
4.3	牛顿法失常算例	126
4.4	弦截法	127
4.5	逆二次插值	129
4.6	<code>Zeroin</code> 算法	130
4.7	示教 M 文件 <code>fzerotx</code>	130
4.8	<code>fzerogui</code>	135
4.9	值的解算和反插值	137
4.10	最优化和示教 M 文件 <code>fmintx</code>	137
	习 题	140
第 5 章	最小二乘	147
5.1	模型和曲线拟合	147
5.2	范 数	149
5.3	人口模型交互界面 <code>censusgui</code>	150
5.4	豪斯霍尔德反射	151
5.5	QR 分解	153
5.6	伪 逆	158
5.7	秩 亏	160
5.8	可分离最小二乘	162
5.9	更多阅读	165
	习 题	165
第 6 章	定积分	173
6.1	自适应定积分算法	173
6.2	定积分的基本法则	174
6.3	示教 M 文件 <code>quadtx</code> 和 <code>quadgui</code>	176
6.4	被积函数的表述	178
6.5	性 能	180
6.6	积分离散数据	182
6.7	更多阅读	184
	习 题	184

第 7 章 常微分方程	193
7.1 微分方程的积分	193
7.2 微分方程组	194
7.3 线性化的微分方程	195
7.4 单步法	197
7.5 BS23 算法	200
7.6 示教 M 文件 ode23tx	202
7.7 两个简单示例	205
7.8 洛伦茨吸引子	207
7.9 刚性	210
7.10 事件	214
7.11 多步法	218
7.12 MATLAB 的 ODE 解算命令	218
7.13 误差	219
7.14 性能	223
7.15 更多阅读	224
习 题	225
第 8 章 傅里叶分析	243
8.1 按键拨号	243
8.2 有限傅里叶变换	247
8.3 交互界面 fftgui	248
8.4 太阳黑子	251
8.5 周期时间序列	254
8.6 快速有限傅里叶变换	255
8.7 示教 M 文件 fftx	256
8.8 fftmatrix 绘制傅里叶矩阵的图	257
8.9 其他傅里叶变换与级数	258
8.10 更多阅读	260
习 题	260
第 9 章 随机数	263
9.1 伪随机数	263
9.2 均匀分布	263
9.3 正态分布	267
9.4 示教 M 文件 randtx 和 randntx	269
9.5 Twister 算法	271

习 题	272
第 10 章 特征值和奇异值	277
10.1 特征值与奇异值分解	277
10.2 小规模矩阵分解示例	280
10.3 分解演示界面 eigshow	281
10.4 特征多项式	283
10.5 对称矩阵和埃尔米特矩阵	284
10.6 特征值的灵敏度和精度	285
10.7 奇异值的灵敏度和精度	291
10.8 约当型和舒尔型	292
10.9 QR 算法	293
10.10 QR 算法演示界面 eigsvdgui	295
10.11 主成分分析	297
10.12 成圆算法	301
10.13 更多阅读	306
习 题	306
第 11 章 偏微分方程	315
11.1 模型问题	315
11.2 有限差分法	316
11.3 离散拉普拉斯算子矩阵	318
11.4 数值稳定性	321
11.5 L 形薄膜波动	322
习 题	327
参考文献	335
附录 A MATLAB 功用释要	341
A.1 MATLAB 工作界面简介	341
A.1.1 MATLAB 的启动和工作界面简介	341
A.1.2 MATLAB 的工作机理	342
A.1.3 NCM 文件的两种使用方案	342
A.1.4 如何设置当前文件夹	343
A.1.5 如何设置搜索路径	343
A.2 如何获取帮助信息	344
A.2.1 如何利用 help 命令求助法	344
A.2.2 如何利用帮助浏览器求助	345

A.3	入门要旨	346
A.3.1	如何在命令窗中输入命令	346
A.3.2	如何输入数值和定义变量名	347
A.3.3	如何控制双精度浮点数的显示格式	347
A.3.4	如何正确地表述复数	348
A.3.5	如何正确地理解复数运算结果	350
A.3.6	如何清空窗口、内存和恢复默认设置	351
A.4	数组及其运算	351
A.4.1	数组结构和元素标识	352
A.4.2	数组运算通则	354
A.4.3	哪类标量循环应被数组运算替代	356
A.5	矩阵及其运算	359
A.5.1	矩阵和数组的异同	359
A.5.2	矩阵算符和矩阵函数	360
A.5.3	矩阵运算为何应摒弃标量循环	361
A.6	M 泛函和函数句柄	363
A.6.1	M 泛函及常见命令	363
A.6.2	含参泛函和无参泛函	364
A.6.3	具名函数和匿名函数的句柄	366
A.6.4	泛函与含参目标函数间参数传递的各种组合	369
A.6.5	如何编写含参泛函中的目标函数	370
A.6.6	如何编写无参泛函中的目标函数	372
A.6.7	如何利用嵌套函数实现无参泛函中的参数传递	374
A.7	符号计算	376
A.7.1	为何及如何定义符号对象	376
A.7.2	如何用 M 码符号对象精准表述含数字数学解析式	378
A.7.3	自由符号变量的辨认和指定	380
A.7.4	限定性假设的设置	382
A.7.5	限定性假设的观察和撤销	383
A.7.6	限定性假设对符号计算的影响	384
附录 B	MATLAB 命令及示教文件名索引	387
附录 C	中文关键词索引	403
附录 D	2012 年度计算机先驱奖颁奖典礼视频整理译文	421

第 1 章 MATLAB 入门

本教材涉及两方面内容：MATLAB 和数值计算。本入门章，将通过几个基础趣味数学问题的解算程序，介绍 MATLAB 的使用。倘若你有其他语言的编程经验，那么可以预期，你只需稍加用心地学习这些程序，就能知道 MATLAB 是如何工作的。

假如你想获得更完善的 MATLAB 入门材料，那现有的资源很多。你可以在 MATLAB 命令窗上方的工具带（toolstrip）中点选 Help 帮助图标，然后再依次选中 Documentation 菜单项、MATLAB 和 Getting Started 入门菜单项。此外，MathWorks 公司 MATLAB Tutorials and Learning Resources [44] 网页能提供许多入门性的视频资料和名为 Getting Started with MATLAB 的入门引导性 PDF 文件。此外，为读者入门和查阅方便，本译编教材书后附录 A，简明地讲述了 MATLAB 入门操作细节和 MATLAB 重要功能的使用注意事项。

在网上还有一本可自由下载的、名为 Experiments with MATLAB 的入门性电子读物 [48]。该读物汇集了一些由本书英文原著的作者 Cleve Moler 本人编写的数学计算及编程内容。

此外，在 MathWorks 公司的网站 [45] 上，还罗列了由不同作者、出版商采用不同语言出版的 1500 余种基于 MATLAB 的书籍。其中有三本介绍 MATLAB 的书籍，特别引人瞩目：一本是由 Sigmon 和 Davis [56] 写的、篇幅短小的入门级读物；另一本是 Higham 和 Higham [31] 写的、篇幅中等的、数学味较浓的教材；还有一本是 Hanselman 和 Littlefield [29] 写的、篇幅较长的综合性手册。

在研读本书示例程序时，你手边应该有一个 MATLAB 运行环境，以便自己动手运作那些程序。本书所用的全部程序汇集在下列名称的文件夹中。

NCM

该文件夹名是本书名 Numerical Computing with MATLAB 的缩写 NCM，可从文献 [47] 所列网站自由下载。为保证该文件夹程序的正常运行，请你把该文件夹设置为 MATLAB 的当前文件夹，或借助命令

pathtool

将该文件夹添加到 MATLAB 的搜索路径上。

1.1 黄金分割比

世上最令人感兴趣的数字是什么？也许有人喜欢 π 、或 e 、或 17 等等。还有一些人也许会推荐黄金分割比（golden ratio） ϕ 。该数可由如下 MATLAB 语句算出。

```
phi = (1 + sqrt(5))/2
```

该语句运行后给出

```
phi =
    1.6180
```

如想看到更多位数的数字，再运行以下语句即可。

```
format long
phi

phi =
    1.618033988749895
```

该结果并非重算 ϕ 而得，而只是采用 16 位有效数字显示代替了 5 位数字显示。

黄金分割比见诸于许多数学分支，本书将选择几个要例展现。黄金分割比得名于如图 1.1 所示的黄金矩形。该矩形的主要特点是：从大矩形中裁去一个正方形后，所剩小矩形仍保持原先大矩形的形状。

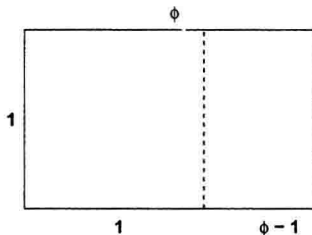


图 1.1 黄金矩形 (golden rectangle)

大小矩形的长宽比给出了一个定义 ϕ 的公式

$$\frac{1}{\phi} = \frac{\phi - 1}{1}.$$

这个公式表明， ϕ 的倒数可借助 $(\phi - 1)$ 算得。那么，到底有多少数的倒数具有这种计算特性呢？

为回答此问题，先将上述长宽比等式两边乘以 ϕ ，整理即得如下多项式方程 (polynomial equation)

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0.$$

该多项式方程的根 (root) 可由下列二次求根公式 (quadratic formula) 求得

$$\phi = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

其中正根就是黄金分割比。

如果你已忘记二次求根公式，那么你可让 MATLAB 去求上述多项式方程的根。MATLAB 采用递降幂次项系数构成的行数组或行向量 (vector) 表述多项式 (polynomial)。因此，行数组


```
p = [1 -1 -1];
```

就代表多项式

$$p(x) = x^2 - x - 1.$$

该多项式的根可通过 M 函数 `roots` 求取如下：

```
r = roots(p)
```

结果为

```
r =
   -0.618033988749895
    1.618033988749895
```

只有上述解得的那两个根，才可以通过各自减 1 而算得它们相应的倒数。

你可以借助符号计算工具包（Symbolic Toolbox）直接求解长宽比方程，而不必把方程转换为多项式。长宽比方程的构成需要使用符号变量和双重等号（关于符号对象的创建，可参阅附录 A7.1）。M 函数 `solve` 可求出该方程的两个解。

```
syms x
r = solve(1/x == x-1)
```

产生

```
r =
 5^(1/2)/2 + 1/2
 1/2 - 5^(1/2)/2
```

M 函数

```
pretty(r)
```

能采用类似数学专业的排版方式，显示结果如下：

```
/ sqrt(5)  1 \
| ----- + - |
|    2      2 |
|           |
| 1  sqrt(5) |
| - - ----- |
\ 2      2  /
```

变量 `r` 是含两个元素的列数组或列向量（vector），每个元素给出方程的一个符号解。你可通过以下语句获取第 1 个元素

```
phi = r(1)
```

结果是

```
phi =
 5^(1/2)/2 + 1/2
```