21世纪高等职业院校规划教材

经济应用数学

JINGJI YINGYONG SHUXUE

王翠菁　刘　萍　主编

东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

经济应用数学

主 编 王翠菁 刘 萍

东 南 大 学 出 版 社
·南京·

内容提要

本书是根据教育部最新制定的《高职高专教育数学课程教学基本要求》和《高职高专教育人才培养目标及规格》编写而成的.

本书汲取了部份一线优秀教师实际教学中的教改成果和国内外同类教材的优点，重点强调数学知识在经济领域中的应用. 本书将数学概念、定理采用学生容易理解的方式进行叙述，降低了起点，减小了难度，精简了内容，更能适应普通高职高专院校的教学需要. 全书内容包括函数与极限，导数、微分与应用，积分及其应用，概率初步四个部分. 书中每小节都附有习题，每章还附有复习题，题型丰富，便于学生自学.

本书可作为三年制高职高专经营类专业的教材，也可供相关人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

经济应用数学 / 王翠菁，刘萍主编. —南京：东南大学出版社，2015.2

ISBN 978-7-5641-5495-0

Ⅰ. 经… Ⅱ. ①王…②刘… Ⅲ. ①经济数学-高等职业教育-教材 Ⅳ. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 029804 号

经济应用数学

出版发行	东南大学出版社
社　　址	南京市四牌楼 2 号(邮编:210096)
出 版 人	江建中
责任编辑	吉雄飞(办公电话:025-83793169)
经　　销	全国各地新华书店
印　　刷	兴化印刷有限责任公司
开　　本	700mm×1000mm　1/16
印　　张	11.75
字　　数	197 千字
版　　次	2015 年 2 月第 1 版
印　　次	2015 年 2 月第 1 次印刷
书　　号	978-7-5641-5495-0
定　　价	25.00 元

前　言

经济应用数学是经济管理类专业必需的教学内容，其在财经类和管理类专业中所起到的基础作用是其他课程无法替代的，而且它还能更好地服务于后续专业课程的学习．本教材是为适应现阶段高职学生，尤其是经管专业学生的特点，根据高职教育的数学教学目标和培养目标而编写的．

本教材具有以下特点：

（1）案例和任务具有针对性、趣味性、可操作性．通过这些较精简的案例和任务，既能够激发学生学习的热情，同时也全面培养学生分析问题、解决问题的能力．

（2）重视应用，弱化概念．将数学概念渗入到案例和任务中，既能逐步培养学生利用数学知识分析和解决问题的能力，同时还能潜移默化地渗透数学思想．

（3）语言通俗，言简意赅，便于学生阅读学习．本教材中所选案例、例题和习题难易适当、层层递进，既适合于分层次教学，也方便学生自主学习．

本教材主要包含一元微积分和概率论初步相关内容，在教学中，可依据专业和课时情况对内容进行选取．

本书由王翠菁、刘萍主编，参加编写工作的还有曹可、贾彪二位老师．

限于编者的水平有限，书中仍有一些不尽如人意的地方，恳请读者批评指正．

编者

2014 年 12 月

目　录

1 函数与极限

学习基本要求

(1) 理解函数的概念,知道函数的表示方法,会求函数的定义域;

(2) 理解复合函数、分段函数和初等函数的概念;

(3) 掌握基本初等函数的性质和图形;

(4) 知道需求函数、供给函数、成本函数、收入函数和利润函数,了解成本函数、收入函数和利润函数之间的关系;

(5) 理解极限的概念,了解函数左极限和右极限的概念,了解极限存在与左、右极限之间的关系;

(6) 掌握极限的四则运算法则和两个重要极限,会求常见函数的极限;

(7) 理解连续复利计算公式,会计算连续复利计息问题;

(8) 了解无穷小、无穷大的概念,理解无穷小的性质和无穷小与无穷大的关系,会用无穷小的性质求极限;

(9) 理解函数连续的概念,会求函数的间断点,能讨论函数的连续区间.

函数与极限是学习微积分的重要基础,也是研究一些经济现象的重要工具.本章将在中学有关函数知识的基础上学习极限的概念及运算,并给出函数的连续性与闭区间上连续函数的性质.

1.1 函数

1.1.1 函数的概念

先考虑下面三个例子.

例 1.1.1 一列火车在平直的轨道上制动后的运动规律为

$$s=20t-0.2t^2,$$

其中，s 表示路程，单位是米；t 表示时间，单位是秒.

例 1.1.2 设某商品的价格为常数 p(元/件)，则收入 R(元)与销量 Q(件)之间存在着对应关系：$R=pQ$.

例 1.1.3 气象台气温自动记录仪记下的某地某日 24 小时内的气温曲线如图 1.1.1 所示. 其中，T 表示温度(℃)，t 表示时间(时).

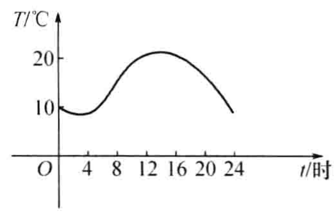


图 1.1.1

显然，以上三例中一个变量总是依赖另一个变量，这就产生了函数.

定义 1.1.1 设 x 和 y 是两个变量，D 是 $\mathbf{R}$ 的非空子集. 对于任意的 $x\in D$，变量 y 按照某个对应关系 f 都有唯一确定的实数与之对应，则称 y 是定义在数集 D 上的 x 的函数，记作 $y=f(x)$. x 称为自变量，y 称为因变量，D 称为函数的定义域，数集 $\{y \mid y=f(x), x\in D\}$ 称为函数的值域.

当自变量 x 取定某一数值 x_0 时，如果 $y=f(x)$ 有唯一确定的值与之对应，便称 $y=f(x)$ 在 x_0 点有定义，且将 x_0 点的函数值记作

$$f(x_0) \quad 或 \quad y\Big|_{x=x_0}.$$

1.1.2 函数的表示法

函数的常用表示法有以下三种：

(1) 公式法(用显示公式)：即以数学表达式表示一个函数的方法. 例如，$y=4x+3$.

(2) 表格法(用函数值列表)：即将自变量与其对应的因变量的值通过表格的方式表示出来. 该方法的优点是所求的函数值易查. 例如，老师常用的成绩单、各类商品的价格表等.

(3) 图示法(用函数图形)：即以图形来表示函数的方法. 该方法的优点是直观形象，但不便于理论分析.

1.1.3　函数的基本性质

1）单调性

定义 1.1.2　设函数 $f(x)$ 在区间 D 上有定义，对于任意的 $x_1,x_2\in D$，且 $x_1<x_2$：

（1）如果 $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在 D 上单调增加；

（2）如果 $f(x_1)>f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在 D 上单调减少.

显然，如果 $f(x)$ 为单调增加函数，则其对应的曲线随着 x 的增大从左向右逐渐上升；如果 $f(x)$ 为单调减少函数，则其对应的曲线随着 x 的增大从左向右逐渐下降.

单调增加和单调减少的函数统称为单调函数，使函数 $f(x)$ 单调增加或单调减少的区间称为函数 $f(x)$ 的单调区间.

例如，$y=x^3$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调增加；$y=x^2$ 在 $(-\infty,0]$ 上单调减少，在 $[0,+\infty)$ 上单调增加.

2）奇偶性

定义 1.1.3　设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，则对于任意的 $x\in D$：

（1）如果恒有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数；

（2）如果恒有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数.

偶函数的图形关于 y 轴对称，奇函数的图形关于原点对称.

3）周期性

定义 1.1.4　设函数 $f(x)$ 在定义域 D 上有定义，若对于任意的 $x\in D$，都存在一个非零的常数 T，使 $f(x+T)=f(x)$ 成立，则称函数 $f(x)$ 为周期函数，其中 T 为 $f(x)$ 的周期.

当周期函数存在最小正周期时，通常所说的周期指的是函数的最小正周期.

显然，若函数 $f(x)$ 是周期为 T 的周期函数，则在长度为 T 的两个相邻区间上函数 $f(x)$ 的图形相同. 也就是说，只要知道周期函数在一个周期内的形态，就可以利用周期性推知它的全部形态.

4）有界性

定义 1.1.5　设函数 $f(x)$ 在区间 D 上有定义，如果存在正的常数

M,使得

$$|f(x)| \leqslant M,$$

则称函数 $f(x)$ 在 D 上有界;否则,称函数 $f(x)$ 在 D 上无界.

有界函数的图形夹在两条平行于 x 轴的直线 $y=-M$ 和 $y=M$ 之间.

由 $y=x$ 的图形我们知道,$y=x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上无界,但是 $y=x$ 在 $[-1,1]$ 上有界.(想一想:为什么?)

1.1.4 基本初等函数

我们把下述六种函数称为基本初等函数:

① 线性函数 $y=kx+b$;

② 幂函数 $y=x^a$;

③ 指数函数 $y=a^x$;

④ 对数函数 $y=\log_a x\,(a>0$ 且 $a\neq 1)$;

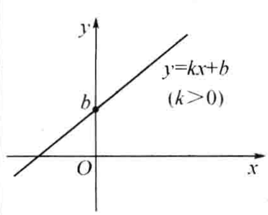
⑤ 三角函数 $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$, $y=\sec x$, $y=\csc x$;

⑥ 反三角函数 $y=\arcsin x$, $y=\arccos x$, $y=\arctan x$, $y=\operatorname{arccot} x$.

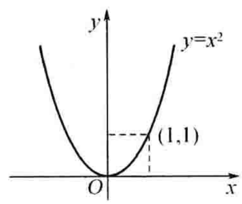
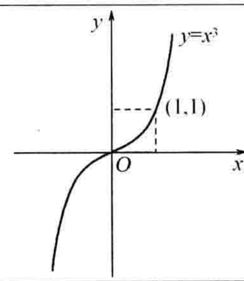
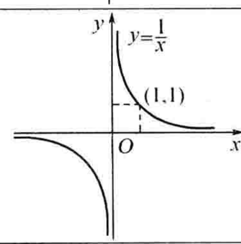
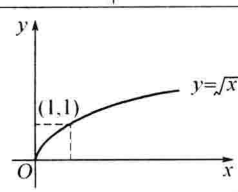
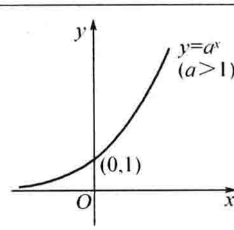
基本初等函数是构成复杂函数的基础. 这些函数在中学里大都详细讨论过,对学习者来说,要能熟练地画出它们的图形,掌握它们的性质.

为了帮助学习者复习这些知识,现将一些常用的基本初等函数及其定义域、值域、图形和基本特性列表说明(见表 1.1.1,其中对反三角函数不作要求).

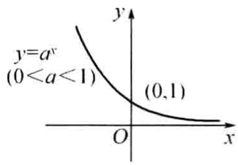
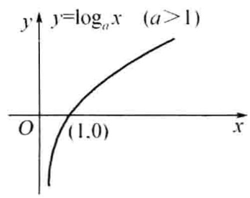
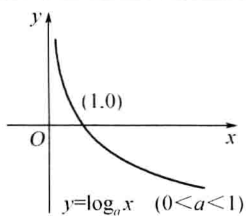
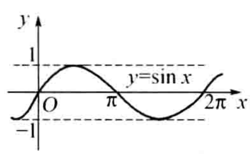
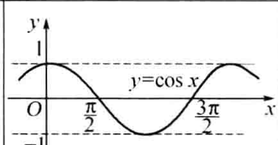
表 1.1.1

	函数	定义域与值域	图形	特性
线性函数	$y=kx+b$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		$k>0$ 单调增加; $k<0$ 单调减少; $b=0$ 时为奇函数

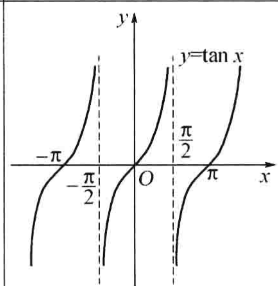
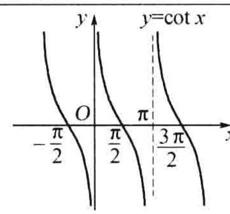
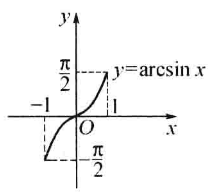
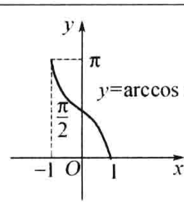
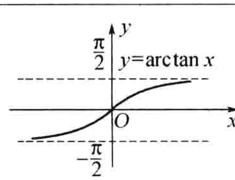
续表 1.1.1

	函数	定义域与值域	图形	特性
幂函数	$y=x^2$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		偶函数；在$(-\infty,0]$内单调减少，在$[0,+\infty)$内单调增加
	$y=x^3$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数；单调增加
	$y=\frac{1}{x}=x^{-1}$	$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$		奇函数；单调减少
	$y=\sqrt{x}$	$x\in[0,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		单调增加
指数函数	$y=a^x$ $(a>1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调增加

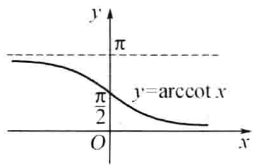
续表 1.1.1

	函数	定义域与值域	图形	特性
指数函数	$y=a^x$ $(0<a<1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调减少
对数函数	$y=\log_a x$ $(a>1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调增加
	$y=\log_a x$ $(0<a<1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调减少
三角函数	$y=\sin x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		奇函数；周期为 2π；有界；在 $\left(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加，在 $\left(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)$ 内单调减少
	$y=\cos x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		偶函数；周期为 2π；有界；在 $(2k\pi,2k\pi+\pi)$ 内单调减少，在 $(2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi)$ 内单调增加

续表 1.1.1

	函数	定义域与值域	图形	特性
三角函数	$y=\tan x$	$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}\quad(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数；周期为 π； 无界；在 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加
	$y=\cot x$	$x\neq k\pi\quad(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数；周期为 π； 无界；在 $(k\pi,k\pi+\pi)$ 内单调减少
反三角函数	$y=\arcsin x$	$x\in[-1,1]$ $y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$		奇函数； 有界； 单调增加
	$y=\arccos x$	$x\in[-1,1]$ $y\in[0,\pi]$		有界； 单调减少
	$y=\arctan x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$		奇函数； 有界； 单调增加

续表 1.1.1

	函数	定义域与值域	图形	特性
反三角函数	$y=\operatorname{arccot}x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,\pi)$		有界； 单调减少

1.1.5 复合函数

对于函数 $y=u^3$，若令 $u=2x-3$，于是有

$$y=(2x-3)^3,$$

这里 y 通过 u 的联系表示成了 x 的函数，这时 y 就是 x 的复合函数. 一般的，有以下定义.

定义 1.1.6 设 y 是 u 的函数，即 $y=f(u)$，u 是 x 的函数，即 $u=\varphi(x)$，且 $\varphi(x)$的值域与 $f(u)$的定义域的交集非空，那么 y 通过 u 的联系成为 x 的函数，这个函数称为由 $y=f(u)$，$u=\varphi(x)$复合而成的复合函数，记作$y=f[\varphi(x)]$，其中 u 称为中间变量.

例 1.1.4 指出下列函数的复合过程：

(1) $y=\sqrt{2+3x}$； (2) $y=e^{\frac{1}{x}}$； (3) $y=\tan 2x$.

解 (1) $y=\sqrt{2+3x}$是由 $y=\sqrt{u}$，$u=2+3x$ 复合而成的；

(2) $y=e^{\frac{1}{x}}$是由 $y=e^u$，$u=\dfrac{1}{x}$复合而成的；

(3) $y=\tan 2x$ 是由 $y=\tan u$，$u=2x$ 复合而成的.

这里需要注意以下几点：

① 正确写出复合函数的复合过程对以后求函数的导数或积分能带来很多方便.

② 遇到复合函数，要由外往里逐层写出复合过程.

③ 不是任何两个函数都可以复合成复合函数的. 如 $y=\sqrt{u}$，$u=-1-x^2$ 就不能复合成一个复合函数，这是因为 $u=-1-x^2$ 的值域为$(-\infty,-1]$，它与 $y=\sqrt{u}$的定义域$[0,+\infty)$的交集为空集.

1.1.6 初等函数

定义 1.1.7 由基本初等函数和常数经过有限次的四则运算和复合运算所构成的,并且只能用一个解析式表示的函数叫初等函数.

如 $y=x\sqrt{1-x^2}$,$y=\dfrac{2+\sqrt{x}}{3-\sqrt[3]{x}}$,$y=x+\cos 5x$ 等等都是初等函数.

在以后学习过程中,一些重要的结论都是对初等函数给出的.

1.1.7 经济学中的常用函数

1) 需求函数与供给函数

在研究市场问题时,常常涉及两个重要的函数——需求函数与供给函数.

(1) 需求函数

对于某种商品,消费者愿意购买且有支付能力购买的商品数量称为需求量.市场对某种商品的需求量主要受到该商品价格的影响,一般情况下,提高价格会使需求量减少,降低价格则会使需求量增加.市场需求量 Q 可以看成该商品价格 p 的函数,称为需求函数,记作

$$Q=Q(p).$$

一般情况下,$Q=Q(p)$ 是 p 的单调递减函数.

需求函数的反函数是价格函数,它也反映商品的需求与价格的关系.

例 1.1.5 某商场销售某品牌的手机,当该手机售价为 1 200 元/部时每天的销量为 30 部,售价每提高 120 元时销量相应的减少 1 部,试求需求函数.

解 设需求量为 Q,价格为 p,由已知条件有

$$Q=30-\frac{p-1\,200}{120},$$

即需求函数为

$$Q=-\frac{p}{120}+40 \quad (\text{线性需求函数}).$$

(2) 供给函数

供给与需求是两个相对应的概念,需求是对消费者来说的,供给是对