



普通高等教育“十二五”规划教材
公共基础课精品系列

经济数学基础之一

总主编 朱弘毅

微 积 分

(第二版)

上海高校《经济数学基础》编写组 编



立信会计出版社

LIXIN ACCOUNTING PUBLISHING HOUSE



普通高等教育“十二五”规划教材
公共基础课精品系列

经济数学基础之一

总主编 朱弘毅

微 积 分

(第二版)

上海高校《经济数学基础》编写组 编



立信会计出版社

图书在版编目(CIP)数据

微积分 / 上海高校《经济数学基础》编写组编. —2 版.

—上海: 立信会计出版社, 2015. 2

(普通高等教育“十二五”规划教材公共基础课精品系列)

经济数学基础之一

ISBN 978-7-5429-4473-3

I. ①微… II. ①上… III. ①微积分—高等学校—
教材 IV. ①O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 031261 号

策划编辑 蔡莉萍
责任编辑 蔡莉萍
封面设计 周崇文

微积分(第二版)

出版发行	立信会计出版社		
地 址	上海市中山西路 2230 号	邮政编码	200235
电 话	(021)64411389	传 真	(021)64411325
网 址	www.lixinaph.com	电子邮箱	lxaph@sh163.net
网上书店	www.shlx.net	电 话	(021)64411071
经 销	各地新华书店		

印 刷	常熟市梅李印刷有限公司	
开 本	710 毫米×960 毫米	1/16
印 张	24	
字 数	435 千字	
版 次	2015 年 2 月第 2 版	
印 次	2015 年 2 月第 1 次	
印 数	1—3 100	
书 号	ISBN 978-7-5429-4473-3/O	
定 价	38.00 元	

如有印订差错,请与本社联系调换

《经济数学基础》编写组

总 主 编 朱弘毅(上海应用技术学院)

编 委 (按姓氏笔画排列)

王洁明	车荣强	付春红	庄海根
朱弘毅	朱建忠	孙海云	李婷婷
张 峰	居环龙	赵斯泓	龚秀芳

主 审 陈启宏(上海财经大学)

审 稿 组 (按姓氏笔画排列)

朱德通(上海师范大学)
陈启宏(上海财经大学)
束金龙(上海市教委)
鲁习文(华东理工大学)

第一册《微积分》

主 编 王洁明 朱建忠 付春红

副主编 庄海根 龚秀芳 孙海云 居环龙

第二版前言

经济数学是经济管理类各专业的一门基础课,其目的在于将数学应用于经济学,为经济分析服务。为适应高等教育的发展和教学改革的需要,在《经济数学基础》(第一版)基础上,组建了《经济数学基础》(第二版)编写组,进行《经济数学基础》(第二版)的编写工作。

本教材在第一版的基础上,按照经济管理类数学课程教学基本要求,结合教学改革成果,力求做到《经济数学基础》(第二版)应用型人才培养的要求。

《经济数学基础》由朱弘毅任总主编,共分三册。第一册《微积分》,内容包括函数、极限与连续,导数与微分,微分中值定理与导数的应用,不定积分,定积分及其应用,多元函数微积分,微分方程及其应用,无穷级数,MATLAB 软件的应用共九章;第二册《线性代数》,内容包括行列式,矩阵及其运算,线性方程组(含向量、线性相关性),线性规划,特征值与二次型,MATLAB 软件的应用共六章;第三册《概率论与数理统计》,内容包括事件与概率,随机变量及其分布,二维随机变量及其分析,随机变量的数字特征,大数定律,数理统计的基本概念,参数估计,假设检验,方差分析与回归分析,MATLAB 软件的应用共十章。

本教材为了让学生掌握数学知识的实质及所含的数学思想,详细介绍基本概念的实际背景,让学生掌握处理问题、解决问题的方法;注意加紧基本运算方法的训练、计算能力和应用能力的培养,不追求过分复杂的计算,贯彻理论联系实际和启发式教学原则;为了将计算机融入高等数学,我们简单介绍国际上最流行的 MATLAB 数学软件的操作及其在高等数学中的应用。本教材每节后面配有习题,每章后配有复习题。

为便于学习,由立信会计出版社另行出版本教材的同步学习辅导。

《经济数学基础》(第二版)由上海财经大学教授陈启宏主审,参加审稿的还有:

朱德通(上海师范大学)、束金龙(上海市教委)、鲁习文(华东理工大学),各位专家认真审阅原稿,并提出许多宝贵的意见。本书在编写和出版过程中得到立信会计出版社领导以及蔡莉萍编辑的支持和帮助,在此表示衷心的感谢。

限于编者的水平和时间的仓促,对于书中所存在的未发现的不妥之处,恳请广大教师和学生提出批评指正。

朱弘毅于香歌丽园

2015 年春

初 版 前 言

为适应高等教育的发展,在上海市教委的组织和领导下组成上海高校《经济数学基础》编写组,为培养德智体美等方面全面发展的高等应用型人才,编写了一套具有特色的经济类和管理类专业的教材。

《经济数学基础》由朱弘毅任总主编,共分三册,第一册《微积分》,内容包括函数、极限与连续、导数与微分、中值定理、导数应用、二元函数微积分、微分方程与级数;第二册《线性代数》,内容包括行列式、矩阵、向量及线性相关性、线性方程组、投入产出模型、线性规划问题;第三册《概率论与数理统计》,内容包括随机事件与概率、随机变量及其分布、二维随机变量、随机变量的数字特征、数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、方差分析与回归分析。

这套教材,以“理解基本概念、掌握运算方法及应用”为依据,按照《经济数学基础课程教学基本要求》,结合数学教学改革的实际经验编写的。这套教材注意从实际问题中引入概念;注意把握好理论推导证明的深度;注重基本运算能力、分析问题和解决问题能力的培养;贯彻理论联系实际和启发式教学原则;深入浅出,通俗易懂,便于教师讲授和读者自学。本教材中每节后面配有习题,每章后面配有复习题。

《经济数学基础》由上海交通大学教授李重华主审,参加审稿的还有:邱慈江(上海应用技术学院)、冯珍珍(上海第二工业大学)、姚力民(上海商学院)、俞国胜(上海大学)、罗爱芳(上海城市管理学院)。他们认真审阅原稿,提出了许多宝贵的意见。本教材在编写和出版过程中得到了上海市教委高等教育办公室徐国良副主任、立信会计出版社孙时平总编辑、蔡莉萍编辑的支持和帮助,在此一并表示衷心感谢。

在编写过程中,因作者水平有限,疏漏之处在所难免,恳请同仁和读者不吝指正。

朱弘毅

2000年6月

目 录

第一章 函数、极限与连续	1
第一节 函数	1
一、区间与邻域	1
二、函数的概念	2
三、函数的几种特性	4
习题 1-1	5
第二节 初等函数与常用经济函数	7
一、基本初等函数	7
二、复合函数与初等函数	10
三、常用的经济函数	11
习题 1-2	14
第三节 极限	15
一、数列的极限	15
二、函数的极限	18
三、函数极限的性质	23
习题 1-3	24
第四节 无穷小量与无穷大量	25
一、无穷小量与无穷大量的概念	25
二、无穷小量的性质	28
三、无穷小量的比较	30
习题 1-4	31
第五节 极限的运算法则	32
一、极限的四则运算法则	32
二、未定式的极限	35
习题 1-5	37
第六节 极限存在准则与两个重要极限	38

一、极限存在准则	38
二、两个重要的极限	40
三、用等价无穷小量代换计算极限	44
习题 1-6	46
第七节 函数的连续性	47
一、函数连续的概念	47
二、函数的间断点	49
三、连续函数的运算法则	51
四、闭区间上连续函数的性质	53
习题 1-7	54
复习题一	55
第二章 导数与微分	58
第一节 导数的概念	58
一、引例	58
二、函数的变化率——导数	60
三、导数的几何意义	64
四、可导与连续的关系	65
习题 2-1	66
第二节 导数基本运算法则	67
习题 2-2	70
第三节 复合函数的导数	70
习题 2-3	73
第四节 其他求导方法	74
一、反函数的导数	74
二、隐函数的导数	75
三、对数求导法	76
习题 2-4	78
第五节 高阶导数	78
习题 2-5	80
第六节 函数的微分	81
一、微分的定义与可微的条件	81

二、微分的几何意义	84
三、微分的运算法则	84
四、微分在近似计算中的应用	86
习题 2-6	87
第七节 导数概念在经济中的应用	88
一、边际分析	88
二、弹性分析	90
习题 2-7	92
复习题二	93
 第三章 微分中值定理与导数的应用	96
第一节 微分中值定理	96
一、罗尔定理	96
二、拉格朗日中值定理	97
三、柯西中值定理	101
习题 3-1	102
第二节 洛必达法则	102
一、 $\frac{0}{0}$ 型未定式	103
二、 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	104
三、其他未定式	105
习题 3-2	108
第三节 函数的单调性与极值	109
一、函数的单调性	109
二、函数极值的定义与必要条件	112
三、极值存在的充分条件	113
四、函数的最大值与最小值	116
习题 3-3	118
第四节 极值在经济中的应用	119
一、最小平均成本	119
二、最大利润	121
习题 3-4	122
第五节 曲线的凹向及函数图形的描绘	123

一、曲线的凹向与拐点	123
二、曲线的渐近线	126
三、函数图形的描绘	128
习题 3-5	131
复习题三	132
 第四章 不定积分	135
第一节 不定积分的概念	135
一、原函数的概念	135
二、不定积分的定义	136
习题 4-1	139
第二节 不定积分的性质	140
习题 4-2	143
第三节 换元积分法	144
一、第一类换元法	144
二、第二类换元法	149
习题 4-3	154
第四节 分部积分法	156
习题 4-4	159
复习题四	159
 第五章 定积分及其应用	163
第一节 定积分的概念	163
一、实例	163
二、定积分的定义	166
习题 5-1	168
第二节 定积分的性质	168
习题 5-2	172
第三节 微积分基本公式	172
一、引例	172
二、积分上限的函数及其导数	173
三、微积分基本公式	175

习题 5-3	177
第四节 定积分的换元法	178
习题 5-4	181
第五节 定积分的分部积分法	182
习题 5-5	184
第六节 反常积分	185
一、无穷区间上的反常积分	185
二、无界函数的反常积分	187
习题 5-6	188
第七节 定积分的应用	189
一、定积分的微元法	189
二、平面图形的面积	190
三、旋转体的体积	193
四、平行截面面积为已知的立体的体积	194
五、定积分在经济中的应用	195
习题 5-7	197
复习题五	198
 第六章 多元函数微积分	 201
第一节 空间解析几何简介	201
一、空间直角坐标系	201
二、空间曲面	203
三、空间曲线	205
习题 6-1	205
第二节 多元函数的基本概念	206
一、多元函数的概念	206
二、二元函数的极限与连续	208
习题 6-2	210
第三节 偏导数	211
一、偏导数的概念	211
二、高阶偏导数	215
三、偏导数在经济分析中的应用	216

习题 6-3	219
第四节 全微分	220
一、全微分的概念	220
二、全微分在近似计算中的应用	222
习题 6-4	224
第五节 复合函数及隐函数的求导公式	224
一、二元复合函数的求导法则	224
二、全微分形式不变性	228
三、隐函数的求导公式	229
习题 6-5	231
第六节 二元函数的极值	232
一、二元函数的极值及最大值、最小值	232
二、条件极值	235
习题 6-6	237
第七节 二重积分的概念与性质	238
一、二重积分的概念	238
二、二重积分的性质	240
习题 6-7	241
第八节 二重积分的计算	241
一、在直角坐标系中计算二重积分	242
二、在极坐标系中计算二重积分	246
习题 6-8	250
复习题六	251
 第七章 微分方程及其应用	255
第一节 微分方程的基本概念	255
习题 7-1	257
第二节 一阶微分方程	257
一、可分离变量的微分方程	258
二、齐次微分方程	259
三、一阶线性微分方程	262
习题 7-2	264

第三节 可降价的二阶微分方程	265
一、最简单的二阶微分方程	265
二、不显含未知函数 y 的二阶微分方程	266
三、不显含自变量 x 的二阶微分方程	267
习题 7-3	268
第四节 二阶常系数线性微分方程	268
一、二阶常系数线性齐次微分方程	269
二、二阶常系数线性非齐次微分方程	271
习题 7-4	274
第五节 微分方程应用举例	275
习题 7-5	280
复习题七	281
第八章 无穷级数	283
第一节 常数项级数的概念及基本性质	283
一、常数项级数的概念	283
二、收敛级数的基本性质	287
习题 8-1	289
第二节 正项级数的审敛法	290
一、正项级数的概念及其收敛的基本定理	290
二、比较审敛法	290
三、比值审敛法	294
四、根值审敛法	295
习题 8-2	295
第三节 交错级数与任意项级数	296
一、交错级数及其审敛法	296
二、绝对收敛与条件收敛	298
习题 8-3	299
第四节 幂级数	300
一、幂级数及其收敛半径	300
二、幂级数的性质	304
习题 8-4	305

第五节 函数展开成幂级数	306
一、泰勒级数	306
二、函数 $f(x)$ 展开成幂级数	307
习题 8-5	311
复习题八	311
第九章 MATLAB 软件的应用	314
第一节 MATLAB 软件的基础知识	314
一、MATLAB 软件的安装与运行	314
二、基本命令及常见数学符号	316
三、MATLAB 软件的基本赋值与计算	317
第二节 用 MATLAB 软件绘制函数图形	320
一、平面曲线的绘制	320
二、饼图、条形图的绘制	322
第三节 用 MATLAB 软件求极限、导数及偏导数	323
一、用 MATLAB 软件求极限	323
二、用 MATLAB 软件求导数、偏导数	325
三、用 MATLAB 软件求极值	327
第四节 用 MATLAB 软件求积分、解微分方程	328
一、用 MATLAB 软件求积分	328
二、用 MATLAB 软件求解微分方程	331
第五节 MATLAB 软件在级数中的应用	331
一、用 MATLAB 软件求级数和、敛散性判定	331
二、用 MATLAB 软件求函数的泰勒展开式	333
附录一 习题参考答案	335
附录二 常用数学公式	364

第一章 函数、极限与连续

函数是微积分学研究对象,它反映了变量之间的相互依赖关系。极限是微积分学中最基本的概念之一,是微积分学的理论基础。本章在函数概念的基础上,着重介绍函数的极限和函数的连续性概念,以及它们的性质和运算法则。

第一节 函 数

一、区间与邻域

微积分学是在实数范围内讨论的,而区间是用得较多的一类实数集。

设 a, b 为实数,且 $a < b$ 。实数集 $\{x \mid a < x < b\}$,称为开区间,记为 (a, b) ,即

$$(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$$

a 和 b 称为开区间的端点, a, b 不属于 (a, b) 。

实数集 $\{x \mid a \leq x \leq b\}$,称为闭区间,记为 $[a, b]$,即

$$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$$

a 和 b 称为闭区间的端点, a, b 属于 $[a, b]$ 。

类似地,实数集

$$(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}, \quad [a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$$

都称为半开半闭区间。

以上这些区间都称为有限区间。数 $b - a$ 称为这些区间的长度。从数轴上看,这些有限区间是长度为有限的线段。闭区间 $[a, b]$ 和开区间 (a, b) 在数轴上的表示方法分别如图 1.1(1)、图 1.1(2) 所示。此外还有无限区间,引进记号 $+\infty$ (读作正无穷大) 以及 $-\infty$ (读作负无穷大),则可类似地表示无限区间。例如:

$$(-\infty, b) = \{x \mid x < b\}, \quad [a, +\infty) = \{x \mid x \geq a\}$$

这两个无限区间在数轴上如图 1.1(3)、图 1.1(4) 所示。