



高等院校经济学管理学系列教材

Game Theory and Its Application

博弈论及其应用

编 著 / 郎艳怀

 上海财经大学出版社

高等院校经济学管理学系列教材

博弈论及其应用

郎艳怀 编著



上海财经大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

博弈论及其应用/郎艳怀编著. —上海:上海财经大学出版社, 2015. 2
(高等院校经济学管理学系列教材)
ISBN 978-7-5642-2031-0/F · 2031

I. ①博… II. ①郎… III. ①博弈论-高等学校-教材 IV. ①O225

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 252492 号

☐ 责任编辑 汝 涛
☐ 封面设计 张克瑶
☐ 责任校对 赵 伟

BOYILUN JIQI YINGYONG

博 弈 论 及 其 应 用

郎艳怀 编著

上海财经大学出版社出版发行
(上海市武东路 321 号乙 邮编 200434)

网 址: <http://www.sufep.com>

电子邮箱: webmaster@sufep.com

全国新华书店经销

上海市印刷七厂印刷

上海景条印刷有限公司装订

2015 年 2 月第 1 版 2015 年 2 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16 10.25 印张 243 千字
印数: 0 001—3 000 定价: 38.00 元

前言

1999年,笔者在大连理工大学读博士,在图书馆的书架上看到一本《对策论》,随手翻看,对零和博弈印象深刻,就这样开始了博弈论的自学。后来运用博弈论方法完成的几篇论文,都被录用发表,博士论文的完成更是得益于博弈论基础。

2002年4月,笔者来到上海财经大学工作。同年5月,研究生课程《博弈论》的教学任务下达了数学系。系领导问:“谁可以上?”没有人回答。我怯怯地说:“我来试试吧。”接着一个暑假收集博弈论的资料,认真研读、备课。

2002年9月,笔者在上海财经大学广中路校区开始上课。记得当时给我的信息是20多名学生选课,安排在一间小教室。找到教室后,笔者发现一个人也没有。好慌呀!与研究生院老师联系,原来因为选课的学生太多,换了阶梯教室。

屈指算来,笔者从事博弈论教学,一晃就是十几个年头!学生的对象从本科生、硕士生,到博士生。十几年的教学实践中,不断地完善教学大纲和课件内容,积累了大量的资料。应上海财经大学出版社黄磊社长的邀约,整理出版这本《博弈论》,可谓十年磨一剑!

从1994年纳什等三位博弈论专家获得诺贝尔经济学奖开始,博弈论便开始广泛应用于政治、经济和军事等领域,是经济分析的重要方法,给现代经济学带来了深刻的革命。博弈论在经济学中的地位和作用越来越重要,以至于保罗·萨缪尔森说:“要想在现代社会做一个有文化的人,就必须对博弈论有一个大致的了解。”

博弈论是一种数学方法,是研究理性的决策主体之间发生冲突时的决策问题和均衡问题,在决策分析中具有独特功效,为实际应用提供决策指导。内容包括博弈论的基本概念、基本理论、经典模型和分析方法。学生们通过对本书的学习,可以培养自己建立博弈模型和进行博弈分析的能力,掌握运用博弈理论解决实际问题的方法。

本书可以作为经济管理类本科生和研究生的课程教材和参考书,也可以作为经济管理工作,以及法律和政治工作者的参考书。

鉴于水平有限,书中难免存在错误和不当之处,恳请读者和教学工作者提出宝贵意见,我们一同来完成改进、完善工作,以期奉献给读者一本好书! 笔者的电子邮箱:yhlang@mail.shufe.edu.cn。

在本书的编写过程中,得到了校领导的重视和支持,也得到了上海财经大学出版社的大力协助,在此一并致谢!

郎艳怀

2014年12月

目 录

前言/1

导论/1

第一部分 完全信息静态博弈

第一章 博弈概述/9

- 第一节 海滩占位问题/9
- 第二节 猎鹿问题分析/10
- 第三节 博弈论是什么/11
- 第四节 博弈论的分类/11
- 第五节 经典博弈模型/12

第二章 策略型博弈与纳什均衡/17

- 第一节 上策均衡/17
- 第二节 累次严优/18
- 第三节 划线方法/21
- 第四节 箭头方法/22
- 第五节 纳什均衡/23
- 第六节 反应函数/24

第三章 混合策略与纳什均衡/28

- 第一节 混合策略/28
- 第二节 混合策略纳什均衡/30
- 第三节 混合策略纳什均衡的求解/30
- 第四节 纳什均衡的存在性/33

第四章 博弈分析方法的拓展/34

- 第一节 多重纳什均衡的博弈分析/34
- 第二节 共谋和防共谋均衡/38
- 第一部分思考题/40

第二部分 完全信息动态博弈

第五章 动态博弈/43

第一节 动态博弈的表示/43

第二节 动态博弈的特点/45

第三节 可信性问题/45

第六章 子博弈精炼纳什均衡/48

第一节 子博弈/48

第二节 子博弈完美纳什均衡/49

第三节 应用举例/50

第四节 颤抖手均衡/55

第七章 重复博弈/64

第一节 重复博弈的概念/64

第二节 有限重复博弈/67

第三节 无限重复博弈/70

第二部分思考题/72

第三部分 不完全信息静态博弈

第八章 贝叶斯博弈与贝叶斯纳什均衡/75

第一节 静态贝叶斯博弈/75

第二节 贝叶斯纳什均衡/77

第三节 应用举例/78

第三部分思考题/82

第四部分 不完全信息动态博弈

第九章 完美贝叶斯均衡/85

第一节 完美贝叶斯均衡的概念/85

第二节 几种均衡的比较/89

第十章 信号博弈的完美贝叶斯均衡/90

第一节 信号博弈/90

第二节 应用举例/94

第四部分思考题/102

第五部分 博弈论方法应用

应用导论/105

瓦尔拉斯定价机制与议价行为的博弈比较/106

“奥尔森困境”的理论探讨

——兼论我国地方政府间区域公共产品有效提供问题/112

俄罗斯与印度军工贸易的博弈分析/120

改进的密封第一价格拍卖的博弈模型及均衡分析/130

最优关税:一个动态博弈模型分析/135

高价择校过程中的寻租行为及其根源

——一种基于博弈论的理论探讨/143

我国民间借贷信用与对策分析/149

参考文献/155

身 论

“一种科学只有成功地运用数学时,才算达到了真正完善的地步。”

——马克思

一、数学与经济学

经济学系统运用数学方法最早的例子,通常认为是 17 世纪中叶英国古典政治经济学的创始人威廉·配第(William Petty, 1623~1687 年,英国经济学家)的著作《政治算术》。但实际上,从 19 世纪中叶起,数学才真正开始与经济学结下不解之缘。1838 年,奥古斯丁·古诺(Augustin Cournot)发表了题为《财富理论的数学原理研究》的经济学著作。这本书中充斥了数学符号,当时的经济学家们不能容忍这种“胡言乱语”,他们的反对迫使古诺对经济学沉默了 25 年。1863 年,古诺又用通俗语言重写他的著作,书名为《财富理论的原理》,但数学家严谨的思维方法仍使这本著作遭到了冷遇,古诺的历史地位直到他去世 80 年以后才被充分肯定。正如德布鲁(Debreu)在 1983 年获得诺贝尔经济学奖时的演讲中所说:“如果要对数理经济学的诞生选择一个象征性的日子,我们这一行会以罕见的一致意见选定 1838 年,古诺是作为第一个建立阐明经济现象的数学模型的缔造者而著称于世的。”

真正产生今天意义上的数理经济学的是(小)瓦尔拉斯(Walras),他在 1874 年前后提出的一般经济均衡理论。一般经济均衡的观念一直可以追溯到亚当·斯密(Adam Smith),甚至更早。但被表达成瓦尔拉斯的联立方程组的形式,则应归功于瓦尔拉斯所接受的那些工程和数学的教育。商品的供给和需求及其与价格的错综复杂的关系,一旦由一些数学方程来表达,这些方程的解所形成的理想经济状态也就随之而生,而它就是所谓的“瓦尔拉斯一般经济均衡”。瓦尔拉斯虽然正确地提出了一般经济均衡的数学框架,但是他的数学论证则完全是不可信的。80 年以后,1954 年第一个一般经济均衡模型的严格数学证明由阿罗(Arrow)和德布鲁提出,因为用来证明一般经济均衡所必要的布劳维

不动点定理的推广——角谷不动点定理,是到1941年才出现。从1874年到1954年的这80年间,所谓数理经济学,几乎就等同于一般经济均衡理论的数学研究。其中还使冯·诺伊曼(Von Neumann)这样的大数学家也投身进去,为它砌上一块基石。直到1959年,德布鲁发表了《价值理论:经济均衡的一种公理化分析》,正式宣告运用数学公理化方法的数理经济学的诞生。至此,数学在经济学中就不再是一般的介入了,而是占领了一块理论经济学的领地。

帕累托(Pareto)也许是理论经济学引进科学思想和方法最多的人。他在这方面的成就完全可以与庞加莱(Poincaré)在自然科学方面的成就媲美。这似乎耐人深思,其实他只是一位在数学上训练有素的工程师。他的科学思想也好、科学方法也好,说到底首先是数学。他对一般经济均衡的研究几乎完全是数学研究。由此导出的所谓“帕累托最优条件”在今天也同样频繁地出现在数学文献中。

诺贝尔奖原来是既没有数学也没有经济学的。但是,从1969年起,瑞典皇家科学院开始设立诺贝尔经济学奖,旨在奖励“以科学研究发展静态的和动态的经济理论,以及对提高经济学分析水平有积极贡献的人士”。由于诺贝尔经济学奖强调科学性和分析水平,自然使经济学家中的数学家大大沾光。1970年的诺贝尔经济学奖得主是萨缪尔森(Samuelson),他是一位兴趣广泛、才华横溢的大经济学家,25岁就当上了麻省理工学院的经济教授。他写的经济学教科书从1948年出版起,年年再版,并且有几十种文字(包括中文)的译本。我们不能说他是完全因数学而得奖,但他的数学造诣确实非同一般,数学界把萨缪尔森看作是一名数学家。1973年的诺贝尔经济学奖的得主是里昂惕夫(Leontief),他的投入—产出方法现在几乎已成了经济学常识。

实际上,经济学中数学的运用与经济学本身的发展已在一定程度上不可分割,并且这种程度正在越来越深。为什么数学会如此深入到经济学中去呢?对此,德布鲁的回答是:“坚持数学严格性,使公理化已经不止一次地引导经济学家对新研究的问题有更深刻的理解,并使适合于这些问题的数学技巧运用得更好。这就为向新方向开拓建立了一个可靠的基地。它使研究者从必须推敲前人工作的每一个细节的桎梏中脱身出来。数学的严格性无疑满足了许多当代经济学家的智力需要,因此,他们为了自身的原因而追求它,但是作为有效的思维工具,它也是理论的标志……还有另一个方面,经济理论的公理化已经向经济工作者提供他们能接受的高度有效的数学语言。这使得他们可以互相交流,并以非常经济的方式进行思考。与此同时,经济学家和数学家之间的对话已经变得更加频繁。像冯·诺伊曼那样,把他的研究精力的相当一部分放在经济问题上,这种第一流数学家的例子已经不是独一无二的了。同样,经济理论也开始影响数学。其中,最明显的例子是角谷定理、集值映射的积分理论、近似不动点计算的算法以及方程组的近似解的算法。”

经济学应用数学的起点是“生产最优化”。由于经典数学中变分原理的研究以及后来数学规划理论的发展,这方面的数学相当成熟。而生产最优化至少从局部来看是实证经济学中的一个重要问题,它在数学上又恰好能归结为熟知的问题,从而使数学得到了非常成功的运用。其成功的标志之一是仅线性规划一项就已经为人类节约了上千亿美元。

由于数学上可以利用拉格朗日乘子法,因此可以通过决策分散化来求相应数值,但数学作为有效的思维工具,它也是理论的标志。经济学中更进一步的问题都要涉及多方利益的协调。于是,经典的最优化数学就不够用了,这促使冯·诺依曼和摩根斯坦(Mor-

genstern)的博弈论和阿罗—德布鲁的一般经济均衡理论的出现。同时,还有对福利经济学和社会选择问题的研究,同样是对个体和整体的利害关系的讨论。经过近 100 年的研究,人们开始对经济中的竞争与合作的关系有了较清晰的了解。为此,成功地动用了数学“武器库”中的各种“武器”。

在经济学家探索前进的道路上,“成功地运用数学”将永远可以作为经济学家手中的一项有用的工具!

二、博弈论的发展

博弈论不是经济学的一个分支,它是一种方法,涉及很多领域:军事、法律、政治、国际关系、体育竞技、社会经济活动等。实际上,博弈论是数学的一个分支。

博弈理论开始于 1944 年由冯·诺依曼和摩根斯坦合作的《博弈论和经济行为》(*The Theory of Games and Economic Behaviour*)一书的出版。该书写道:“我们的思考将把我们引向‘策略博弈’的数学理论应用上。这一理论是我们两人在 1928 年、1940 年至 1941 年相继发展起来的。这一理论将为一系列尚未解决的经济学问题提供一种全新的思考方法。我们必须以某种方式把博弈论与经济理论联系起来,并找出它们之间的共同之处。博弈论是建立经济行为理论的最恰当的方法。典型的经济行为问题完全等价于恰当的数学概念上的‘策略博弈’。”

《美国数学学会公报》对这本著作进行了评价:“这本著作有可能被后人看作是 20 世纪前半叶最重要的科学成就之一。如果作者成功地建立了一门新的精确科学——经济科学,那么,上述说法将是毫无疑问的。这门由他们奠定基础的科学有着极为广阔的发展前景。”《美国经济评论》对这本著作评价道:“你不得不赞叹,这本著作几乎每一页都表现出了开拓创新的精神境界、细节上的锲而不舍和思想的深邃……如此高水准的著作的确罕见。”

一位数学家与一位经济学家,以“策略博弈论”为基础,创立了经济和社会组织的数学理论。这一著作详细分析和阐述了这一理论,并将其应用于各种各样的经济和社会问题之中。

20 世纪 50 年代以来,纳什(Nash)、泽尔腾(Selten)、海萨尼(Harsanyi)等人使博弈论最终成熟并进入实用阶段。这三位大师主要的贡献如下:1950 年和 1951 年纳什的两篇关于非合作博弈论的重要论文,彻底改变了人们对竞争和市场的看法。他证明了非合作博弈及其均衡解,并证明了均衡解的存在性,即著名的“纳什均衡”,从而揭示了博弈均衡与经济均衡的内在联系。因为在现实世界中,非合作博弈要比合作博弈普遍得多。泽尔腾(1965)将纳什均衡的概念引入了动态分析,提出了“精炼纳什均衡”概念,并进一步刻画不完全信息动态博弈的“完备贝叶斯纳什均衡”。而海萨尼(1967~1968)则发展了刻画不完全信息静态博弈的“贝叶斯纳什均衡”。总之,泽尔腾和海萨尼进一步将纳什均衡动态化,加入了接近实际的不完全信息条件。他们的工作为后人继续发展博弈论提供了基本思路和模型。

奥曼(R. J. Aumann)说:“20 世纪 40 年代末 50 年代初是博弈论历史上令人振奋的时期,原理已经破茧而出,正在试飞其双翅,同时,该时期活跃着一批巨人。”

通过梳理,我们可以发现博弈论和诺贝尔经济学奖的不解之缘:

1994 年,非合作博弈:纳什、海萨尼和塞尔顿(Selten)。

1996 年,不对称信息激励理论:莫里斯(Mirrlees)和维克瑞(Vickrey)。

2001 年,不完全信息市场博弈:阿克罗夫(Akerlof)(商品市场)、斯潘塞(Spence)(教育市场)、斯蒂格利茨(Stiglitz)(保险市场)。

2002 年,实验经济学:史密斯(Smith);心理经济学:卡尼曼(Kahneman)。

三、博弈模型方法

博弈论是应用数学的一个分支,博弈模型实际上就是数学模型,所以,我们先来介绍数学模型方法。“数学模型方法”(mathematical modeling method)简称 MM 方法,不仅是处理数学理论问题的一种经典方法,而且也是处理科学和技术领域中各种实际问题的一般数学方法。例如,经济科学、军事科学、交通运输等管理科学领域,都应用着 MM 方法。

数学模型是针对或参照某种事物系统的特征或数量相依关系,采用形式化数学语言,概括地或近似地表述出来的一种数学结构。这种数学结构应该是借助于数学概念和符号刻画出来的某种系统的纯关系结构。所谓纯关系结构,是指已经扬弃了一切与关系无本质联系的属性后的系统而言,在数学模型的形成过程中,已经用了抽象分析法,也可以说,抽象分析法是构造数学模型的基本手段。

从广义上讲,数学中各种基本概念,如实数、向量、集合、群、环、域、范畴、线性空间、拓扑空间等都可称作 MM,因为它们都是以各自相应的现实原型(实体)作为背景而加以抽象出来的最基本的数学概念。从狭义上讲,只有那些反映特定问题或特定的具体事物系统的数学关系结构才能称作 MM。例如,在应用数学中,“MM”一词通常都作狭义解释,而构造 MM 的目的就是为了解决具体实际问题。数学模型与现实原型的关系是反映与被反映的关系。因为 MM 的构造需经过抽象分析过程,即经过对现实原型扬弃次要环节的过程,故 MM 和现实原型只能具有相对一致性,事实上往往只能在基本环节上(这些环节或关系结构是能借助数学形式表现出来的)有着近似的一致性。从数学模型的性质要求和构造方法来看,构造 MM 的能力至少包括四个方面:一是理解实际问题的能力;二是抽象分析的能力;三是运用数学工具的能力(包括运用数学形式语言的能力);四是通过实践加以验证的能力。

数学建模强调的是把实际问题转化为相应的数学问题,抽象表达具体问题的本质,建立起标准的数学问题,应用数学知识来解决。好比实际问题和数学方法之间横有一条河,数学建模是连接两岸、解决问题的桥梁,而且“八仙过海,各显其能”。

如图 1 所示,哥尼斯堡有七座桥连接两岛和两岸,学生发现无论从哪里开始步行过桥,都无法一次不重复地走过七座桥。

他们去请教欧拉,欧拉将桥梁通往的地点抽象成四个点,七条桥抽象成七条线(见图 2),七桥问题抽象成线路拓扑的一笔画问题。在 MM 上进行逻辑推理,结论无解,回到现实原型就是实际问题无解。

七桥问题的建模过程可以用图 3 表示。

“数学建模”这座无形的桥梁使得数学在社会经济、生产实践和生活中都得到切实的应用,这就是数学建模的桥梁作用。

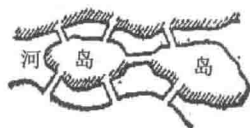


图 1 七桥原型

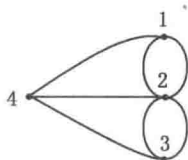


图 2 抽象图形

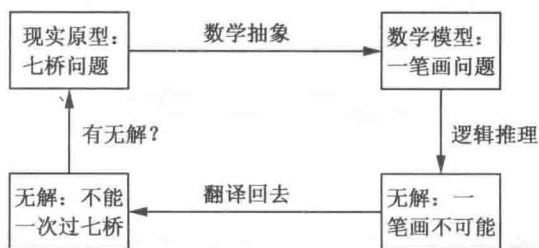


图 3 建模过程

博弈论是一个分析工具,博弈模型是对各种现实生活状况的高度抽象概括。博弈模型方法的抽象性使得它可以研究范围很广的问题。博弈模型方法,就是将现实社会经济活动中的问题抽象出博弈模型,运用博弈理论和思想进行分析,并得出相应的结论,以指导现实生活和解决问题。将抽象的博弈模型应用于现实生活的博弈模型方法是一门艺术。

第一部分

完全信息静态博弈

第一章

博弈概述

第一节 海滩占位问题

我们来到海滩。夏天很多游客喜欢在海边晒太阳、游泳。海滩有月牙形、弧形,绵延数公里。为了研究问题方便,我们姑且把海滩的长度抽象定为1,而 $[0,1]$ 区间就表示海滩的长度。

A和B是两个小商贩,出售无差异的食品,同质同价,包括矿泉水、面包等。如图1-1所示,“*”表示游客均匀地分布在海滩上,游客就近购买食品。在沙滩上应该如何分布两个小商贩的位置呢?

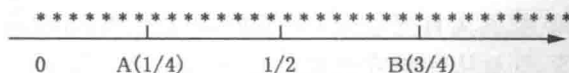


图 1-1

合理的分布应该是A在 $1/4$ 处,B在 $3/4$ 处,这样对游客、对商贩都是公平合理。两个商贩各拥有一半的客户,收益相同。

两个商贩可不这样想!他们是理性人,理性人的标志是:最大化个人利益。A想增加收益的办法就是把摊位向中间靠拢,这样可以从B那儿争取多一些的顾客。B也是理性人,他也会想到这样的办法,将摊位向中间靠拢。这样一来,两个商贩的最后位置就在中间相邻。

我们从实地观察出发,上海财经大学国定路校区正对面就是好德超市,出门右转30米,站在国定支路路口,抬眼看去,左边是华联超市,前面不远处是联华超市,再前面还有农工商超市。这么多超市为何如此密集地聚在一起?

国定路校区对面的超市现象,也是这个道理。本质上是理性人的理性行为的结局,也

是公平公正的市场竞争的合理结局。

这就是著名的海滩占位模型。现实生活中、经济领域中,有很多类似的现象。

各电视台的节目,几乎是同一时间出现。湖南台推出了超级女声,上海台推出好男儿。最有趣的是决赛时间是相同的!上海台推出中国达人秀以后,类似的节目如雨后春笋般出现。同一时间段的节目雷同到分辨不出实质差异。

银行方面,如中国银行、中国工商银行、交通银行、中国建设银行、中国农业银行,本来是有业务分界的,如今仔细观察一下,不难发现,业务几乎一模一样。

中国移动和中国联通是两大电信行业的巨无霸,所有的套餐业务几乎完全一样。记得若干年前,手机是双向收费的。忽然有一天,一家推出了单向收费的包月项目,很快,另一家也跟上一样的项目。为了打破垄断,国家扶植中国电信进入电信行业与之抗衡。

英国、美国和法国的党派之争,也可归结为海滩占位模型。还有很多社会现象和问题,也可以用海滩占位模型解释。

第二节 猎鹿问题分析

猎人 A 和 B 约好,一同去猎鹿。一头鹿被他们围在山谷中,刚好山谷中有两个出口可逃,如果每人把守住鹿可能逃跑的这两个关口,齐心协力,就一定能猎到鹿。这时,跑过一群兔子,两个人无论是谁要去抓兔子都会成功。抓到一只兔子的代价是鹿就在他所把守的关口逃跑。

每个猎人可以采取的策略是猎鹿或者猎兔。他们必须同时做出选择:猎鹿还是猎兔。结果会怎样呢?

每个猎人从可选择的策略中选一个并实施,构成一个策略组合。对应于每一个策略组合,每个猎人有一个相应的收益,可能的结果有如下四种:

- (1) A 猎鹿, B 猎鹿, 一定抓得到鹿, 每个人的收益是半只鹿;
- (2) A 猎鹿, B 猎兔, 鹿就从 B 把守的关口逃掉, A 收益零, B 收益一只兔子;
- (3) A 猎兔, B 猎鹿, 鹿就从 A 把守的关口逃掉, A 收益一只兔子, B 收益零;
- (4) A 猎兔, B 猎兔, 鹿逃掉, A 收益一只兔子, B 收益一只兔子。

可见,每个猎人的期望不能由自己决定,要看对方的策略选择,能否捉得到鹿,依赖于对方的选择。如果对方选择捉兔子,而你选择猎鹿,这个策略组合,对你而言,是最差的选择,也是最坏的策略。

策略的相互依存关系是博弈的关键,对于每个博弈方(也称作参与者、博弈方),一方的收益不仅与自己的选择有关,而且也会与其他的博弈方的策略息息相关。

猎鹿博弈的原理,在现实生活中的应用很广泛。例如,两人商量共同投资一个项目,可以获得较大的利润,同时都清楚,某一个较小的项目虽然收益不多,但是风险不大,一个人的能力就可以达到。如果其中的一个投资方改变主意,转投较小的项目,另一个投资方就要蒙受损失。

猎鹿博弈的另一个原理,是这个博弈存在两个纳什均衡,博弈双方的偏好影响博弈结果。