愛知社

新編各科常識問答

甲　下

上海新聲書局印行

三角解法問答

I 式之變形

(一) 銳角三角式之變形 及數值計算問題

(A) 摘要

$$\left.\begin{aligned} \sin A \operatorname{cosec} A &= 1 \cdots\cdots(1) \\ \cos A \sec A &= 1 \cdots\cdots(2) \\ \tan A \cot A &= 1 \cdots\cdots(3) \end{aligned}\right\}(A) \text{ 又 } \left\{\begin{aligned} \operatorname{cosec} A &= \frac{1}{\sin A} \\ \sec A &= \frac{1}{\cos A} \\ \cot A &= \frac{1}{\tan A} \end{aligned}\right.$$

$$\left.\begin{aligned} \tan A &= \frac{\sin A}{\cos A} \cdots\cdots(4) \\ \cot A &= \frac{\cos A}{\sin A} \cdots\cdots(5) \end{aligned}\right\}(B) \text{ 又 } \left\{\begin{aligned} \tan A \cos A &= \sin A \\ \cot A \sin A &= \cos A \end{aligned}\right.$$

$$\left.\begin{aligned} \sin^2 A + \cos^2 A &= 1 \cdots\cdots(6) \\ 1 + \tan^2 A &= \sec^2 A \cdots\cdots(7) \\ 1 + \cot^2 A &= \operatorname{cose}^2 A \cdots\cdots(8) \end{aligned}\right\}(C)$$

(B) 問題反解法

(1) $(\cos A + \sin A)^2 + (\cos A - \sin)^2$ 試簡單之

解： $原式=\cos^2A+2\cos A s\ nA+\sin^2A+\cos^2A$

$$-2\ csA\sin A+\sin^2A$$

$$=2(\cos^2A+\sin^2A)=2$$

(2) 試變 $\sin^4A+\cos^4A$ 為 $1-2\sin^2A\cos^2A$

解： $\sin^4A+\cos^4A=\sin^4A+2\sin^2A\cos^2A+\cos^4A$

$$-2\sin^2A\,cas^2A$$

$$=(\sin^2A+\cos^2A)^2-2\sin^2A\cos^2A$$

$$=1-2\sin^2A\cos^2A$$

(3) 試簡單 $\dfrac{1}{1+\sin\theta}+\dfrac{1}{1-\sin\theta}$

解： $原式=\dfrac{1-\sin\theta\ \ 1+\sin\theta}{1-\sin\ \theta}$

$$=\frac{2}{1-\sin\ \theta}=\frac{2}{\cos^2\theta}=2\sec^2\theta$$

(4) $\sec^2\alpha+\mathrm{cosec}\ \alpha$ 試簡單之

解： $原式=\dfrac{1}{\cos\ \alpha}+\dfrac{1}{\sin\ \alpha}=\dfrac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha\sin^2\alpha}$

$$=\frac{1}{\cos\ \alpha\sin^2\alpha}=\sec^2\alpha\,\mathrm{cosec}\ \alpha$$

(5) 試將 $(\tan A+\sec A)^2$ 以 $\sin A$ 項表之

解： $(\tan A+\sec A)^2=\left(\dfrac{\sin A}{\cos A}+\dfrac{1}{\cos A}\right)^2=\left(\dfrac{\sin A+1}{casA}\right)^2$

$$=\frac{(1+\sin A)^2}{\cos^2 A}=\frac{(1+\sin A)^2}{1-\sin^2 A}$$

$$=\frac{(1+\sin A)^2}{(1+\sin A)(1-\sin A)}=\frac{1+\sin A}{1-\sin A}$$

(6) $\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{\cot\alpha+\cot\beta}$ 試簡單之

解：原式 $=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{\frac{1}{\tan\alpha}+\frac{1}{\tan\beta}}=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{\tan\alpha\tan\beta}}=\tan\alpha\tan B$

(7) $(1+\sin A+\cos A)^2=2(1+\sin A)(1+\cos A)$

解：左邊 $=[(1+\sin A)+\cos A]^2$

$$=(1+\sin A)^2+2(1+\sin A)\cos A+\cos^2 A$$

$$=(1+\sin A)^2+2(1+\sin A)+1-\sin^2 A$$

$$=(1+\sin A)(1+\sin A+2\cos A+1-\sin A)$$

$$=2(1+\sin A)(1+\cos A)$$

(8) $\tan\theta\frac{1-\sin\theta}{1+\cos\theta}=\cot\theta\frac{1-\cos\theta}{1+\sin\theta}$ 試證明之

解：左邊 $=\cot\theta\tan^2\theta\frac{1-\sin\theta}{1+\cos\theta}$

$$=\cot\theta\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\cdot\frac{1-\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

$$=\cot\theta\frac{1-\cos^2\theta}{1-\sin^2\theta}\cdot\frac{1-\sin\theta}{1+\cos\theta}=\cot\theta\frac{1-\cos\theta}{1+\sin\theta}$$

(别解1) $$\frac{1-\sin\theta}{1+\cos\theta}=\frac{1-\cos\theta}{1+\sin\theta}\cdot\frac{1+\sin\theta}{1-\cos\theta}\cdot\frac{1-\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

$$=\frac{1-\cos\theta}{1+\sin\theta}\cdot\frac{1-\sin^2\theta}{1-\cos^2\theta}=\frac{1-\cos\theta}{1+\sin\theta}\cdot\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$$

$$=\frac{1-\cos\theta}{1+\sin\theta}\cot^2\theta$$

∴ 左邊 $=\tan\theta\cot^2\theta\dfrac{1-\cos\theta}{1+\sin\theta}=\cot\theta\dfrac{1-\cos\theta}{1+\sin\theta}$

(别解2) 本式去分母

$$\tan\theta(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)$$

$$=\cot\theta(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)\cdots\cdots(1)$$

然 $\tan\theta(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)=\tan\theta(1-\sin\theta)$

$$=\tan\theta\cos^2\theta$$

$$=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\cos^2\theta=\sin\theta\cos\theta$$

$$\cot\theta(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)=\cot\theta(1-\cos^2\theta)$$

$$=\cot\theta\sin^2\theta$$

$$=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\sin^2\theta=\sin\theta\cos\theta$$

故(1)式左邊之值等於右邊之值

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertong

$$\therefore \quad \tan\theta(1-\sin\theta)(b+\sin\theta)=\cot\theta$$

$$(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)$$

$$\therefore \quad \tan\theta\,\frac{1-\sin\theta}{1+\cos\theta}=\cot\theta\,\frac{1-\cos\theta}{1+\sin\theta}$$

(9) 試證明下式

$$\sec A+\tan A=\frac{1}{\sec A-\tan A}$$

解：由公式 $1+\tan^2 A=\sec^2 A$

$$\sec^2 A-\tan^2 A=1$$

$$\therefore \quad (\sec A+\tan A)(\sec A-\tan A)=1$$

$$\therefore \quad \sec A+\tan A=\frac{1}{\sec A-\tan A}$$

數値計算問題

(1) $\tan\theta=\dfrac{m^2+2mn}{2mn+2n^2}$ 時 $\operatorname{cosec}\theta$ 之値如何試求之

解：$\tan\theta=\dfrac{m^2+2mn}{2mn+2n^2}$ 故 $\cot\theta=\dfrac{2mn+2n^2}{m^2+2mn}$

$$\therefore \quad \operatorname{cosec}^2\theta=1+\cot^2\theta=1+\left(\frac{2mn+2n^2}{m^2+2mn}\right)^2$$

$$=\frac{(m^2+2mn)^2+(2mn+2n^2)^2}{(m^2+2mn)^2}$$

然分子 $=m^4+4mn+4m^2n^2+4n^2(m+n)^2$

$$=m^4+4m^2n(m+n)+4n^2(m+n)^2$$

$$=[m^2+2n(m+n)]^2=(m+2mn+2n^2)^2$$

$$\therefore \quad \operatorname{cosec}^2\theta=\frac{(m^2+2mn+2n^2)^2}{(m^2+2mn)^2}$$

$$\therefore \quad \operatorname{cosec}\theta=\pm\frac{m^2+2mn+2n^2}{m^2+2mn}$$

但θ爲銳角則將負號棄之

$$答 \quad \operatorname{cosec}\theta=\frac{m+2mn+2n^2}{m^2+2mn}$$

(2) $\tan\theta=\dfrac{a}{b}$時，試求 $a\cos\theta+b\sin\theta$ 之値，

解： 由公式 $1+\tan^2\theta=\sec^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

$$\cos^2\theta=\frac{1}{1+\tan^2\theta}=\frac{1}{1+\dfrac{a^2}{b^2}}=\frac{b^2}{a^2+b^2}$$

$$\therefore \quad \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$$ （因θ爲銳角故棄負號）

次由公式 $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$$\sin\theta=\tan\theta.\cos\theta=\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},$$

$$\therefore \quad 原式=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

(3) $\operatorname{cosec}\alpha=3$ 時，試求 $\sec\alpha-\tan\alpha$ 之值，

解：$\mathrm{cose}\,\alpha-\tan\alpha=\dfrac{1}{\cos\alpha}-\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$$然 \quad \sin\alpha=\frac{1}{\operatorname{cosec}\alpha}=\frac{1}{3}$$

$$\therefore \quad \cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$$

$$\therefore \quad \cos\alpha=\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad （但\alpha 爲銳角）$$

$$\therefore \quad \sec\alpha-\tan\alpha=\frac{1-\dfrac{1}{3}}{\dfrac{2\sqrt{2}}{3}}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(4) $\cot A=\dfrac{p}{q}$ 時　則 $\dfrac{p\cos A-q\sin A}{p\cos A+q\sin A}$ 之值如何？

解：$\dfrac{p\cos A-q\sin A}{p\cos A+q\sin A}=\dfrac{p\cot A-q}{p\cot A+q}$

$$=\frac{p.\dfrac{p}{q}-q}{p.\dfrac{p}{q}+q}=\frac{p^2-q^2}{p^2+q^2}$$

(別解) 由公式 $\cot A=\dfrac{\cos A}{\sin A}$

$$\frac{\cos A}{\sin A}=\frac{p}{q}\quad\therefore\frac{\cos A}{p}=\frac{\sin A}{q}=k$$

$$\therefore\quad \cos A=pk\qquad \sin A=qk$$

以此代入本式

$$\frac{p\cos A-q\sin A}{p\cos A+q\sin A}=\frac{p^2k-q^2k}{p^2k+q^2k}=\frac{p^2-q^2}{p^2+q^2}$$

(二) 餘角三角式之變形

(A) 摘要

$$\begin{cases}\sin(90^0-A)=\cos A\\ \cos(90^0-A)=\sin A\\ \tan(90^0-A)=\cot A\end{cases}\qquad\begin{cases}\operatorname{cosec}(90^0-A)=\sec A\\ \sec(90^0-A)=\operatorname{cosec}A\\ \cot(90^0-A)=\tan A\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sin 0^0=\cos 90^0=0\\ \cos 0^0=\sin 90^0=1\\ \tan 0^0=\cot 90^0=0\\ \cot 0^0=\tan 90^0=\pm\infty\end{cases}\qquad\begin{cases}\sin 30^0=\cos 60^0=\frac{1}{2}\\ \cos 30^0=\sin 60^0=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \tan 30^0=\cot 60^0=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\\ \cot 30^0=\tan 60^0=\sqrt{3}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sin 45^0=\cos 45^0=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\\ \tan 45^0=\cot 45^0=1\end{cases}\qquad \sin 18^0=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

(B) 問題及解法

(1) 下式試簡單之

$$\cot(90^0-A)\cot A\cos(90^0-A)\tan(90^0-A)$$

解：$\cot(90^0-A)=\tan A$， $\cos(90^0-A)=\sin A$

$$\tan(90^0-A)=\cot A$$

∴ 原式 $=\tan A\cot A\sin A\cot A$

然 $\tan A\cot A=1$

$$\therefore \text{原式}=\sin A\frac{\cos A}{\sin A}=\cos A$$

(2) $\sin^2(45^0+A)+\sin^2(45^0-A)=1$ 試證明之

解：因 $(45^0+A)+(45^0-A)=90^0$

故 45^0+A 與 45^0-A 互爲餘角，

$$\sin(45^0-A)=\cos(45^0+A)$$

∴ $\sin^2(45^0+A)+\sin^2(45^0-A)$

$$=\sin^2(45^0+A)\cos^2(45^0+A)=1.$$

(三) 一般角三角函數式之變形及數值計算問題

問題及解法

(1) $\dfrac{\sin(180^0-\alpha)}{\tan(180^0+\alpha)}\times\dfrac{\cot(90^0-\alpha)}{\tan(90^0+\alpha)}$

$$\times \frac{\cos(360^0-\alpha)}{\sin(-\alpha)} \text{試簡單之，}$$

解：$\sin(180^0-\alpha)=\sin\alpha \quad \tan(180^0+\alpha)=\tan\alpha$

$\cot(90^0-\alpha)=\tan\alpha \quad \tan(90^0+\alpha)=-\cot\alpha$

$\cos(360^0-\alpha)=\cos\alpha \quad \sin(-\alpha)=-\sin\alpha$

$$\text{故原式}=\frac{\sin\alpha}{\tan\alpha}\times\frac{\tan\alpha}{-\cot\alpha}\times\frac{\cos\alpha}{-\text{si}\ \alpha}=\frac{\cos\alpha}{\text{cat}\alpha}$$

$$=\cos\alpha\times\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\sin\alpha.$$

(2) $\tan 238^0=\frac{8}{5}$時，$\sin 238^0$之値如何？

解：238^0爲第三象限之角，故其正弦之值爲負，因之 $\alpha=238^0$ $\sin\alpha$以旣知數$\tan\alpha$之項表示之時，其符號爲負，

$$\sin\alpha=\tan\alpha\cos\alpha=-\frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$$

然 $\tan\alpha=\frac{8}{5}$

$$\text{故}\quad \sin\alpha=-\frac{\frac{5}{8}}{\sqrt{1+\left(\frac{8}{5}\right)^2}}=-\frac{8}{\sqrt{89}}=-\frac{8\sqrt{89}}{89}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertong

(四) 角之和及差之三角公式及數値計算問題

(A) 摘要

(1) 二角之和及差之三角公式

$$\left.\begin{aligned}\sin(\alpha\pm\beta)&=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta\\ \cos(\alpha\pm\beta)&=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta\\ \tan(\alpha\pm\beta)&=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(A)$$

(2) 二倍角或半角之三角公式

$$\left.\begin{aligned}\sin 2A&=2\sin A\cos A\\ \cos 2A&=\cos^2 A-\sin^2 A\\ &=1-2\sin^2 A=2\cos^2 A-1\\ \tan 2A&=\frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(B)$$

(3) 半角之三角公式

$$\left.\begin{aligned}1+\cos A&=2\cos^2\frac{A}{2}\\ 1-\cos A&=2\sin^2\frac{A}{2}\\ \frac{1-\cos A}{1+\cos A}&=\tan^2\frac{A}{2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(C)$$

(4) 三倍角之三角公式

$$\left.\begin{aligned} \sin 3A &= 3\sin A - 4\sin^3 A \\ \cos 3A &= 4\cos^3 A - 3\cos A \\ \tan 3A &= \frac{3\tan A - \tan^3 A}{1-3\tan^2 A} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (D)$$

(B) 問題及解法

(1) 試變 $\tan A + \tan B$ 爲積形，

解：原式 $= \dfrac{\sin A}{\cos A} + \dfrac{\sin B}{\cos B}$

$$= \frac{\sin A \cos B + \cos A \sin B}{\cos A \cos B}$$

$$= \frac{\sin(A+B)}{\cos A \cos B}$$

(2) $\tan(45^0 + A) - \tan(45^0 - A)$ 試簡單之

解：原式 $= \dfrac{1+\tan A}{1-\tan A} - \dfrac{1-\tan A}{1+\tan A}$

$$= \frac{(1+\tan A)^2 - (1-\tan A)^2}{(1+\tan A)(1-\tan A)}$$

$$= \frac{4\tan A}{1-\tan^2 A} = 2\tan^2 A$$

(3) $\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$ 試簡單之

解：

$$原式=\frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\cos^2\frac{\theta}{2}}=\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}=\tan\frac{\theta}{2}$$

(4)　$\cos4\theta-4\cos2\theta+3=8\sin^4\theta$ 試證之

解：$\cos4\theta-4\cos2\theta+3=\cos4\theta-1-4\cos2\theta+4$

$=4(1-\cos2\theta)-(1-\cos4\theta)$

$=8\sin^2\theta-2\sin^2 2\theta$

$=8\sin^2\theta-2\times4\sin^2\theta\cos^2\theta$

$=8\sin^2\theta(1-\cos^2\theta)=8\sin^4\theta$

(5)　$\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}=\tan^2\left(45^\circ+\frac{\theta}{2}\right)$ 試證明之

解：

$$\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}=\frac{\sin^2\frac{\theta}{2}+\cos^2\frac{\theta}{2}+2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{\sin^2\frac{\theta}{2}+\cos^2\frac{\theta}{2}-2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}\cdots(1)$$

$$=\frac{\left(\cos\frac{\theta}{2}+\sin\frac{\theta}{2}\right)^2}{\left(\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}\right)^2}=\left\{\frac{\cos\frac{\theta}{2}+\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}}\right\}^2$$

兩項以 $\cos\frac{\theta}{2}$ 除之

$$=\left\{\frac{1+\tan\frac{\theta}{2}}{1-\tan\frac{\theta}{2}}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{\tan 45^\circ+\tan\frac{\theta}{2}}{1-\tan 45\tan\frac{\theta}{2}}\right\}^2$$

$$=\tan^2\left(45^\circ+\frac{\theta}{2}\right)$$

(別解) $$\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}=\frac{1+\cos(90^\circ-\theta)}{1-\cos(90^\circ-\theta)}=\frac{2\cos^2\left(45^\circ-\frac{\theta}{2}\right)}{2\sin^2\left(45^\circ-\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$=\cot^2\left(45^\circ-\frac{\theta}{2}\right)=\tan^2\left(45^\circ+\frac{\theta}{2}\right)$$

(6) 試化 $\sec\theta+\tan\theta$ 爲 $\tan\left(45^\circ+\frac{\theta}{2}\right)$ 之形

解： $$\sec\theta+\tan\theta=\frac{1}{\cos\theta}+\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$=\frac{\sin^2\frac{\theta}{2}+\cos^2\frac{\theta}{2}+2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{\cos^2\frac{\theta}{2}-\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

$$=\frac{\left(\cos\frac{\theta}{2}+\sin\frac{\theta}{2}\right)^2}{\left(\cos\frac{\theta}{2}+\sin\frac{\theta}{2}\right)\left(\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$=\frac{\cos\frac{\theta}{2}+\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}}=\frac{1+\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}}{1-\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}}$$

$$=\frac{1+\tan\frac{\theta}{2}}{1-\tan\frac{\theta}{2}}=\tan\left(45^\circ+\frac{\theta}{2}\right)$$

（別解）$\sec\theta+\tan\theta=\dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{1-\cos(90^\circ+\theta)}{\sin(90^\circ+\theta)}$

$$=\frac{2\sin^2\left(45^\circ+\frac{\theta}{2}\right)}{2\sin\left(45^\circ+\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(45^\circ+\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$=\tan\left(45^\circ+\frac{\theta}{2}\right)$$

數值計算問題

(1)　$\sin A=\dfrac{5}{13}$，$\cos B=\dfrac{3}{5}$試計算 $\cos(A+B)$之值

但A爲鈍角，B爲銳角，

解：$\sin A=\frac{5}{13}$ ，$\cos B=\frac{3}{5}$故

$$\cos A=\pm\sqrt{1-\sin^2 A}=\pm\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2}=\pm\frac{12}{13}$$

$$\sin B=\pm\sqrt{1-\cos^2 B}=\pm\sqrt{1+\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\pm\frac{4}{5}$$

然 A 爲鈍角，B 爲銳角，故定其符號爲

$$\cos A=-\frac{12}{13}，\sin B=\frac{4}{5}$$

∴ $\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$

$$=-\frac{12}{13}\times\frac{3}{5}-\frac{5}{13}\times\frac{4}{5}=-\frac{56}{66}$$ (答)

(2) $\sin A=\frac{3}{5}$時，$\sin 2A$ 之值如何？

但 $90^\circ<A<135^\circ$

解：$\cos A=\pm\sqrt{1-\sin^2 A}=\pm\frac{4}{5}$

然 A 爲第二象限之角.故 $\cos A=-\frac{4}{5}$

∴ $\sin 2A=2\sin A\cos A=-2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=-\frac{24}{25}$ (答)

(3) $\cos\alpha=\frac{1}{3}$時 $\cos\frac{\alpha}{2}$之值？但 $180^\circ<\alpha<360^\circ$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertong