国家骨干高等职业院校
重点建设专业“十二五”规划教材

经济数学基础

主编◎丛　山

经济数学基础
JINGJI SHUXUE JICHU

经济数学基础
JINGJI SHUXUE JICHU

经济数学基础
JINGJI SHUXUE JICHU

经济数学基础
JINGJI SHUXUE JICHU

合肥工业大学出版社
HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

国家骨干高等职业院校

重点建设专业“十二五”规划教材

经济数学基础

主　编　丛　山

副主编　盛茂林

参　编　高纪文　夏福芳　倪银珠

合肥工业大学出版社

内容提要

本书采用案例驱动方式进行编写，主要内容包括：函数、函数的极限、微积分及其在经济管理中的应用、矩阵、线性方程组与线性规划及其应用、概率论与数理统计、数学建模等。每一章后面还附有对MATLAB软件使用的介绍和大量的习题。在全书的最后面还提供了部分习题的参考答案。

本书最大的特点：一是体现了经济数学的“经济”特色；二是重视数学知识与专业实际和生活实际的结合；三是彰显了数学文化的魅力。

本书为高职高专院校经济管理类专业的基础课教材，还可作为电大、成人教育类学校的教材。

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础/丛山主编．—合肥：合肥工业大学出版社，2012.6

ISBN 978-7-5650-0738-5

Ⅰ.①经… Ⅱ.①丛… Ⅲ.①经济数学—教材 Ⅳ.①F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第110381号

经济数学基础

丛　山　主编　　　　责任编辑　汤礼广　魏亮瑜

出　版	合肥工业大学出版社	版　次	2012年6月第1版
地　址	合肥市屯溪路193号	印　次	2012年9月第1次印刷
邮　编	230009	开　本	787毫米×1092毫米　1/16
电　话	总编室：0551—2903038	印　张	21
	发行部：0551—2903198	字　数	413千字
网　址	www.hfutpress.com.cn	印　刷	合肥现代印务有限公司
E-mail	hfutpress@163.com	发　行	全国新华书店

ISBN 978-7-5650-0738-5　　　　定价：40.00元

前 言

如今在市场经济的管理和运作中，成本、利润、投入、产出、贷款、效益、股份、市场预测、风险评估等一系列经济词汇频繁使用；买卖与批发、存款与保险、股票与债券的购买等经济行为几乎每天都会碰到，而这些经济活动无一能离开数学。在宏观经济与微观经济的研究方面，在进行市场调查与预测以及进行风险分析与金融投资等具体经济领域的理论研究和实践方面，甚至在社会事务和日常生活的诸多活动中，数学思想和数学方法均无处不在。在高等学校，数学作为一门基础课程在专业的课程体系中占有非常重要的地位。

但在过去的课程教学实践中，经济数学课程总是保持着“数学”的面目。尽管数学老师做了许多努力，但由于专业背景和教材等方面局限，课堂教学往往很难改变“数学课程”固有的模式，“贴近专业”的课程目标做起来事倍功半，“为专业服务”的定位往往难以实现。尤其在以培养应用型人才的高职高专院校，经济数学课程的“经济”特色在课程教学中往往没有得到很好的体现，经济数学课程教学没有做到与专业教育的充分融合。

基于以上的认识，我们编写了这本《经济数学基础》，旨在站在“经济”的层面看数学，从“工具”的角度教数学，从“应用”的需求学数学，把数学课程的教与学尽可能置于“经济”背景下，把数学思想和数学方法融入解决专业问题的过程中，使学生真正明白掌握经济数学的必要性。为实现上述目的，我们在编写本教材过程中着重在以下几个方面进行了一些探索：

(1)本着“数学为专业服务，为人才培养服务”的基本原则，重视课程与专业实际和生活实际的结合；力求彻底打破数学体系，淡化数学知识要求；以“应用”为出发点，以“有用”为选材标准，以学后“会用”为难度基准的基本思想；至于文字叙述，在保证科学性的前提下，注意通俗易懂，易教易学，不过分追求严谨性。

(2)以案例驱动的方式，即用现实和经济方面的案例引导问题；以经济和管理活动为分析模型，并贯穿始终；强化数学问题在引入、举例、练习过程中的“联系实际”，用实际问题引发思考，用实际问题导入概念，在解决实际问题中介绍方法。

(3)在数学知识方面，相较于过程和结论，我们更重视结论；对于理论与方法，我们更重视方法；对于全面性和实用性，我们更重视实用性。因此，在内容讲述上，重要的是让学生了解“为什么”或“为什么这样做”；在实例解析上，注重对

实例的分析和推理，尽量杜绝纯数学的演绎和证明。

(4)为了加强学生对计算软件的应用能力，我们在每个章节后面增加了本章数学问题应用 MATLAB 软件求解的举例，力求通过这样的介绍，使学生熟悉 MATLAB 软件，学会利用计算机工具解决一些简单的专业问题。

(5)在课后练习上，我们将每个章节的习题分成了 A、B、C 三组。A 组题为关于数学基础知识的基本训练题；B 组题突出本章内容的实际应用，以经济活动中的实际问题为主；C 组题为应用 MATLAB 软件上机训练题。

(6)我们在教材中还编写了“数学方法在经济管理中的模型解析”一章，介绍建立数学模型的基本知识、基本技能与常用技巧，意在拓展学生对数学的应用能力。之所以增加这一章的内容是因为我们认为数学建模的能力是人的重要专业素养之一，对学生的专业学习及综合素质目标的实现具有重要意义。

(7)在“附录”中，我们尝试着编辑了一个“经济数学小辞典”。在辞典中辑录了一些学习本教材或在日常阅读中经常会遇到的与“经济”和“数学”都有关联的词汇，共有 130 多个词条。这个“小词典”可以作为学习本教材时对一些经济概念的说明，也可以让学生藉此了解一些常用的经济概念。

(8)为了丰富教材中的数学文化，在各章节中还穿插了“中外数学家小传”、“数学家语录”、“数学文化拾萃”、“数学欣赏”等内容，意在使学生在学习的过程中了解数学的发展历史、重要思想、重大成就、知名数学家以及领略数学美的内涵，加强课程中的人文教育、素质教育和养成教育的内涵。

本书为高职高专经管类专业的基础课教材，也可以作为其他专业学生的辅助读本。

本书由丛山副教授担任主编，由盛茂林老师担任副主编，参加编写的老师还有高纪文、夏福芳、倪银珠。我们真诚地希望本书能为教师同行提供一些“贴近专业”的思考和素材，也真诚地希望它能有助于学生更主动、更有效、更轻松地学好经济数学这门课程，并希望他们通过对这门课的学习为其今后的专业学习乃至于将来的职业生涯打下坚实的数学基础。

编　者

目 录

第一章　变量的依存关系和变化趋势
——函数、经济函数、函数的极限

经济问题

问题一(量价关系):公司某产品的销售数量 Q 与其销售价格 p 成反比,已知该产品每台价格为 320 元时,可销售 240000 台,如果每台单价提升至 480 元,将会销售多少台? 作出单价与销售量的关系曲线.

问题二(市场分析):公司某产品的需求函数为 $Q(p)=1000-10p$,供给函数为 $S(p)=250+5p$,利用图形分析找出其市场平衡点的位置.

任务与目标

(1) 了解函数的概念,建立函数与图、表的对应关系.

(2) 熟悉基本初等函数的定义、图形和一般性质;会用基本初等函数"构造"新的函数.

(3) 认识常用的经济函数;能够根据实际问题建立函数关系式.

(4) 理解函数极限的意义及无穷小量的意义.

(5) 掌握求极限的基本方法,会求常见函数的极限.

(6) 理解函数连续与间断的意义,认识函数的连续与间断.

第一节　函数与图形

1.1　函数

1. 函数的概念

【实例 1】 如果某物品的单价为 p,那么购买该物品 x 件所需要的费用 A 可表示为:$A=px$.

在实际生活中,会有很多变量.设 x、y 是两个变量,假如变量之间存在一种对应关系,当 x 在一个非空集合 D 内任取一值时,变量 y 按照某种对应关系"f"总有唯一确定的值与之对应,则称变量 y 为变量 x 的**函数**,记作:$y=f(x)$,$x\in D$. 数集 D 称为函数的**定义域**,y 的取值范围称为**值域**.

在上面的实例中，单价 p 是自变量，费用 $A = px$ 是函数．

“函数”一词最早出现在德国数学家莱布尼茨的著作中，瑞士数学家欧拉给出了“$y = f(x)$”的函数记号，清代数学家李善兰首先将这个词汇翻译成“函数”．

2. 函数的对应关系与定义域

一个函数有两个要素：对应关系、定义域．

(1) 函数的对应关系

函数的对应关系可以用解析法、列表法、图形法 3 种形式来表达．我们通过下列 3 个例题来看函数 3 种不同的表达方式．

例 1 公司某项产品的固定成本为 500，当产量为 x 时，可变成本为 $10x$．给出总成本与产量之间的函数关系式，并计算当产量为 280 单位时的总成本．

解 总成本 = 固定成本 + 可变成本．设总成本为 $C(x)$，于是，$C(x) = 500 + 10x$，其中，固定成本为常量，产量 x 为自变量．

当 $x = 280$，$C(280) = 500 + 10 \times 280 = 3300$.

本例用一个解析式 $C(x) = 500 + 10x$ 给出了函数关系．

例 2 某公司营业部上年度的营业额月度报表如表 1-1 所示．

表 1-1 某公司营业部上年度的营业额月度报表 （单位：万元）

1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
7.11	10.2	6.57	5.28	5.33	5.54	6.02	5.91	6.27	5.54	5.87	6.49

表 1-1 表明了一种函数关系，其中自变量为“月份”，通过对应法则“表格”有函数值“营业额”与之对应．给出一个具体的月份，就能查出该月的营业额．

例 3 某公司营业部上年度某产品的销售情况如图 1-1 所示．

本曲线反映了公司一个年度的产品销售情况，横轴对应的是时间，纵轴对应的是销售量．整个图形给出了时间与销售量之间的对应关系，这也是一种函数对应关系．

综上所述，对应关系是函数自变量与函数值之间所存在的“依赖”关系．我们可以通过对应关系了解函数的一般性状，求函数值．

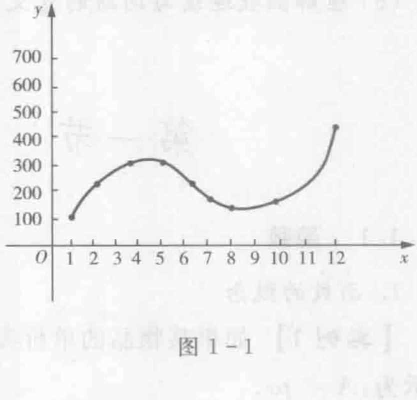


图 1-1

(2) 函数的定义域

函数的定义域就是函数自变量的取值范围．在抽象表达式中，函数自变量的取值范围是指使函数有意义的取值范围，所求的定义域称为自然定义域．在实际问题中，我们要根据问题的具体情况来确定自变量的取值范围，所求的定义域称为实际定义域．

例 4（自然定义域）　求函数 $y=\dfrac{x^2-3}{\sqrt{4-x^2}}+\ln(x+1)$ 的定义域.

解　要使函数有意义，则 $\begin{cases}4-x^2>0,\\x+1>0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}-2<x<2,\\x>-1.\end{cases}$ 这两个区间的公共部分为 $(-1,2)$，因此，函数的定义域为 $(-1,2)$.

例 5（实际定义域）　已知某商品的需求函数为 $Q(p)=1000-10p$，其中 $Q(p)$ 表示市场需求量，p 表示市场价格，求 p 的取值区间.

解　首先，$p\geqslant 0$. 其次从函数的表达式看，当 $p=100$ 时，市场需求为 0. 因此，要使函数 $Q(p)=1000-10p$ 有意义，则 $0\leqslant p\leqslant 100$.

如果已知函数的表达式，那么对于定义域中的任何自变量值，都可以计算出在该点的函数值.

例 6（求函数值）　已知 $f(x)=x^2-3x+1$，求 $f(1)$，$f(-2)$，$f(-x)$.

解　将 1、-2、$-x$ 分别代入 $f(x)=x^2-3x+1$ 中，得

$$f(1)=1^2-3\times1+1=-1$$

$$f(-2)=(-2)^2-3\times(-2)+1=11$$

$$f(-x)=(-x)^2-3(-x)+1=x^2+3x+1$$

【课堂实训 1-1】

求定义域：(1) $f(x)=\sqrt{9-x^2}$；(2) $f(x)=\dfrac{3}{5x^2+2x}$；(3) $f(x)=\lg(4x-3)$.

· 数学家小传 ·

欧拉（1707—1783），瑞士数学家和物理学家. 他被一些数学史学者称为历史上最伟大的两位数学家之一（另一位是卡尔·弗里德里克·高斯）. 欧拉在数学中的主要贡献有：

(1) 他是第一个使用“函数”一词来描述包含各种参数的表达式的人，例如 $y=f(x)$ 等.

(2) 建立了流体力学里的欧拉方程.

(3) 对微分方程理论做出了重要贡献；他是欧拉近似法的创始人.

(4) 在数论里，他引入了欧拉函数. 自然数的欧拉函数被定义为小于并且与其互质的自然数的个数.

(5) 在分析领域，欧拉综合了莱布尼茨的微分与牛顿的流数.

(6) 欧拉将虚数的幂定义为欧拉公式. 该公式被数学界称为“最卓越的数学公式”.

(7) 另外，他定义了微分方程中有用的欧拉一马歇罗尼常数，是欧拉一马歇罗尼公式的发现者之一．这一公式在解决难以计算的积分、求和与级数等问题时极为有效．

(8) 在经济学方面，欧拉证明：如果产品的每个要素正好用于支付它自身的边际产量，在规模报酬不变的情形下，总收入和产出将完全耗尽．

(9) 在几何学和代数拓扑学方面，欧拉公式给出了单连通多面体的边、顶点和面之间存在的关系．

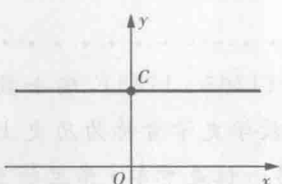
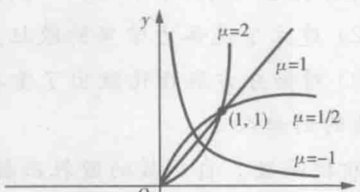
(10) 欧拉解决了哥尼斯堡七桥问题，并且发表了论文《关于位置几何问题的解法》，对一笔画问题进行了阐述，这是最早运用图论和拓扑学的典范．

1.2　函数的进一步讨论

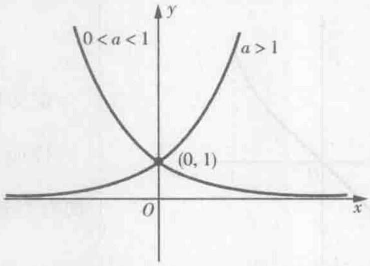
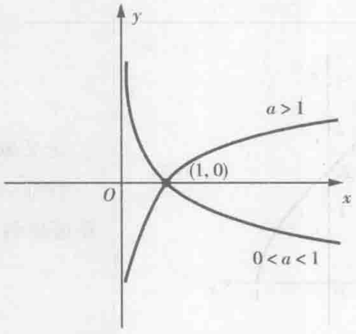
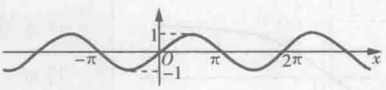
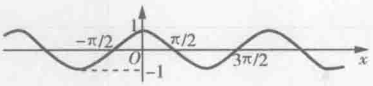
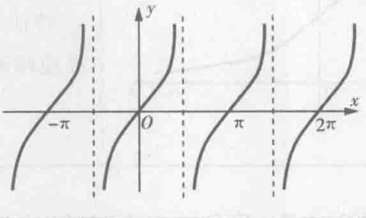
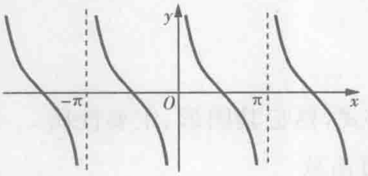
1. 基本初等函数

在日常学习和应用中，经常用到的函数有常函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数，通常将这些函数统称为**基本初等函数**．基本初等函数的定义、图形和性质如表 1-2 所示．

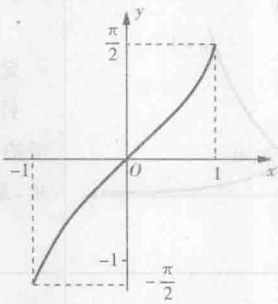
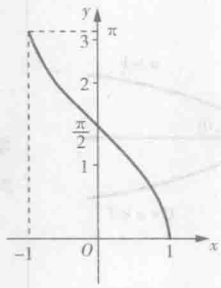
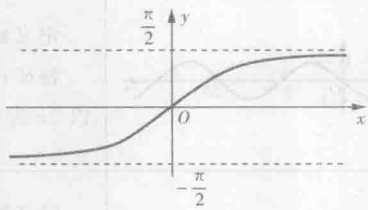
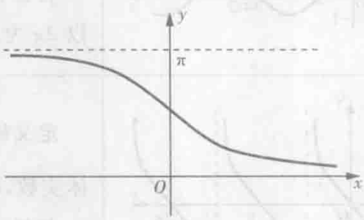
表 1-2　基本初等函数

函　数	几何图形	基本特征
常函数 $y=C$		定义域：$(-\infty,+\infty)$． 特征：有界的偶函数．
幂函数 $y=x^{\mu}$		定义域：$\mu=1,2,\cdots,n$时，为$(-\infty,+\infty)$；其他由μ的不同而不同． 特征：由μ的不同而不同．

（续表）

<table>
<tr><th colspan="2">函　数</th><th>几何图形</th><th>基本特征</th></tr>
<tr><td colspan="2">指数函数
$y=a^x$
$(a>0$，且 $a\neq 1)$</td><td>
</td><td>定义域：$(-\infty,+\infty)$.
特征：当 $a>1$ 时，是单调递增的无界函数；当 $0<a<1$ 时，是单调递减的无界函数.</td></tr>
<tr><td colspan="2">对数函数
$y=\log_a x$
$(a>0$，且 $a\neq 1)$</td><td>
</td><td>定义域：$(0,+\infty)$.
特征：当 $a>1$ 时，是单调递增的无界函数；当 $0<a<1$ 时，是单调递减的无界函数.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">三
角
函
数</td><td>$y=\sin x$</td><td>
</td><td>定义域：$(-\infty,+\infty)$.
特征：介于 -1 到 1 之间的、以 2π 为周期的有界奇函数.</td></tr>
<tr><td>$y=\cos x$</td><td>
</td><td>定义域：$(-\infty,+\infty)$.
特征：介于 -1 到 1 之间的、以 2π 为周期的有界偶函数.</td></tr>
<tr><td>$y=\tan x$</td><td>
</td><td>定义域：$x\neq\frac{(2k+1)}{2}\pi$ 的全体实数，$k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots$.
特征：以 π 为周期的无界奇函数.</td></tr>
<tr><td>$y=\cot x$</td><td>
</td><td>定义域：$x\neq k\pi$ 的全体实数，$k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots$.
特征：以 π 为周期的无界奇函数.</td></tr>
</table>

（续表）

函数		几何图形	基本特征
反三角函数	$y=\arcsin x$		定义域：$[-1,1]$. 特征：介于 $-\frac{\pi}{2}$ 到 $\frac{\pi}{2}$ 之间的有界递增奇函数．
	$y=\arccos x$		定义域：$[-1,1]$. 特征：介于 0 到 π 之间的有界递减函数．
	$y=\arctan x$		定义域：$(-\infty,+\infty)$. 特征：介于 $-\frac{\pi}{2}$ 到 $\frac{\pi}{2}$ 之间的有界递增奇函数．
	$y=\operatorname{arccot} x$		定义域：$(-\infty,+\infty)$. 特征：介于 0 到 π 之间的有界递减函数．

上表所列的函数都是以前学过的，我们要熟记它们的基本形式、定义域、图形和主要性质．

【课堂实训 1－2】

默写基本初等函数的表达式，熟记其图形、主要性质．

2．经济模型中的几个常用函数

在经济分析实务中，经常用到下面几个函数．

(1) 一次函数

形如 $y=kx+b$ ($k\neq 0$,k、b为常数)的函数为一次函数(或称线性函数). 特别地,当 $b=0$,即 $y=kx$ 时,y是x的正比例函数.

一次函数的图形是一条直线(如图 1-2).

一次函数在经济生活中有很多模型. 如当价格p一定时,收益S是销售量x的一次函数,即 $S=px$;又如当固定成本一定时,总成本C是产量x的一次函数.

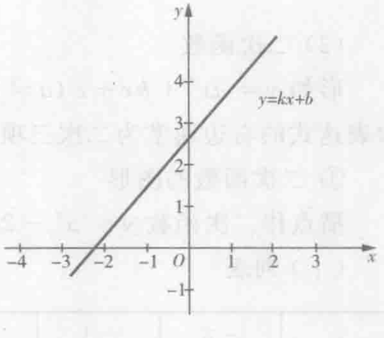


图 1-2

例 7(一次函数的经济应用)　服装公司每年的生产费用(固定成本)为 10000 元,除固定成本外,生产一套(件)服装要花费 20 元(可变成本),用固定成本和可变成本之和表示总成本. 问:① 生产 1000 套(件)的总成本为多少? ② 生产 4000 套(件)比 1000 套(件)多支出多少元?

解　总成本$C(x)=$ 固定成本+可变成本. 假如每年生产服装x套(件),则总成本为 $C(x)=10000+20x$.

① $C(1000)=10000+20\times 1000=30000$ 元;

② $C(4000)-C(1000)=10000+20\times 4000-30000=60000$ 元.

(2) 反比例函数

形如 $y=\dfrac{k}{x}$ (k为常数,且$k\neq 0$)的函数,叫做反比例函数. 自变量x的取值范围是不等于 0 的一切实数. 反比例函数的图形为双曲线.

图 1-3 给出了$k=2$时反比例函数的函数图形.

市场调查发现,某产品的销售量Q和售价p成反比,则两者之间的关系可以表示成 $Q=\dfrac{k}{p}$,这就是反比例函数的实例.

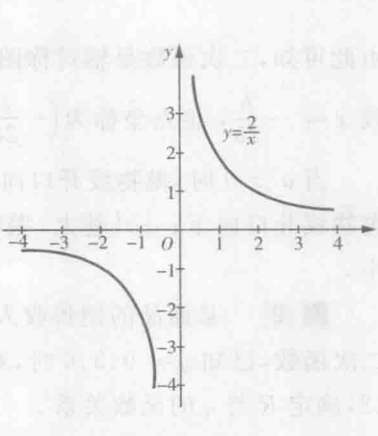


图 1-3

例 8(反比例函数的经济应用)　公司某产品的销售数量Q与其销售价格p成反比,已知该产品每台价格为 320 元时,可销售 240000 台,如果每台单价提升至 480 元,将会销售多少台?

解　设销售数量Q与其销售价格p的函数关系为 $Q(p)=\dfrac{k}{p}$. 已知该产品每台价格为 320 元时,可销售 240000 台,于是有

$$240000=\frac{k}{320},\ k=76800000$$

所以

$$Q(480)=\frac{76800000}{480}=160000\text{ 台}$$

(3) 二次函数

形如 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$, a、b、c 为常数)的函数称为二次函数. 二次函数表达式的右边通常为二次三项式.

① 二次函数的图形

描点作二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图形.

(ⅰ) 列表

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

(ⅱ) 描点、连线

可以看出,二次函数的图形是一条抛物线,如图 1-4 所示.

② 二次函数的性质

对二次函数配方得

$$y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$$

由此可知,二次函数是轴对称图形. 对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}$, 顶点坐标为 $\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$.

当 $a>0$ 时,抛物线开口向上;当 $a<0$ 时,抛物线开口向下; $|a|$ 越大,抛物线的开口则越小.

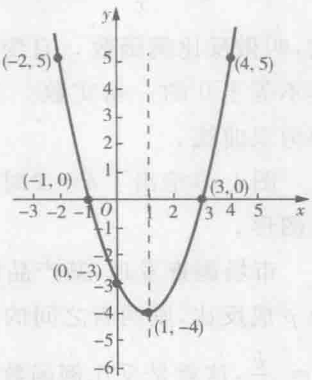


图 1-4

例 9　某商品的销售收入 R 是销售量 q 的二次函数,已知 $q=0$、3、6 时,对应的 R 为 0、9、12,确定 R 与 q 的函数关系.

解　设函数为 $R=aq^2+bq+c$,将已知条件代入得

$$\begin{cases}0=c\\9=9a+3b+c\\12=36a+6b+c\end{cases}$$