

Bayesian Financial Stochastic Volatility Models and Applications

贝叶斯金融随机波动  
模型及应用

郝立亚 朱慧明 著



经济管理出版社

ECONOMY & MANAGEMENT PUBLISHING HOUSE

区域经济发展青年学者论丛

Bayesian Financial Stochastic Volatility Models and Applications

贝叶斯金融随机波动  
模型及应用

郝立亚 朱慧明 著



经济管理出版社

ECONOMY & MANAGEMENT PUBLISHING HOUSE

**图书在版编目 (CIP) 数据**

贝叶斯金融随机波动模型及应用/郝立亚, 朱慧明著. —北京: 经济管理出版社, 2015. 1

ISBN 978-7-5096-3527-8

I. ①贝… II. ①郝… ②朱… III. ①金融—经济波动—理论研究 IV. ①F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 288819 号



出版发行: 经济管理出版社

(北京市海淀区北蜂窝 8 号中雅大厦 A 座 11 层 100038)

网 址: www.E-mp.com.cn

电 话: (010) 51915602

印 刷: 北京京华虎彩印刷有限公司

经 销: 新华书店

开 本: 880mm×1230mm/32

印 张: 8.75

字 数: 244 千字

版 次: 2015 年 1 月第 1 版 2015 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5096-3527-8

定 价: 28.00 元

· 版权所有 翻印必究 ·

凡购本社图书, 如有印装错误, 由本社读者服务部负责调换。

联系地址: 北京阜外月坛北小街 2 号

电话: (010) 68022974 邮编: 100836

# **丛书编委会名单**

**主 编：肖 文**

**副主编：马 翔**

**编 委：【按姓氏拼音排序】**

樊丽淑 賚金洲 郝立亚 姜丽花

李雪艳 刘 彬 娄赤刚 王 培

吴标兵 张 炯 朱孟进

# 总序

改革开放以来，我国各地区依托自身优势，形成了富有本土特色的地方经济，先后出现了“温州模式”、“苏南模式”、“珠三角模式”等诸多经济发展模式。21世纪伊始，我国又陆续出台了西部大开发、中部崛起、振兴东北老工业基地等一系列促进区域经济发展的战略。近年来，国家先后实施了珠江三角洲、长江三角洲、天津滨海新区、重庆两江新区、舟山群岛新区等多个区域型经济发展的国家战略。最近，国家又推出了“丝绸之路经济带”和“海上丝绸之路”的“一路一带”战略。但是不容忽视的是，我国地域辽阔导致自然地理资源差异巨大、工业化发展使得环境负重累累、金融危机之后国际经济形势尚未明朗以及经济发展进程中的转型升级困境等问题日益凸显，如何使这些区域经济发展战略能够更好地落到实处、产生更大的成效，已经成为当前的一个热点问题，该系列命题不仅是区域经济学研究的重点，更是研究的难点。

国内对区域经济发展的理论研究起步较晚，而且现阶段的研究多是着重对策建议，忽视了区域经济发展的基础理论研究，同时在研究方法上与国外学术前沿相比亦存在一定差距。“区域经济发展青年学者论丛”系列丛书，一方面突出研究的系统性，重视经济学理论方法和数量分析方法的介绍和应用；另一方面兼顾应用性，立足于我国区域经济发展的现实问题，尽可能使研究对象本土化、研究成果能落地。在研究方法上，丛书对接国外学术前沿，引入西方学术前沿主流的数量经济学研究方法，尽可能做到以最先进的方法研究最本土的区

域经济问题。在研究内容上，丛书基于宏观层面、中观层面、微观层面，利用数量分析的方法来剖析我国区域经济发展过程中的实际问题，兼顾理论体系与实际问题，努力构建一个结构严谨的整体分析框架和学科体系，具体体现在四个方面：

一是创新驱动推动区域经济转型。丛书从技术进步与产业结构变迁视角分析了技术进步、科技服务业发展的动因、影响及机制，讨论了技术标准化与技术创新、经济增长的互动机理及测度问题。通过这些命题的研究为创新驱动相关研究提供一个新视角、新路径及新模式。

二是企业竞争优势培育推动区域经济转型。丛书在微观上强化对企业管理、企业绩效、人力资本、企业竞争力等核心问题的研究，体现在：从企业知识管理构面研究知识管理与绩效关系；从人力资本视角研究中国要素收入分配导向；从企业家特质性视角研究企业家特质与企业竞争力培育。这些微观命题研究为区域经济转型发展提供了新案例、新观念及新举措。

三是区域经济发展的数理基础及其应用。丛书强化了数量研究基础及其应用，着重研究了随机波动与半参数估计方法在区域经济发展中的应用问题，体现在：基于蒙特卡洛模拟的金融随机波动模型及应用研究；带异方差情形的平均处理效应的半参数估计及其实证研究。这两大数理方法为研究区域经济发展转型问题提供了新的理论基础与研究方法。

四是区域服务业发展的最新趋势与竞争优势培育。丛书以浙江省和宁波市为例，系统研究了浙江省服务贸易、宁波海洋金融、宁波服务外包等区域服务业发展问题。重点讨论了浙江省服务业与服务贸易发展的新特点、新趋势与新路径；结合浙江海洋经济发展示范区国家战略研究了宁波发展海洋金融的路径问题；从服务外包园区视角讨论了服务业国际化时代宁波服务外包园区竞争优势培育的创新路径与对策。这些命题研究既有案例，又有经验总结；既有路径分析，又有模

## 总 序

---

式提炼，为其他区域经济转型与发展提供了很好的借鉴。

本丛书是“区域经济学”宁波市重点学科建设的阶段性成果。浙江大学宁波理工学院经济与贸易学院长期致力于区域经济发展的理论和实践研究，期望以此为平台，不断总结和拓展区域经济发展领域的优秀研究成果，推动理论创新，为中国区域经济转型尽一份力。

肖 文

2014年6月于浙江大学

## 前　　言

贝叶斯理论诞生于 18 世纪 60 年代，随着理论的发展在金融工程与风险管理、宏观经济预测、市场营销、人工智能与模式识别、统计质量控制与可靠性工程等很多领域获得了广泛应用。

20 世纪 70 年代以来，金融自由化浪潮在世界各国迅速展开，竞争与资产替代带来了更多的不稳定性因素，加剧了经济及金融系统的风险，波动性特征愈发明显。因此以波动为主要成分的用以规避风险的投资理论和相应的金融工具一直是理论界和实务界所关注的重要课题。在突破了分析工具的限制之后，时变波动过程的建模方法为进行有效的风险管理提供了有力的分析工具，其中，随机波动模型（SV）中的方差即波动性由一个不可观测的随机过程决定，为刻画波动特征提供了一种更为灵活的模型结构，被认为是一种更加适合经济金融领域波动过程的建模方法。

由于 SV 模型包含不可观测的隐波动变量，因此难以得到似然函数的精确表达，而其各种扩展形式更为复杂，实现潜在状态变量和参数的估计都极为困难，因此模型的估计过程一直是理论和实证研究中的重点和难点问题。近年来，随着计算技术的不断发展，以蒙特卡洛模拟为基础的估计方法在处理高维积分的问题方面显示了独特的优势。本书主要研究了基于马尔科夫链蒙特卡洛估计（MCMC）和序贯蒙特卡洛估计方法（SMC）的 SV 模型及其扩展形式的建模与应用问题。这类估计方法是建立在贝叶斯方法的框架下，提供了一种有效的分析工具。

本书共分为八章，结构体系如下：第一章，绪论；第二章，金融时变模型建模方法概述；第三章，标准随机波动模型的 MCMC 算法；第四章，随机波动扩展模型的 MCMC 抽样算法及应用；第五章，基于序贯蒙特卡洛方法的标准 SV 模型识别；第六章，基于序贯蒙特卡洛方法的参数学习；第七章，变结构随机波动模型的 SMC 算法及应用；第八章，结论与展望。

本书第一章和第二章由郝立亚和朱慧明合作完成，其余各章由郝立亚完成。在本书的撰写过程中，杜克大学统计学院的 Jouchi Nakajima 博士和厦门大学王亚南研究院的郑挺国老师提出了很多宝贵意见。本书的部分研究成果得到国家自然科学基金项目（71171075）和国家自然科学基金创新研究群体项目（71221001）的资助。同时，在本书的出版过程中，得到了浙江大学宁波理工学院肖文教授和经济管理出版社贾晓建老师的大力支持及帮助，笔者在此表示衷心的感谢！

由于笔者水平有限，书中必定存在疏漏与不足，恳请专家和读者提出宝贵的意见。

郝立亚

2014 年 10 月

# 目 录

|   |     |
|---|-----|
| <b>第一章 绪论 .....</b>                     | 1   |
| 一、金融市场波动理论.....                         | 1   |
| 二、研究思路与意义.....                          | 5   |
| 三、相关研究综述.....                           | 9   |
| 四、研究内容概述 .....                          | 17  |
| <br>                                    |     |
| <b>第二章 金融时变模型建模方法概述 .....</b>           | 22  |
| 一、ARCH 模型及其扩展形式 .....                   | 24  |
| 二、SV 模型及其扩展形式 .....                     | 30  |
| <br>                                    |     |
| <b>第三章 标准随机波动模型的 MCMC 算法 .....</b>      | 36  |
| 一、标准 SV 模型及其统计性质 .....                  | 36  |
| 二、SV 模型的参数估计方法.....                     | 41  |
| 三、标准 SV 模型的 MCMC 估计算法 .....             | 46  |
| 四、本章小结 .....                            | 71  |
| <br>                                    |     |
| <b>第四章 随机波动扩展模型的 MCMC 抽样算法及应用 .....</b> | 72  |
| 一、长记忆随机波动模型的贝叶斯推断分析 .....               | 72  |
| 二、贝叶斯波动均值 SV 模型的建模与实证分析 .....           | 85  |
| 三、贝叶斯多因子 SV 模型的建模与实证分析 .....            | 104 |
| 四、贝叶斯 MSSV 模型的建模与实证分析.....              | 118 |

|   |            |
|---|------------|
| 五、本章小结.....                               | 129        |
| <br>                                      |            |
| <b>第五章 基于序贯蒙特卡洛方法的标准 SV 模型识别 .....</b>    | <b>131</b> |
| 一、状态空间下的随机波动模型.....                       | 132        |
| 二、序贯蒙特卡洛估计方法.....                         | 136        |
| 三、仿真分析.....                               | 149        |
| 四、本章小结.....                               | 161        |
| <br>                                      |            |
| <b>第六章 基于序贯蒙特卡洛方法的参数学习.....</b>           | <b>163</b> |
| 一、人工噪声过程下的参数学习.....                       | 165        |
| 二、序贯贝叶斯滤波参数学习算法.....                      | 170        |
| 三、仿真分析.....                               | 180        |
| 四、本章小结.....                               | 196        |
| <br>                                      |            |
| <b>第七章 变结构随机波动模型的 SMC 算法及应用 .....</b>     | <b>198</b> |
| 一、变结构随机波动模型的建模思路.....                     | 198        |
| 二、基于辅助粒子滤波算法的 MSSV 模型估计与应用 .....          | 201        |
| 三、基于序贯贝叶斯滤波算法的杠杆效应 MSSV 模型<br>估计与应用 ..... | 213        |
| 四、本章小结.....                               | 235        |
| <br>                                      |            |
| <b>第八章 结论与展望.....</b>                     | <b>237</b> |
| 一、本书的主要研究结论与创新.....                       | 237        |
| 二、研究展望.....                               | 239        |
| <br>                                      |            |
| <b>参考文献.....</b>                          | <b>241</b> |

# 第一章 绪 论

## 一、金融市场波动理论

### (一) 金融市场波动的概念

纵观人类社会经济金融系统的发展历程，系统的不稳定性贯穿始终。特别是 20 世纪 70 年代以来，随着布雷顿森林体系的瓦解，金融自由化浪潮在世界各国迅速展开，竞争与资产替代带来了更多的不稳定性因素，尤其是对于新兴市场经济体，经济及金融的系统性动荡从来没有停止过。如 1982 年拉美国家爆发了债务危机；1994 年墨西哥出现了金融危机；1997 年东南亚各国陷入了金融危机；还有乌拉圭在 2002 年出现的金融危机等。特别是近年来，由美国的次贷危机引发的世界范围内金融危机正在扩散，极有可能因此引发一次新的金融危机对一些新兴市场国家产生严重影响，世界经济发展面临严峻的挑战。金融系统的不稳定性表现在金融资产收益或者价格的非预期变化，则金融市场波动性指的是金融资产的收益或者价格变动的不确定性或者不可预测性。随着金融波动性的日益加剧，相应的金融风险也不断增大。在市场交易的过程中，准确度量金融资产的波动性特征有助于明确市场参与者承担的风险，对投资者、监管者以及对证券市场功能的发挥均具有十分重要的推动意义。此外，一些金融衍生产品的

定价模式也取决于标的资产的波动性，对金融波动性的衡量和预测是完成相关交易的前提条件。因此，对金融市场波动性的内在市场机制及其在资产定价、投资组合选择与风险管理等领域的经济含义与具体应用的深入分析，已经成为金融市场理论与实证研究中的重要课题。

早在 20 世纪 50 年代，Markowitz（1952）就提出了证券组合选择理论，在金融理论发展历史中具有里程碑式的意义，被认为是现代证券理论的基石。Markowitz 的投资组合理论中运用概率论和线性规划的发放，提出了“均值一方差”分析方法和投资组合有效边界模型，其中“均值一方差”分析法是以金融资产收益率的均值代表不确定的收益，以资产收益率的方差来代表投资组合的风险。对投资组合风险的衡量方法就是一种波动性的度量方法，即通过计算资产收益率的样本方差，得到对总体方差的无偏估计量。Markowitz 的波动衡量方法假定金融时间序列的波动性是不随时间变化的，然而通过对金融时间序列的大量实证研究表明，股票、汇率等金融时间序列具有时变性的波动特征，不满足传统金融计量学的假定。由此，对金融资产波动不确定性的理论和方法的研究逐渐形成了现代金融理论的主流方向，涌现出以 Engle 为代表的一批优秀的计量经济学家，开展了一系列的建模及估计过程的研究探索，获得了丰富的理论与实践方面的成果。

## （二）金融市场波动的特征

随着金融经济学理论的发展，对金融产品价格波动率的建模分析逐渐成为理论界和实务界关注的焦点问题。在对波动的建模过程中，大量实证研究表明金融经济中的时间序列呈现出新的特点，其中的一些典型特征违背了经典的计量经济模型的假设。例如：

### 1. 高峰厚尾性

Mandelbrot（1963）和 Fama（1965）等在 20 世纪 60 年代初期就发现资产收益呈现“高峰厚尾”的现象，即资产收益有着比正态分布更高的峰与更厚的尾。于是，许多文献提出把资产收益作为从厚尾

分布抽取的独立同分布序列建模，假定误差项服从 t 分布或广义误差分布（GED）等非正态的厚尾分布，可以较好地描述收益序列的“高峰厚尾”特征。

### 2. 波动的聚集性

大量的有关金融数据的实证研究表明用来表示不确定性和风险的方差是随时间而变化的，并且方差存在集聚性。McNees (1979) 曾经指出：“与不同的预测阶段相联系的内在的不确定性或者随机性总是随着时间变化而变化的”，“大的误差和小的误差结合在一起，总是处在不断的变化之中。”传统的计量经济学模型关于独立同方差的假定已不适于描述金融市场的价格变化规律。

### 3. 非线性结构

经济行为中的许多方面不可能都是线性的。实证研究和随机抽样表明，投资者对风险和预期回报的态度是非线性的。另外，市场参与者相互影响的策略，信息内生化形成证券价格的过程，经济领域波动的动力机制等在本质上都是非线性的。非线性现象为金融计量学开辟了新的研究领域，但也对金融计量建模提出了新的挑战。

### 4. 杠杆效应

金融资产波动的“杠杆效应”最初是由 Black (1976) 发现的，表现为股票价格的运动与未来波动之间呈现出的负相关关系。Black 对这种现象提出了一种解释，认为波动的变化与股票价格变化的非对称联系机理是，如果股价下降，将导致资产负债比的增加，即所谓的财务杠杆变大，因此提高了公司的风险，从而导致未来波动的上升。

### 5. 波动的长记忆特征

在经济金融领域的实证研究中，大量证据表明波动变量之间具有较强的相依性特征，即长记忆性或高持续性，特别是对于高频数据来说，其条件波动过程近似为单位根过程。波动长记忆特征的表现为随着时间间隔的增加，观测序列的自相关系数衰减得非常缓慢，因此现

在的波动预期对未来产生长远的影响。早期如 Smith (1983) 就观测到了农业经济数据中具有的这种特征。Ding (1993) 等人研究了投机资产滞后收益序列的相关性，发现较长的滞后阶数具有较高的自相关性，这一结果可用于描述股票指数的日收益序列波动特征，且对于商品市场和外汇市场的价格序列也成立。

### 6. 以模型为基础的金融波动特征

上述金融波动的特征均是在实际经验中观察得到的，以经验化事实为指导，不依赖于模型形式的选择。除此以外，还有一些波动特征以模型为基础，依赖于特定模型的设定以及定价方程的计算，如隐含波动的相关特征。隐含波动率是指在理论权证价格模型中代入市场交易价格，从而反推出的波动率。由于许多期权定价实际上是在其隐含波动计算的基础上得到的，因此对隐含波动率的研究得到了广泛地重视。股票、股指及货币期权的隐含波动特征是极为相似的，具有平稳性的特征，可以由一阶自相关模型来较好地描述。

实证研究发现，期权隐含波动的期限结构存在“上翘”的现象，即短期限的期权波动较低，长期限则波动较高。这与 Black-Scholes 模型预测出的平坦的波动期限结构是不一致的。同时，对于中期限隐含波动对于信息的敏感性是否高于预测估计的敏感性，学术界仍然存在争议。

根据 Black-Scholes 期权定价模型的假设，隐含波动率是常数。然而实证研究表明，同种标的相同到期日的期权，当期权处于深度虚值和深度实值时，期权隐含波动率与行权价格之间存在非线性关系，即不同行权价格的隐含波动曲线是“U”形形状，这种中间低两边高的波动率曲线又称为“波动率微笑”。因此，在期权定价模型的构建过程中需要考虑标的资产价格波动率的变化形式，以解释波动率的“微笑”现象，如 Dupire (1994) 等令完备市场下的隐含波动率是价格及时间的确定函数，从而给出了期权的定价方法，而在不完备市场的情况下 Bakshi et al. (1997) 与 Jiang (1999) 等把隐含波动率看作是随机变量，构建随机波动模型进行期权定价。

## 二、研究思路与意义

### (一) 研究思路与技术路线

随着现代计量经济学和计算技术的发展，时变波动过程的建模方法为进行有效的风险管理提供了有力的分析工具，在资产组合和金融产品定价等领域得到了广泛地应用。从已有文献可以看出，时变波动模型的构建和估计等问题的研究发展较为迅速，特别是近年来对 SV 模型及应用方面的研究逐渐发展成为该领域的热点问题。根据目前研究状况，作者从以下几个方面入手进行深入的讨论：

(1) 在经典统计建模理论体系之下，波动模型中的参数估计与检验统计量的分布未知，因此难以确定检验统计量的精确临界值。此外，金融经济领域的时间序列数据并不满足经典统计中的独立重复试验条件，因此随着经济金融系统的不断发展，预期变量的生成行为会发生相应变化。而在贝叶斯方法中，模型参数是一个随机变量，也有具体的统计分布形式，从而为解决上述问题提供了一种有效的研究工具。因此，利用贝叶斯方法的框架下分析时变波动模型是一个具有较大探索空间的课题。

(2) 为了更为精确全面地刻画金融时间序列的波动特征，发展出多种时变波动模型的扩展形式。随着模型形式的复杂化，一般难以得到模型参数的解析式，而蒙特卡洛模拟方法为各种复杂模型特别是对于估计较为困难的 SV 类模型提供了一套有效的估计方法。其中传统的 MCMC 方法由于样本相关性过高使得收敛速度很慢，并不利于实证分析，因此针对各种扩展形式的时变波动模型设计高效的 MCMC 估计方法并进行相关的应用研究是一个还需要开展深入工作的方向。

(3) 由于 SV 模型是一类典型的非线性非高斯的状态空间模型，

因此后验分布的解析式仅仅在概念上存在，需要寻求贝叶斯估计的近似解。基于马尔科夫链的蒙特卡洛估计方法在每个时刻新的观测值到来的时候，后验概率密度就要被重新估算一次，并且需要大量的存储空间。而 SMC 技术的利用系统状态转移模型预测状态的先验概率密度，再使用最近的观测值修正得到后验概率密度，继而序贯得到状态的最优估计。就是说在每一时刻，无须处理过去时间的全部数据，而是根据当前时刻的观测向量和前一个或几个时刻的状态向量估算当前的状态向量。由此可见，该技术适用于金融和经济分析中普遍存在的在线数据（On-line Data）的分析。目前，SMC 技术在经济金融领域中的相关文献还较少，如何针对 SV 模型设计一种有效的滤波算法也是笔者所关注的一个主要问题。

本书主要研究了金融时变波动模型的蒙特卡洛模拟方法及其在经济金融领域的实证分析，研究的技术路线如图 1-1 所示。从技术路线图中可以看出：本书在分析现实研究背景以及进行文献综述的基础上，提出了研究的问题——基于蒙特卡洛模拟的金融时变波动模型研究；归纳梳理了 MCMC 模拟方法的理论基础，更进一步提出了 SMC 方法的解决思路，提出了贝叶斯在线推断技术；在此基础上，首先研究了自回归条件异方差和 SV 模型及其各自扩展模型的 MCMC 改进算法及应用研究，然后着重讨论了 SV 模型的 SMC 算法，并针对文献中应用广泛的变结构 SV 模型，给出了相应的辅助粒子滤波算法和序贯贝叶斯滤波算法，并对我国金融市场进行了实证分析。

## （二）研究意义

### 1. 理论意义

在对时间序列数据的研究过程中，观测值一般会受到随机噪声项的干扰，为了从观测数据中提取有用的统计信息，或者进行各种有效的统计推断以发现我们所感兴趣的未知知识，有必要进行恰当的统计建模和发展有效的估计理论。在金融风险的研究领域，对金融时间序