高等学校公共基础课重点规划教材

高等数学学习指导教程

主　编　过芒吉　索南仁欠

西安电子科技大学出版社
http://www.xduph.com

高等学校公共基础课重点规划教材

高等数学学习指导教程

主编　过芒吉　索南仁欠

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书按高等数学课本的内容分为13章，每章中各节由重点内容、典型例题组成，章末还附有习题. 重点内容部分系统介绍了基本概念、公式、定理和方法；典型例题部分分层次选择例题，着重分析解题思路，探索解题规律，归纳和总结解题方法；习题部分选编了基础和应用相结合的数量相当的习题，以帮助读者巩固知识，融会贯通.

本书适合高等院校、成人教育的学生学习使用，也可作为高等院校教师的教学参考书.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学学习指导教程/过芒吉，索南仁欠主编. —西安：西安电子科技大学出版社，2014.9

高等学校公共基础课重点规划教材

ISBN 978-7-5606-3148-0

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①过… ②索… Ⅲ. ①高等数学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第121456号

策划编辑 王 飞

责任编辑 刘玉芳 王 飞

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 北京京华虎彩印刷有限公司

版 次 2014年9月第1版 2014年9月第1次印刷

开 本 787毫米×960毫米 1/16 印张 14

字 数 278千字

定 价 25.00元

ISBN 978-7-5606-3418-0/O

XDUP 3710001-1

*** **如有印装问题可调换** ***

前　　言

高等数学是大学工学、经济学、管理学等各学科和专业的一门重要的基础课，也是这些学科和专业的硕士研究生入学考试必考科目之一．集中梳理基本概念，使得知识结构层次分明；解题方法灵活易懂；习题选编综合典型，这些是本书编写的宗旨所在．

本书紧扣教学内容，共分为 13 章，每章包含若干节，每节由以下三部分组成：

一、重点内容：主要介绍与本节相关的核心内容，即基本概念、公式、定理和方法，以巩固概念、凝练知识点．

二、典型例题：选择有代表性的例题，给出恰当分析，指出解题思路和方法，进而提高读者分析问题、解决问题的能力，达到理论与实践相结合的目的．

三、习题：选择基础和应用相结合并能够充分考察知识点的数量适当的习题，以配合课程的学习和知识点的巩固．

本书对重点内容的介绍和总结，思路清楚、重点突出、简明扼要、层次分明，对典型例题的论证和计算，思路开阔、方法灵活、清晰易懂、融会贯通，旨在引导读者结合课堂教学或自学、复习，准确理解高等数学中的诸多概念和理论，熟练掌握实际问题的解决方法和技巧，最终帮助读者快捷、系统、深入地学习高等数学这门课程．

本书由过芒吉、索南仁欠编写．

由于编者水平有限，加之时间仓促，书中不妥之处在所难免，恳请广大读者及同行指正．

感谢西安电子科技大学出版社对本书顺利出版的鼎力帮助．

编　者

2014 年 5 月

目　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章　函　　数

函数是高等数学中的基本概念之一，是高等数学的主要研究对象．在初等数学中已经学习过函数的相关知识，本章将对函数的概念和常用符号进行系统复习．

1.1　函数的相关概念

一、重点内容

1．集合的概念

具有某种特定性质的事物的总体称为集合，简称集．组成这个集合的事物称为该集合的元素．通常用大写的英文字母 A，B，C，…表示集合；用小写的英文字母 a，b，c，…表示集合的元素．

2．元素与集合的关系

若 a 是集合 A 的元素，则称 a 属于 A，记作 $a\in A$；否则称 a 不属于 A，记作 $a\notin A$（或 $a\,\overline{\in}\,A$）．

3．集合的分类

含有有限个元素的集合称为有限集；由无限个元素组成的集合称为无限集；不含任何元素的集合称为空集，用 $\varnothing$ 表示．

4．集合的表示方法

（1）列举法：是将集合的元素一一列举出来，写在一个花括号内．

（2）描述法：是指明集合元素所具有的性质，即将具有某种性质特征的元素 x 所组成的集合 A 记作

$$A=\{x\,|\,x\text{ 具有某种性质特征}\}$$

5．区间

区间是一类数集．设 a 和 b 都是实数，且 $a<b$.

（1）开区间：数集 $\{x\,|\,a<x<b\}$ 称为开区间，记作 $(a,\ b)$，即

$$(a,\ b)=\{x\,|\,a<x<b\}$$

a 和 b 称为开区间 (a, b) 的端点，这里 $a \notin (a, b)$，$b \notin (a, b)$.

(2) 闭区间：数集 $\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$ 称为闭区间，记作 $[a, b]$，即

$$[a, b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$$

a 和 b 也称为闭区间 $[a, b]$ 的端点，这里 $a \in [a, b]$，$b \in [a, b]$.

(3) 半开半闭区间：数集 $[a, b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}$ 和 $(a, b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}$ 称为半开半闭区间.

(4) 无限区间：

$$(-\infty, +\infty) = \{x \mid -\infty < x < +\infty\} = \mathbf{R}$$

$$(-\infty, b] = \{x \mid -\infty < x \leqslant b\}$$

$$(-\infty, b) = \{x \mid -\infty < x < b\}$$

$$[a, +\infty) = \{x \mid a \leqslant x < +\infty\}$$

$$(a, +\infty) = \{x \mid a < x < +\infty\}$$

注：记号“$-\infty$”与“$+\infty$”分别表示“负无穷大”与“正无穷大”.

6. 邻域

设 a 是一个给定的实数，δ 是某一正数，称数集

$$\{x \mid a-\delta < x < a+\delta\}$$

为点 a 的 δ 邻域，记作 $U(a, \delta)$. 称点 a 为该邻域的中心，δ 为该邻域的半径，如图 1-1 所示.

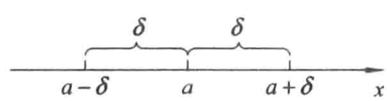

图 1-1

7. 去心 δ 邻域

若把邻域 $U(a, \delta)$ 的中心去掉，所得到的邻域称为点 a 的去心 δ 邻域，记作 $\mathring{U}(a, \delta)$，即

$$\mathring{U}(a, \delta) = \{x \mid 0 < |x-a| < \delta\}$$

8. 函数的概念

设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的非空数集，如果对于每个数 $x \in D$，变量 y 按照一定法则总有确定的数值和它对应，则称 y 是 x 的函数，记作 $y = f(x)$，数集 D 叫做这个函数的定义域，记为 $D(f)$，x 叫做自变量，y 叫做因变量.

9. 函数关系

对 $x_0 \in D$，按照对应法则 f，总有确定的值 y_0（记为 $f(x_0)$）与之对应，称 $f(x_0)$ 为函

数在点 x_0 处的函数值，因变量与自变量的这种相依关系通常称为函数关系.

10. 值域

当自变量 x 取遍 D 的所有数值时，对应的函数值 $f(x)$ 的全体组成的集合称为函数 f 的值域，记为 $R(f)$，即

$$R(f)=\{y\mid y=f(x),\ x\in D\}$$

11. 几个常用函数

几个常用函数为分段函数、绝对值函数、符号函数、最大取整函数.

二、典型例题

例 1 求函数 $y=\sqrt{4-x^2}+\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域.

解 要使数学式子有意义，x 必须满足

$$\begin{cases}4-x^2\geqslant 0\\ x-1>0\end{cases}$$

即

$$\begin{cases}|x|\leqslant 2\\ x>1\end{cases}$$

由此有

$$1<x\leqslant 2$$

因此函数的定义域为 $(1,2]$.

1.2 函数的几种特性

重点内容

1. 函数的奇偶性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，如果对于任一 $x\in D$，恒有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数；如果对于任意 $x\in D$，恒有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数.

2. 函数的单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subseteq D$，如果对于区间 I 内的任意两点 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在 I 上单调增加，此时，区间 I 称为单调增加区间；如果对于区间 I 内的任意两点 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时都有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称

函数 $f(x)$ 在 I 上单调减少，此时，区间 I 称为单调减少区间.

3. 单调函数

单调增加和单调减少的函数统称为单调函数.

4. 单调区间

单调增加区间和单调减少区间统称为单调区间.

5. 周期函数

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，若存在一个常数 $T\neq 0$，使得对于任一 $x\in D$，必有 $x\pm T\in D$，并且使 $f(x\pm T)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为周期函数，其中 T 称为函数 $f(x)$ 的周期，周期函数的周期通常是指它的最小正周期.

6. 有界函数

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subseteq D$，如果存在一个正数 M，使得对于任一 $x\in I$，都有 $|f(x)|\leqslant M$，则称函数 $f(x)$ 在 I 上有界，也说 $f(x)$ 是 I 上的有界函数. 否则，称 $f(x)$ 在 I 上无界，也称 $f(x)$ 为 I 上的无界函数.

1.3 反函数、复合函数

重点内容

1. 反函数

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，值域为 W. 如果对于 W 中的任一数值 y，都有 D 中唯一的一个 x 值，满足 $f(x)=y$，将 y 与 x 对应，则所确定的以 y 为自变量的函数 $x=\varphi(y)$ 叫做函数 $y=f(x)$ 的反函数，记作 $x=f^{-1}(y)$，$y\in W$. 相对于反函数而言，原来的函数叫做直接函数.

注：反函数 $x=\varphi(y)$ 的定义域正好是函数 f 的值域，反函数 $\varphi(y)$ 的值域正好是函数 f 的定义域.

2. 复合函数

设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 $D(f)$，值域为 $R(f)$，而函数 $u=g(x)$ 的定义域为 $D(g)$，值域为 $R(g)\subseteq D(f)$，则对任意 $x\in D(g)$，通过 $u=g(x)$ 有唯一的 $u\in R(g)\subseteq D(f)$ 与 x 对应，再通过 $y=f(u)$ 又有唯一的 $y\in R(f)$ 与 u 对应. 这样，对任意 $x\in D(g)$，通过 u，有唯一的 $y\in R(f)$ 与之对应. 因此 y 是 x 的函数，称这个函数为 $y=f(u)$ 与 $u=g(x)$ 的复合函数，记作 $y=(f\cdot g)(x)=f(g(x))$，$x\in D(g)$，u 称为中间变量.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

1.4　基本初等函数、初等函数

一、重点内容

1. 基本初等函数

幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数统称为基本初等函数。

(1) 幂函数：函数 $y=x^{\mu}$(μ 是常数)称为幂函数.

幂函数 $y=x^{\mu}$的定义域随 μ 的不同而异，但无论 μ 为何值，函数在$(0, +\infty)$内总是有定义的.

(2) 指数函数：函数 $y=a^x$(a 是常数且 $a>0$，$a\neq1$)称为指数函数.

指数函数 $y=a^x$的定义域是$(-\infty, +\infty)$，图像通过点$(0, 1)$，因为 $a>0$，所以无论 x 取什么值，$a^x>0$，于是指数函数 $y=a^x$的图像总在 x 轴上方. 当 $a>1$ 时，$y=a^x$是单调增加的；当 $0<a<1$ 时，$y=a^x$是单调减少的.

注：以常数 e 为底的指数函数是：$y=e^x$.

(3) 对数函数：函数 $y=\log_a x$(a 是常数且 $a>0$，$a\neq1$)称为对数函数.

对数函数 $y=\log_a x$ 的定义域为$(0, +\infty)$，图像过点$(1, 0)$. 当 $a>1$ 时，$y=\log_a x$ 单调增加；当 $0<a<1$ 时，$y=\log_a x$ 单调减少.

注 1：常用对数是以 10 为底的对数函数，记作 $y=\lg x$.

注 2：自然对数是以 e 为底的对数函数，记作 $y=\ln x$.

(4) 三角函数：正弦函数 $y=\sin x$、余弦函数 $y=\cos x$、正切函数 $y=\tan x$、余切函数 $y=\cot x$、正割函数 $y=\sec x$、余割函数 $y=\csc x$ 称为三角函数.

(5) 反三角函数：反正弦函数 $y=\arcsin x$、反余弦函数 $y=\arccos x$、反正切函数 $y=\arctan x$、反余切函数 $y=\operatorname{arccot} x$ 称为反三角函数.

2. 初等函数

由常数和基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合而构成，并能用一个解析式表示的函数，称为初等函数.

二、典型例题

例 1　写出下列函数的复合函数.

(1) $y=\sqrt{1+u}$，$u=x^2-4$；

(2) $y=\arctan u$，$u=\dfrac{1}{\sqrt{t}}$，$t=x^2-1$.

解 (1) $y=\sqrt{1+u}=\sqrt{x^2-3}$.

(2) $y=\arctan u=\arctan\dfrac{1}{\sqrt{t}}=\arctan\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$.

例 2 设 $f(x)=\begin{cases}2^x, & x<1\\ x, & x\geqslant 1\end{cases}$，$g(x)=\begin{cases}x+2, & x<0\\ x^2-1, & x\geqslant 0\end{cases}$，求 $f(g(x))$.

解 将 $g(x)$ 代入 $f(x)$ 即得

$$f(g(x))=\begin{cases}2^{g(x)}, & g(x)<1\\ g(x), & g(x)\geqslant 1\end{cases}$$

(1) 当 $g(x)<1$ 时，有下面两种情形：

$x<0$ 时，$g(x)=x+2<1\Rightarrow x<-1$；

$x\geqslant 0$ 时，$g(x)=x^2-1<1\Rightarrow 0\leqslant x\leqslant\sqrt{2}$.

(2) 当 $g(x)\geqslant 1$ 时，有下面两种情形：

$x<0$ 时，$g(x)=x+2\geqslant 1\Rightarrow -1\leqslant x<0$；

$x\geqslant 0$ 时，$g(x)=x^2-1\geqslant 1\Rightarrow x\geqslant\sqrt{2}$.

综合以上可得所求复合函数为

$$f(g(x))=\begin{cases}2^{x+2}, & x<-1\\ x+2, & -1\leqslant x<0\\ 2^{x^2-1}, & 0\leqslant x<\sqrt{2}\\ x^2-1 & x\geqslant\sqrt{2}\end{cases}$$

例 3 判定函数 $y=x^2+\sqrt{\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}}$ 和 $y=\begin{cases}x+3, & x\geqslant 0\\ x^2, & x<0\end{cases}$ 是否为初等函数.

解 因为函数 $y=x^2+\sqrt{\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}}$ 是由基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合构成的，并能用一个解析式表示，所以是初等函数. 而函数 $y=\begin{cases}x+3, & x\geqslant 0\\ x^2, & x<0\end{cases}$ 是个分段函数，它在定义域内不能用一个解析式表示，所以不是初等函数.

习 题 一

1. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\dfrac{x}{1+x}$；　　(2) $y=\log_3(21-7x)$；

(3) $y=\sqrt{2+x-x^2}$；　　(4) $y=\lg(2-x)+\sqrt{3+2x-x^2}$.

2. 求函数值.

(1) $f(x)=\dfrac{|x-2|}{x-1}$，求 $f(0)$，$f(2)$，$f(-2)$.

(2) $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$，求 $f(-x)$，$f\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

(3) $f(x)=\begin{cases}x-1, & -2\leqslant x<0\\ x+1, & 0\leqslant x\leqslant 2\end{cases}$，求 $f(-1)$，$f(0)$，$f(1)$，$f(x-1)$.

3. 判断下列各组函数是否相同.

(1) $f(x)=\ln x^2$ 与 $g(x)=2\ln x$；

(2) $f(x)=\dfrac{x}{x}$ 与 $g(x)=1$；

(3) $f(x)=\sin(2x+1)$ 与 $g(t)=\sin(2t+1)$；

(4) $f(x)=x$ 与 $g(x)=\sqrt{x^2}$.

4. 指出下列函数中哪些是奇函数，哪些是偶函数，哪些是非奇非偶函数.

(1) $f(x)=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$；　　(2) $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$；

(3) $f(x)=3x^2-x^3$；　　(4) $f(x)=\ln\dfrac{1-x}{1+x}$.

5. 设下列函数的定义域均为$(-a,a)$，证明：

(1) 两个奇函数的和仍为奇函数，两个偶函数的和仍为偶函数；

(2) 两个奇函数的积是偶函数，一奇一偶函数的乘积为奇函数.

6. 求下列函数的反函数及其定义域.

(1) $y=\dfrac{1-x}{1+x}$；

(2) $y=10^{x+1}$；

(3) $y=1+\ln(x+2)$；

(4) $y=\dfrac{1-\sqrt{1+x}}{1+\sqrt{1+x}}$；

(5) $y=\begin{cases}x, & -\infty<x<1\\ x^2, & 1\leqslant x\leqslant 4\\ 2^x, & 4<x<+\infty\end{cases}$.

7. 下列函数是由哪些基本初等函数复合而成的？

(1) $y=\sin x^2$；　　(2) $y=\sqrt{\cos(x^2-1)}$；

(3) $y=\sin^2(1+2x)$；　　(4) $y=\cos^2\left[\ln(2+\sqrt{1+x^2})\right]$.

第二章 极限与连续

极限概念是微积分的理论基础，极限方法是微积分的基本分析方法，因此，掌握好极限方法是学好微积分的关键．连续是函数的一个重要性质．本章主要介绍极限与连续的基本知识和基本方法．

2.1 数列的极限

一、重点内容

1．数列

定义在自然数集 N 上的函数，记为 $x_n=f(n)(n=1, 2, 3, \cdots)$．由于全体自然数可以排成一列，因此数列就是按顺序排列的一串数：x_1，x_2，x_3，…，x_n，…，简记为 $\{x_n\}$．数列中的每个数称为数列的项，其中，x_n称为数列的一般项或通项．

2．数列有界

设有数列 $\{x_n\}$，若 $\exists M>0$，对一切 $n=1, 2, \cdots$，有 $|x_n|\leqslant M$，则称数列 $\{x_n\}$ 是有界的，否则称它是无界的．

3．极限

如果对于任意给定的正数 ε，总存在正整数 N，使得对于 $n>N$ 的一切 x_n，都有不等式 $|x_n-A|<\varepsilon$ 成立，则称常数 A 为数列 $\{x_n\}$ 当 $n\to\infty$ 时的极限，或称数列 $\{x_n\}$ 收敛于 A．记为 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=A$ 或者 $x_n\to A(n\to\infty)$．

4．数列极限的几何意义

将数列 $\{x_n\}$ 中的每一项 x_1，x_2，…都用数轴上的对应点来表示．若数列 $\{x_n\}$ 的极限为 A，则对于任意给定的正数 ε，总存在正整数 N，使数列从第 $N+1$ 项开始，后面所有的项 x_n 均满足不等式 $|x_n-A|<\varepsilon$，即 $A-\varepsilon<x_n<A+\varepsilon$，所以数列在数轴上的对应点中有无穷多个点 x_{N+1}，x_{N+2}，…都落在开区间 $(A-\varepsilon, A+\varepsilon)$ 内，而在开区间以外，至多只有有限个点 x_1，x_2，…，x_N（见图 2-1）．

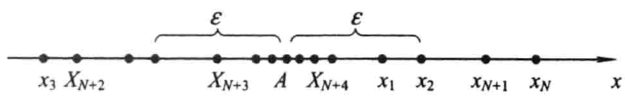

图 2-1

5. 数列极限的性质

(1) 唯一性：若数列收敛，则其极限唯一.

(2) 有界性：若数列 $\{x_n\}$ 收敛，则数列 $\{x_n\}$ 有界. 其逆命题不成立，例如数列 $\{(-1)^n\}$ 有界，但它不收敛.

(3) 保号性：若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$，$a>0$(或 $a<0$)，则 $\exists$ 正整数 N，当 $n>N$ 时，$x_n>0$(或 $x_n<0$).

注 1：无界数列必发散.

注 2：设有数列 $\{x_n\}$，$\exists$ 正整数 N，当 $n>N$ 时，$x_n>0$(或 $x_n<0$)，若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$，则必有 $a\geqslant0$(或 $a\leqslant0$).

二、典型例题

例 1 证明：$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+(-1)^{n-1}}{n}=1$.

证明 对于任给的正数 ε，要使 $|x_n-1|=\left|\dfrac{n+(-1)^{n-1}}{n}-1\right|=\dfrac{1}{n}<\varepsilon$，只要 $n>\dfrac{1}{\varepsilon}$ 即可，所以可取正整数 $N=\left[\dfrac{1}{\varepsilon}\right]$.

因此，$\forall\varepsilon>0$，$\exists N=\left[\dfrac{1}{\varepsilon}\right]$，当 $n>N$ 时，总有 $\left|\dfrac{n+(-1)^{n-1}}{n}-1\right|<\varepsilon$，所以

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n+(-1)^{n-1}}{n}=1$$

例 2 证明：$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{2^n}=0$.

证明 对于任给的正数 ε，要使 $|x_n-0|=\left|\dfrac{1}{2^n}-0\right|=\dfrac{1}{2^n}<\varepsilon$，即 $2^n>\dfrac{1}{\varepsilon}$，只要 $n>\mathrm{lb}\,\dfrac{1}{\varepsilon}$ 即可，所以可取正整数 $N=\left[\mathrm{lb}\,\dfrac{1}{\varepsilon}\right]$.

因此，$\forall\varepsilon>0$，$\exists N=\left[\mathrm{lb}\,\dfrac{1}{\varepsilon}\right]$，当 $n>N$ 时，总有 $\left|\dfrac{1}{2^n}-0\right|<\varepsilon$.

所以
$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2^n}=0$$

例 3 证明 $\lim\limits_{n\to\infty}g^{n-1}=0$，$|q|<1$.

证明 对于任何的正数 ε，要使

$$|x_n-0|=|q^{n-1}-0|=|q|^{n-1}<\varepsilon$$

只要 $(n-1)\ln|q|<\ln\varepsilon$ 即可，因此 $|q|<1$，$\ln|q|<0$，所以

$$n>1+\frac{\ln\varepsilon}{\ln|q|}$$

取 $N=\left[1+\frac{\ln\varepsilon}{\ln|q|}\right]$，则对 $\forall\varepsilon>0$，当 $n>N$ 时，总有 $|q^{n-1}-0|<\varepsilon$. 所以

$$\lim_{n\to\infty}q^{n-1}=0$$

2.2 函数的极限

一、重点内容

1. 函数($x\to\infty$时)的极限

设函数 $f(x)$ 当 $|x|$ 大于某一正数时有定义，A 为一常数，若 $\forall\varepsilon>0$，$\exists X>0$，当 $|x|>X$ 时，都有不等式 $|f(x)-A|<\varepsilon$ 成立，则称常数 A 为函数 $f(x)$ 当 $x\to\infty$ 时的极限，记作 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$ 或者 $f(x)\to A$，$x\to\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$ 的几何意义

对于任给的正数 ε，存在正数 X，当点 $(x, f(x))$ 的横坐标 x 落入区间 $(-\infty, -X)$ 及 $(X, +\infty)$ 以内时，纵坐标 $f(x)$ 的值必定落入区间 $(A-\varepsilon, A+\varepsilon)$ 之内，此时，函数 $y=f(x)$ 的图形就介于两平行直线 $y=A-\varepsilon$ 与 $y=A+\varepsilon$ 之间(见图 2-2).

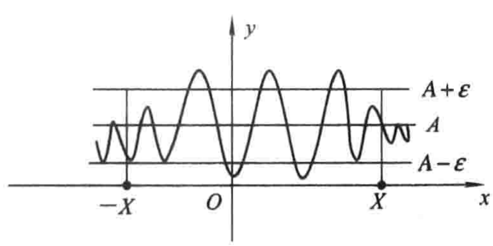

图 2-2

3. 函数($x\to+\infty$)的极限

若 $\forall\varepsilon>0$，$\exists X>0$，当 $x>X$ 时，都有不等式 $|f(x)-A|<\varepsilon$ 成立，则称常数 A 为函数 $f(x)$ 当 $x\to+\infty$ 时的极限，记为 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$.

4. 函数($x\to-\infty$)的极限

若 $\forall\varepsilon>0$，$\exists X>0$，当 $x<-X$ 时，都有不等式 $|f(x)-A|<\varepsilon$ 成立，则称常数 A 为

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com