

Y I N G Y O N G S H U X U E

应用数学

尹志平◎主编



西南交通大学出版社

应用数学

主 编 尹志平

副主编 刘开文 周 雯 郑善桥

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

应用数学 / 尹志平主编. —成都: 西南交通大学出版社, 2014.8
ISBN 978-7-5643-3302-7

I. ①应… II. ①尹… III. ①应用数学—中等专业学校—教材 IV. ①029

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 199600 号

应用数学

主 编 尹 志 平

责任编辑	张宝华
封面设计	墨创文化
出版发行	西南交通大学出版社 (四川省成都市金牛区交大路 146 号)
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮政编码	610031
网 址	http://www.xnjdcbs.com
印 刷	成都中铁二局永经堂印务有限责任公司
成品尺寸	185 mm × 260 mm
印 张	9.75
字 数	231 千字
版 次	2014 年 8 月第 1 版
印 次	2014 年 8 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-3302-7
定 价	22.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

为了适应职业教育教学改革的需要，全面贯彻“以服务为宗旨，以就业为导向”的办学方针，我们遵循“以学生发展为本，注重对学生能力培养”的基本原则，结合职业学校学生实际，参照国家及湖北省劳动人事厅颁布的职业技能鉴定标准，根据就业岗位对职业能力的要求，编写了这本教材。

本教材以“注重基础、突出重点、强化能力、联系实际”为出发点，在“够用、实用、适用”的原则下，兼顾数学体系的完整性，突出数学在各专业应用方面的实用性，努力提高学生运用数学知识解决专业问题的能力，达到学以致用目的。

全书共分5章，每个章节均以提出问题、解决问题、专业应用为线索，从基础理论入手，突出指导训练，将数学抽象概念融入专业应用之中，重在理论联系实际。

本教材适用于初中生源班级，主要用于测量工、试验工、机电工、铆工、焊工、钳工等专业的培训。

本书由尹志平担任主编，参加编写工作的还有刘开文、周雯、郑善桥等。本教材在编写过程中，得到了各级领导的大力支持及各专业教研室的通力合作，在此向给予我们帮助的领导同仁表示深深的感谢！

由于编者水平有限，编写时间仓促，书中难免存在一些不足之处，敬请大家提出宝贵意见和建议，我们将不断使之完善。

编 者

2014年2月

目 录

1 实 数	1
1.1 分数 小数 比和比例	1
习题 1.1	7
1.2 有理数	10
习题 1.2	18
1.3 实 数	20
习题 1.3	25
1.4 数据分析	26
习题 1.4	32
1.5 专业应用题	35
2 常用公式	37
2.1 平方差公式	37
习题 2.1	38
2.2 完全平方公式	39
习题 2.2	40
2.3 立方和与立方差公式	42
习题 2.3	42
3 方程与不等式	43
3.1 一元一次方程	43
习题 3.1	46
3.2 二元一次方程组	47
习题 3.2	51
3.3 一元二次方程	52
习题 3.3	56
3.4 集 合	58
习题 3.4	62
3.5 一元一次不等式	63
习题 3.5	65

3.6 一元一次不等式组	66
习题 3.6	69
3.7 专业应用题	70
4 三角函数	72
4.1 平面直角坐标系的变换	72
习题 4.1	78
4.2 角的概念	81
习题 4.2	85
4.3 弧度制	86
习题 4.3	90
4.4 三角函数的定义	92
习题 4.4	97
4.5 三角函数的基本关系式	99
习题 4.5	100
4.6 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像和性质	101
习题 4.6	107
4.7 解直角三角形	108
习题 4.7	111
4.8 解斜三角形	112
习题 4.8	114
4.9 专业应用题	116
5 单位换算与常用几何知识	119
5.1 长度单位	119
习题 5.1	122
5.2 面积单位与面积公式	124
习题 5.2	127
5.3 体(容)积单位与体积公式	129
习题 5.3	132
5.4 重量单位	134
习题 5.4	136
5.5 三角形的重心、外心	137
习题 5.5	140
5.6 常用几何作图法	141
习题 5.6	147
5.7 专业应用题	148
参考文献	150

1 实数

数和其他数学知识一样,是从人类的生产和生活实践中产生的.当整数不能满足人类的生产和生活需要时,为了适应客观实际,新的数就产生了,如分数、小数、无理数等.

1.1 分数 小数 比和比例

把一个苹果平均分给两个同学,每人分得苹果的个数如何表示?用米尺测量黑板的长度,量了2次后还剩下33厘米,若以米为单位,又怎样表示黑板的长度?这些结果都不能用整数来表示,这样就产生了分数、小数.有了分数、小数,这些结果也就能准确地表示出来.

1.1.1 分数

1.1.1.1 分数的概念及其基本性质

把单位“1”平均分成 n 份,表示这样的一份或几份的数叫做分数,记作 $\frac{m}{n}$.当 $m < n$ 时, $\frac{m}{n}$ 是真分数,如 $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{7}{10}$

都是真分数,真分数小于1;当 $m \geq n$ 时, $\frac{m}{n}$ 是假分数,如

$1, \frac{5}{3}, \frac{7}{6}$ 都是假分数,假分数大于或等于1.整数(0除外)

与真分数相加所成的分数叫做带分数,如 $1\frac{2}{3}, 5\frac{1}{7}$ 都是带分数,带分数是假分数的另外一种形式.

本节引例中,一个苹果平均分给两个同学,每人分得苹果的个数为 $\frac{1}{2}$ 个;用米尺测量黑板的长度,量了2次后还剩

下 33 厘米, 黑板的长度为 $2\frac{33}{100}$ 米.

分数的基本性质: 一个分数的分子和分母同时乘以或除以一个相同的数 (0 除外), 分数的大小不变.

由分数的基本性质可知: 分数 $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$ 的大小是相同的, 其中 $\frac{1}{2}$ 为这组分数的最简分数. 所谓最简分数是指分子、分母只能同时被 1 整除的分数.

任何一个分数都可以化为最简分数. 比如, 将分数 $\frac{5}{10}$ 的分子、分母同时除以 5, 得到分数 $\frac{1}{2}$. 根据分数的基本性质, $\frac{5}{10} = \frac{1}{2} (\frac{5}{10} = \frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2})$, 这个过程叫做约分. 每一个分数的分子、分母同除以分子、分母的最大公约数就可以化成最简分数.

通分是指将分母不同的分数化成分母相同的分数. 比如, 将 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$ 化为分母相同的两个分数: $\frac{2}{6}$ 和 $\frac{3}{6}$ 或 $\frac{4}{12}$ 和 $\frac{6}{12}$, 其中 6 是分母 3 和 2 的最小公倍数.

分数大小的比较: 分母相同的分数, 分子大的分数就大, 分子小的分数就小; 分子相同的分数, 分母大的分数反而小, 分母小的分数反而大; 分子、分母均不同的分数, 通分后再进行比较.

练习

1. 分别将下列各组分数化为分母相同的分数.

- (1) $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}$; (2) $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}$;
(3) $\frac{2}{26}, \frac{5}{13}$; (4) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}$.

2. 比较下列各组分数的大小.

- (1) $\frac{1}{5}, \frac{4}{5}$; (2) $\frac{5}{12}, \frac{5}{13}$; (3) $\frac{1}{6}, \frac{2}{7}$.

1.1.1.2 分数的四则运算

分数的加减法法则:

(1) 分母相同的分数相加 (减), 分母不变, 分子相加 (减);

(2) 分母不同的分数相加 (减), 通分使得每个分数的分

母相同，再相加（减）；

(3) 带分数相加（减），把整数部分与分数部分分别相加（减），或把带分数化为假分数再相加（减）。

分数的乘法法则：分子相乘的积作分子，分母相乘的积作分母，带分数相乘时把带分数化成假分数再相乘。

分数相乘时，可以先约分，后计算，这样能使计算简化。

乘积等于 1 的两个数互为倒数，如 $\frac{3}{5}$ 与 $\frac{5}{3}$ ， $\frac{9}{4}$ 与 $\frac{4}{9}$ ，2 与 $\frac{1}{2}$ 均互为倒数。倒数也可以看作是分子、分母交换位置的两个数。

分数的除法法则：除以一个数等于乘上这个数的倒数。
整数四则运算的所有规律对分数的四则运算都适用。

分数的四则运算规律：

加法的结合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$ 。

加法的交换律： $a+b=b+a$ 。

乘法的结合律： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 。

乘法的交换律： $a \times b = b \times a$ 。

乘法的分配律： $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ 。

同一算式里的同级运算从左到右依次计算。如果算式中含有两级运算，就先算第二级运算（乘除），再算第一级运算（加减），有括号的先算括号里面的，再算括号外面的。最后的运算结果都化为最简分数。

练习 求出下列各式的值。

1. (1) $\frac{5}{16} - \frac{3}{16} + \frac{7}{16}$; (2) $\frac{3}{4} - \frac{5}{12} + \frac{2}{15}$;
- (3) $1\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + 5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3}$; (4) $\frac{10}{11} - \frac{5}{13} + \frac{1}{11}$.
2. (1) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{21} \div \frac{15}{8}$; (2) $\frac{7}{10} \div 1\frac{1}{13} \times \frac{5}{26}$.
3. (1) $\frac{5}{21} - \frac{1}{3} \times \frac{2}{7}$; (2) $2\frac{1}{3} \times \frac{9}{14} + \frac{3}{10} \times \frac{5}{6}$;
- (3) $(2 - \frac{1}{2}) \div \frac{1}{8}$; (4) $\frac{5}{9} \div \frac{5}{6} - (\frac{1}{8} - \frac{1}{9})$.
4. (1) $(\frac{5}{8} - \frac{1}{6}) \times 24$;
- (2) $\frac{74}{123} \times \frac{4}{5} + \frac{49}{123} \times \frac{4}{5}$;

$$(3) \frac{5}{23} \times 19 + \frac{5}{23} \times 41 - \frac{5}{23} \times 14;$$

$$(4) \frac{2013}{2012} \times 2013.$$

1.1.2 小 数

1.1.2.1 小数的概念及其基本性质

表示十分之几、百分之几、千分之几……的数叫做小数,如 0.1, 0.07, 2.23, 30.79 等都是小数. 小数分为整数部分和小数部分, 整数部分是零的小数叫做纯小数, 纯小数比 1 小; 整数部分不为零的小数叫做带小数, 带小数比 1 大. 小数是分数的另一种记法.

本节引例中, 一个苹果平均分给两个同学, 每人分得苹果的个数为 0.5 个; 用米尺测量黑板的长度, 量了 2 次后还剩下 33 厘米, 黑板的长度为 2.33 米.

小数末尾添零或去零, 小数的大小不变, 这就是小数的基本性质.

比较小数的大小, 是从小数的高位开始, 一位一位比: 先看它们的整数部分, 整数部分大的那个数就大; 整数部分相同的, 十分位上的数大的那个数就大; 十分位上的数也相同的, 百分位上的数大的那个数就大, …… , 继续下去一直到比较出这两个小数的大小为止.

1.1.2.2 小数的四则运算

小数的加减法法则: 把小数点对齐, 按整数加、减法的方法进行计算, 如果得数的小数部分末尾有零, 一般要按小数的基本性质化简.

小数的乘法法则: 先按照整数乘法的法则算出积, 再看因数中一共有几位小数, 就从积的末位起数出几位, 点上小数点.

小数的除法法则: (1) 当除数是整数时, 先按照整数除法的法则去除, 其中商的小数点要和被除数的小数点对齐, 除到被除数的末尾仍有余数时, 就在余数的后面添零, 再继续除. (2) 当除数是小数的时候, 先把除数的小数点向右移使它变成整数, 同时被除数的小数点向右移相同的位数 (位数不够时补零), 再按照除数是整数的除法进行计算.

整数、分数的运算规律同样适合小数.

练习

1. 比较下列各组数的大小.

(1) 3.2, 2.3; (2) 0.51, 0.5099; (3) 2.5, 2.50.

2. 计算下列各式的值.

(1) $6.07 + 4.89$;

(2) $50 - 0.41$;

(3) 2.45×3.8 ;

(4) $104.4 \div 7.25$;

(5) $5 - 0.9 \times 0.2 + 1.8 \div 0.5$;

(6) $6.4 \times 3.28 + 4.6 \times 3.28 - 3.28$;

(7) $1921 \times 0.911 - 921 \times 0.911 + 1921 \times 0.089$
 $- 921 \times 0.089$.

用计算器可进行小数、带分数、假分数的转化. 如计算

$3\frac{1}{4} + \frac{4}{3}$, 可依次按键: $3 \boxed{\text{ab/c}} 1 \boxed{\text{ab/c}} 4 \boxed{+} 4 \boxed{\text{ab/c}} 3 \boxed{=}$, 结果

显示为: $4\text{J}7\text{J}12$ (即带分数运算结果 $4\frac{7}{12}$); 按 $\boxed{\text{ab/c}}$ 就化为

小数 4.583333333 ; 按 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{ab/c}}$ 就化为假分数 $55\text{J}12$ (即 $\frac{55}{12}$).

1.1.3 比和比例

1.1.3.1 比

比的概念: 两个数相除又称为两个数的比, 用字母表示为

$$a : b = a \div b,$$

其中 a 是比的前项, b 是比的后项, 相除所得的商称为比值.

后项是 100 的比称为百分比. 在实际应用中, 常将百分比的比值表示成百分数.

比的基本性质: 比的前项和后项同时乘以或除以相同的数 (0 除外), 比值不变.

练习 求下列比值.

(1) $12 : 16$; (2) $4.5 : 2.7$; (3) $20.3 : 7$.

1.1.3.2 比例

比例的概念: 两个比相等时, 称为比例, 用字母表示为

$$a : b = c : d,$$

其中 a, d 称为比例的外项, b, c 称为比例的内项.

比例 ($a : b = c : d$) 的性质:

(1) 两内项积等于两外项积 ($ad = bc$).

(2) 两内项 (或两外项) 可互换位置. ($a : c = b : d$ 或 $d : b = c : a$).

(3) 合比定理: $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

(4) 分比定理: $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$.

(5) 合分比定理: $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

若

$$y = kx \quad (k \text{ 为非零常数}),$$

则称 y 与 x 成正比, k 为比例系数;

若

$$y = \frac{k}{x} \quad \text{或} \quad xy = k \quad (k \text{ 为非零常数}),$$

则称 y 与 x 成反比, k 为比例系数.

例 解下列比例.

(1) $9 : x = 4.5 : 0.8$; (2) $x : 6.5 = 4 : 3.25$;

(3) $\frac{4}{9} : \frac{1}{6} = x : 15$; (4) $\frac{x}{25} = \frac{1.2}{75}$.

解 根据比例的基本性质得:

(1) 因为 $4.5x = 9 \times 0.8$, 所以

$$x = 7.2 \div 4.5 = 1.6.$$

(2) 因为 $3.25x = 4 \times 6.5$, 所以

$$x = 26 \div 3.25 = 8.$$

(3) 因为 $\frac{1}{6}x = \frac{4}{9} \times 15$, 所以

$$x = \frac{20}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{20}{3} \times 6 = 40.$$

(4) $x = \frac{25 \times 1.2}{75} = 0.4$.

练习 解下列比例.

(1) $27 : x = 15 : \frac{5}{9}$; (2) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = x : 12$;

(3) $\frac{3}{10} : \frac{1}{5} = \frac{1}{4} : x$; (4) $\frac{x}{14} = 13 : 7$.

1.1.3.3 分数、比、商的关系

分数 $\frac{m}{n}$ 与比 $m:n$ 的值是相等的, 都等于 m 除以 n 的商,

即

$$\frac{m}{n} = m : n = m \div n.$$

习题 1.1

1. 将下列各分数化为最简分数.

(1) $\frac{25}{15}$; (2) $\frac{16}{24}$; (3) $\frac{39}{51}$; (4) $\frac{33}{55}$.

2. 比较下列各组数的大小.

(1) $\frac{12}{23}, \frac{10}{23}$; (2) $\frac{21}{100}, \frac{21}{1000}$;

(3) $\frac{5}{14}, \frac{6}{21}$; (4) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$;

(5) $1\frac{1}{2}, 1\frac{2}{3}, 1\frac{3}{4}$; (6) $\frac{3}{14}, \frac{5}{21}, \frac{8}{35}$;

(7) $\frac{6}{35}, \frac{16}{105}, \frac{4}{21}$; (8) 1.3, 3.1;

(9) 4.629, 4.630; (10) 0.4890, 0.489;

(11) 0.3, $\frac{1}{3}$; (12) $\frac{2}{5}, 0.5$.

3. 求下列各式的值.

(1) $\frac{2}{15} + \frac{6}{15} - \frac{7}{15} + \frac{1}{15}$; (2) $1\frac{2}{5} + 3\frac{1}{5} - 2\frac{4}{5}$;

(3) $\frac{4}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}$; (4) $2\frac{2}{9} + 3\frac{5}{6} - 1\frac{7}{12}$;

(5) $5\frac{1}{4} \times 8 \div \frac{7}{2}$; (6) $\frac{4}{15} \div \frac{14}{9} \times \frac{35}{9}$;

(7) $1\frac{3}{4} \div 6 \div 2\frac{1}{3}$; (8) $2\frac{1}{5} \div 1\frac{7}{15} \times \frac{7}{6}$.

4. 求出下列各式的值.

(1) $(2 - \frac{1}{3}) \div \frac{1}{8}$; (2) $10 + 2 \times \frac{7}{8} \div 1\frac{5}{9}$;

(3) $\frac{8}{21} + \frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$; (4) $2\frac{2}{9} \div (\frac{2}{5} - \frac{1}{3})$;

(5) $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \div \frac{9}{4}$; (6) $\frac{5}{9} - (\frac{2}{3} - \frac{7}{12}) \div \frac{5}{9}$;

$$(7) \frac{5}{6} \div (\frac{2}{3} - \frac{1}{4}) - (2 - \frac{1}{3}) \times \frac{4}{5};$$

$$(8) (\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) - \frac{3}{4} \div (\frac{9}{14} \times 3\frac{1}{2}).$$

5. 求出下列各式的值.

$$(1) 187\frac{7}{8} \times 56 - 56 \times 87\frac{7}{8}; \quad (2) (99 + \frac{5}{12}) \times \frac{2}{11};$$

$$(3) (1\frac{2}{17} - \frac{19}{34}) \times \frac{15}{19}; \quad (4) 1239 \times \frac{23}{40} - 439 \times \frac{23}{40}.$$

6. 求出下列各式的值.

$$(1) 5.85 + 1.89 + 2.15;$$

$$(2) 42.5 - 22.17 - 7.83;$$

$$(3) 12.63 - 3.8 + 1.37 + 6.2;$$

$$(4) 8.95 \times 1.001;$$

$$(5) 0.95 \div 0.8;$$

$$(6) 0.78 \times 99 + 0.78;$$

$$(7) (0.25 + 2.5 + 2.5) \times 0.4;$$

$$(8) [0.783 + 0.75 \times (0.55 - 0.15)] \div 19.$$

7. 求出下列各式的值.

$$(1) 1.25 \times 1.44 \times 1\frac{1}{2}; \quad (2) 1.25 \div \frac{21}{5} \times 0.3;$$

$$(3) 3.2 \div 1.6 \times 2\frac{1}{2}; \quad (4) 0.75 \times \frac{3}{8} \div 1.125;$$

$$(5) 4 \times 1\frac{1}{2} - 4.8 \div 1.6; \quad (6) 5\frac{3}{4} + 7\frac{1}{2} - 0.75 + 0.5.$$

8. 求下列各式的未知数 x .

$$(1) 25 : x = \frac{1}{4} : 4; \quad (2) 0.8 : \frac{2}{3} = x : 6;$$

$$(3) 4 : \frac{2}{3} = \frac{x}{2}; \quad (4) x : 3 = 0.5 : 5;$$

$$(5) \frac{3}{4} : x = 3 : 12; \quad (6) 6 : x = 1\frac{1}{5} : 50\%.$$

9. 列式计算.

(1) 5.46 与 7.86 的和, 除以 0.4, 商是多少?

(2) 一个数的 1.5 倍是 3.75, 这个数的 2.4 倍是多少?

(3) 3.7 乘 6.04 与 0.17 的差, 积是多少?

(4) 一个比例的两个内项互为倒数, 一个外项是 $\frac{1}{8}$, 另一个外项是多少?

(5) 一杯糖水,糖与水的比例是 $1:4$,喝去 $\frac{1}{2}$ 杯糖水后,又用水加满,这时糖与水的比例是多少?

(6) 甲数的 $\frac{3}{4}$ 是甲、乙两数和的 $\frac{1}{4}$,甲、乙两数的比是多少?

10. 应用题.

(1) 文具店按批发价购进每块 0.3 元的橡皮 50 块,然后按 0.5 元的零售价出售,全部售完后可获毛利多少钱?

(2) 某种商品推出三种不同质量的包装,其价格如下表所示,请问哪一种包装最便宜?

包装	甲	乙	丙
质量(kg)	300	600	1000
价格(元)	50	90	140

(3) 甲、乙、丙三人慢跑,甲 7 分钟走一千米,乙 15 分钟走 2 千米,丙 21 分钟走 4 千米,问三人中谁的速度最慢?谁的速度最快?三人中速度最快的比速度最慢的每分钟快几千米?

(4) 某工厂为促销饮料,提出 A, B, C 三个降价方案: A 方案为原价打七折; B 方案为买二送一; C 方案为容量增加百分之三十且售价不变.问 A, B, C 三个方案中哪个降价最多?

(5) 一本图书《十万个为什么》的售价是 8.8 元,李老师付出 50 元,最多能买多少本?找回多少钱?

(6) 一列特快和一列普快同时从武汉和北京开出,特快每小时行 86.5 千米,普快每小时行 41.5 千米,经过 5 小时两车相遇,求武汉到北京的路程?

(7) 一件服装原价 100 元,先涨价 20%,再 8 折出售,问实际售价多少元?

(8) 一种农药水是用药粉和水按 $1:100$ 配成的,要配置这种农药水 8080 千克,需要药粉多少千克?

(9) 某学校要栽 253 棵松树,分给三个年级,三年级分到的 $\frac{1}{5}$ 等于二年级分到的 $\frac{1}{4}$,又等于一年级分到的 $\frac{1}{2}$,三个年级各分到多少棵?

(10) 甲、乙、丙三个同学体重总和为 220 千克,他们的体重比是 $6:9:7$,最重的一个同学达多少千克?

(11) 在 $\frac{1}{1000}$ 的平面图上,量得一块长方形操场的长是 36 cm,宽是 24 cm,这块长方形操场的实际周长是多少?

1.2 有理数

在生活、生产、科研中,经常遇到数的表示与数的运算问题.例如:

(1) 武汉冬季里某天的温度为 $-3^{\circ}\text{C} \sim 4^{\circ}\text{C}$, 它的含义是什么? 这一天武汉的温差为多少?

(2) 有 A, B, C 三个队参加的足球比赛中, A 队胜 B 队 ($4:1$), B 队胜 C 队 ($1:0$), C 队胜 A 队 ($1:0$), 三个队的净胜球分别是 $2, -2, 0$, 如何确定排名顺序?

(3) 2013 年, 民营企业进出口增长 20.6% , 国有企业进出口增长 -0.6% , 这里增长 -0.6% 表示什么意思?

这些问题通过本章的学习, 都能得到解决.

1.2.1 正数和负数

前面的实际问题中出现了数 -3°C , -2 , -0.6% , 它们分别表示零下 3 摄氏度、净输 2 球、进出口量减少 0.6% , 这是一种新数. 引例中, 4°C , 2 , 20.6% 分别表示零上 4 摄氏度、净胜 2 球、进出口产量增长 20.6% . 像 4°C , 2 , 20.6% 这样大于 0 的数叫做正数; 像 -3°C , -2 , -0.6% 这样在正数前面加上 “ $-$ ” 的数叫做负数.

0 既不是正数, 也不是负数.

把 0 以外的数分为正数和负数, 起源于表示两种相反意义的量, 后来, 正数和负数被广泛应用. 股市中的涨幅用正数表示, 跌幅用负数表示; 记账时, 通常用正数表示收入款项, 负数表示支出款项; 极限公差 $\phi 30_{+0.03}^{-0.02}$ 中, 表示允许误差值的大小在 $-0.02\text{ mm} \sim +0.03\text{ mm}$, 即直径在 $(30 - 0.02)\text{ mm}$ 与 $(30 + 0.03)\text{ mm}$ 之间的产品都是合格产品.

1.2.2 有理数

1.2.2.1 有理数的概念

我们学过的数有:

正整数, 如 $1, 2, 3, \dots$;

正分数, 如 $\frac{1}{2}, \frac{15}{7}, 0.53, \dots$;

零, 0;

负整数, 如 $-1, -2, -3, \dots$;

负分数, 如 $-3.6, -\frac{9}{2}, -\frac{6}{7}, \dots$.

整数可以看成分子为 1 的分数, 所以正整数、正分数、零、负整数、负分数都可以写成分数的形式, 这样的数称为有理数.

1.2.2.2 数 轴

一般地, 在数学中人们用画图的方式把数“直观化”. 通常用一条直线上的点表示数, 这条直线就是数轴. 数轴是规定了原点、正方向、单位长度的直线, 它满足以下条件:

(1) 在直线上任取一个点表示 0, 这个点叫做原点;

(2) 通常规定直线上从原点向右 (或上) 为正方向, 从原点向左 (或下) 为负方向;

(3) 选取适当的长度为单位长度, 直线上从原点向右, 每隔一个单位长度取一个点, 依次表示 $1, 2, 3, \dots$; 从原点向左, 用类似的方法依次表示 $-1, -2, -3, \dots$, 如图 1.2-1.

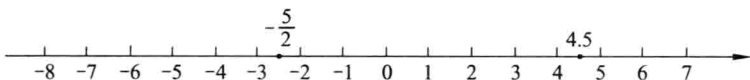


图 1.2-1

1.2.2.3 相反数

可以看出, 在图 1.2-2 中, 5 和 -5 两个数分别在原点的左边和右边, 而且它们到原点的距离相等, 只是符号不同.



图 1.2-2

像 5 和 -5 , $\frac{3}{2}$ 和 $-\frac{3}{2}$ 这样, 只有符号不同的两个数称为互为相反数.

一般地, a 和 $-a$ 互为相反数. 特别地, 0 的相反数是 0. 这里 a 表示任意一个数, 可以是正数、负数或者零. 也就是说, 在任意一个数的前面添上“-”号, 新的数就表示原数的相反数.