2015

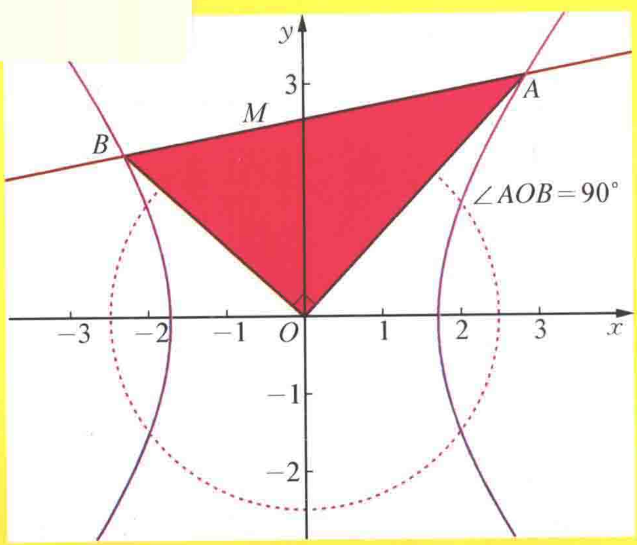
挑战压轴题

高考数学

主编　卜照泽　尹德好

强化训练篇

（修订版）



这里有一群学霸

微信号：tiaozhanyazhouti

上海市著名商标
华东师范大学出版社
全国百佳图书出版单位

挑战压轴题

高考数学

强化训练篇

主　编　尹德好　卜照泽
编写者　张丽华　陈国平

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

挑战压轴题. 高考数学. 强化训练篇/尹德好，卜照泽主编. —上海：华东师范大学出版社，2014
ISBN 978-7-5675-1925-1

Ⅰ.①挑… Ⅱ.①尹…②卜… Ⅲ.①中学数学课—高中—习题集—升学参考资料 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 095255 号

挑战压轴题·高考数学:强化训练篇

主　　编　尹德好　卜照泽
总 策 划　倪　明
项目编辑　徐　平
组稿编辑　徐　平
审读编辑　马超群
装帧设计　高　山
漫画设计　孙丽莹　胡　艺
责任发行　王　祥

出版发行　华东师范大学出版社
社　　址　上海市中山北路 3663 号　邮编 200062
网　　址　www.ecnupress.com.cn
电　　话　021-60821666　行政传真 021-62572105
客服电话　021-62865537　门市(邮购)电话 021-62869887
地　　址　上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网　　店　http://hdsdcbs.tmall.com

印 刷 者　宜兴市德胜印刷有限公司
开　　本　787×1092　16 开
印　　张　13.5
字　　数　389 千字
版　　次　2014 年 8 月第 2 版
印　　次　2014 年 8 月第 1 次
印　　数　1—28000
书　　号　ISBN 978-7-5675-1925-1/G·7271
定　　价　25.00 元

出 版 人　王　焰

致亲爱的读者

亲爱的读者朋友，看到本书封面上的二维码了吗？一定要扫一扫加“关注”哦！那是我们开通的《挑战压轴题》专属微信公众号(微信号：tiaozhanyazhouti). 关注了它，你不仅可以随时随地反馈图书的使用情况，还可以享受我们提供的一系列增值服务，比如说“学霸经验介绍”、“考试技巧与攻略”等等，并且可以与全国各地众多备考学子进行交流哦！！

无论中考还是高考，能拉开差距的其实只有压轴题.

但压轴题有点难，如何攻关？

为了帮助备考的莘莘学子攻克压轴题，圆名校梦. 我们邀请了众多一线名师，打造了这套《挑战压轴题》丛书，深受考生欢迎. 本丛书涉及中考、高考的数学、物理、化学三门学科，共计 18 种.

3步搞定压轴题

1. 轻松入门篇

- 适合初一、初二、高一、高二及中、高考第一轮复习使用；
- 难度由浅入深、层层推进.

↓ 找思路

2. 精讲解读篇

- 有配套光盘，适合初三、高三复习使用；
- 主要以老师详细解析当年真题为主；
- 旨在帮助学生理解、消化.

↓ 学诀窍

3. 强化训练篇

- 适合备考前3个月冲刺使用；
- 主要以练习题为主；
- 配详细的答案解析；
- 试题主要由真题、模拟题、创新题构成.

↓ 练速度

如果你想搞定压轴题，不妨按照我们的“找思路→学诀窍→练速度”3 步骤进行训练哦！

愿这套备考丛书能够帮助你顺利通过中高考升学考试，迈入新的理想校园.

挑战压轴题，轻松进名校！

华东师范大学出版社教辅分社

编写说明

高考数学压轴题是学生既畏惧又难以放弃的一块“鸡肋”.很多同学想,反正也不指望考清华、北大,又没必要考满分,所以在复习备考过程彻底放弃压轴题.确实,压轴题信息量大、文字多,审题难;或因数学情景新颖,或有时条件隐蔽,甚至要经过推理计算才能看出其中的特殊性;或因过程多,情景变化不断,导致列出的方程多,数学解题过程复杂,甚至有的时候需要用到不常用的数学方法,难以想到.但不管怎样,放弃压轴题绝对不是良策.

为了帮助同学们攻克压轴题,尽早熟悉压轴题的题型及特征,找到解决这类题的一般程序和方法,化解做题难度,并通过一定的训练提升做题的信心,我们把原本一道道很难的压轴题,通过分散它的难点化大题、难题为小题、容易题.因此所选择的压轴题其实是高考中30%部分的较难题,选择、填空、计算题型都有,针对面有所扩大,让读者全面掌握压轴题的命题意图、三维要求及解题策略.为此,我们在原有系列的基础上继续拓展编写了《挑战压轴题》之轻松入门篇和强化训练篇.

《挑战压轴题》之轻松入门篇按知识网络和数学方法并结合压轴题热点题型进行编排,分解答型压轴题和客观型压轴题.首先对每一小专题先作解法综述,再以分级例题的方式逐步引出解题之方法策略.从基础题开始,建立解题基础,再对提高题提出解题分级转化,相当于把一道题分成几个小题,减少了步长,化解了难度.再以压轴题为例题,提出难点分化策略,展示满分解答,帮助学生建立起解决问题的思维程序,让人觉得一道综合题无非是几个小题、基本题的汇集整合,掌握了做题的程序,也就减少了畏惧心理.最后配置真题试做,所选题目有层次,供学生逐级训练,最终能直击压轴题.

《挑战压轴题》之强化训练篇纯粹作为配套训练使用,题目来源分为三类,包括真题、模拟题、创新题,其设置比例大概为5∶3∶2.真题主要从近5年各地高考试卷中遴选出来,模拟题主要为近两年各地考前的一模、二模试卷,具有一定的典型性.创新题主要是我们根据命题趋势对一些题目进行适当的改编.建议学生在考前3个月有计划地进行练习.在做题过程中,先不要看答案,独立思考完成,然后根据自己写的步骤并参照答案进行查漏补缺.在彻底弄懂的基础上通过这样透彻地练习,才能提高准确性和做题速度.

最后,由于作者水平有限,对书里存在的问题,欢迎读者批评指正.

编　者

目　录

第一部分　解答型压轴题

第二部分　客观型压轴题

第一部分　解答型压轴题

第1章　解析几何

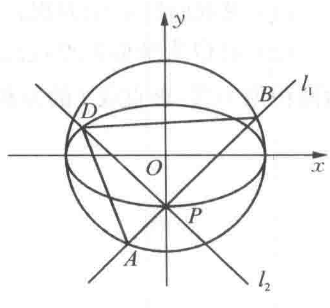
基本问题1　求曲线方程问题

命题规律

圆锥曲线中求已知曲线的方程问题，如果出现在压轴题的第（Ⅰ）小题一般会是送分题. 如果在压轴题的第（Ⅱ）、（Ⅲ）小题出现，题目会有难度，但是如果你细细体会，解题的常用方法还是待定系数法. 由于这种题目可以考查学生的基本功、运算能力以及转化的思想，故将是未来几年高考的热点.

真题直击

1. （2013浙江）如图，点 $P(0,\ -1)$ 是椭圆 $C_1:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的一点，C_1 的长轴是圆 $C_2:x^2+y^2=4$ 的直径. l_1、l_2 是过点 P 且互相垂直的两条直线，其中 l_1 交圆 C_2 于 A、B 两点，l_2 交椭圆 C_1 于另一点 D. (1)求椭圆 C_1 的方程；(2)求△ABD 面积取最大值时直线 l_1 的方程.



第1题

2. (2013 全国)在平面直角坐标系 xOy 中,已知圆 P 在 x 轴上截得线段长为 $2\sqrt{2}$,在 y 轴上截得线段长为 $2\sqrt{3}$.

(1) 求圆心 P 的轨迹方程;

(2) 若 P 点到直线 $y=x$ 的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,求圆 P 的方程.

3. (2010 全国)已知抛物线 C: $y^2=4x$ 的焦点为 F,过点 $K(-1,0)$ 的直线 l 与 C 相交于 A、B 两点,点 A 关于 x 轴的对称点为 D.

(1) 证明:点 F 在直线 BD 上;

(2) 设 $\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FB}=\dfrac{8}{9}$,求 $\triangle BDK$ 的内切圆 M 的方程.

4. (2008 湖北)已知双曲线 C: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$ 的两个焦点分别为 $F_1(-2,0)$,$F_2(2,0)$,点 $P(3,\sqrt{7})$ 在曲线 C 上.

(1) 求双曲线 C 的方程;

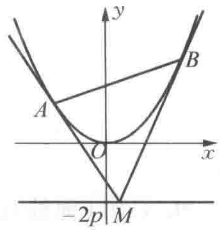
(2) 记 O 为坐标原点,过点 $Q(0,2)$ 的直线 l 与双曲线 C 相交于不同的两点 E、F,若 $\triangle OEF$ 的面积为 $2\sqrt{2}$,求直线 l 的方程.

5. (2008 山东)如图,设抛物线方程为 $x^2=2py\ (p>0)$, M 为直线 $y=-2p$ 上任意一点,过 M 引抛物线的切线,切点分别为 A、B.

(1) 求证:A、M、B 三点的横坐标成等差数列;

(2) 已知当 M 点的坐标为 $(2, -2p)$ 时,$|AB|=4\sqrt{10}$,求此时抛物线的方程;

(3) 是否存在点 M,使得点 C 关于直线 AB 的对称点 D 在抛物线 $x^2=2py\ (p>0)$ 上,其中,点 C 满足 $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$($O$ 为坐标原点). 若存在,求出所有适合题意的点 M 的坐标;若不存在,请说明理由.

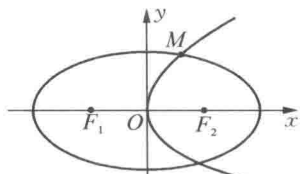


第 5 题

6. (2008 宁夏)在直角坐标系 xOy 中,椭圆 C_1: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2. F_2 也是抛物线 C_2: $y^2=4x$ 的焦点,点 M 为 C_1 与 C_2 在第一象限的交点,且 $|MF_2|=\dfrac{5}{3}$.

(1) 求 C_1 的方程;

(2) 平面上的点 N 满足 $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MF_1}+\overrightarrow{MF_2}$,直线 $l \parallel MN$,且与 C_1 交于 A, B 两点. 若 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$,求直线 l 的方程.



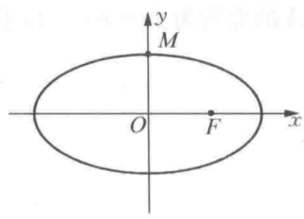
第 6 题

模拟训练

7. (2012 东城区)已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的右焦点为 $F(1, 0)$, M 为椭圆的上顶点,O 为坐标原点,且 $\triangle OMF$ 是等腰直角三角形.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 是否存在直线 l 交椭圆于 P, Q 两点,且使点 F 为 $\triangle PQM$ 的垂心(垂心:三角形三边高线的交点)? 若存在,求出直线 l 的方程;若不存在,请说明理由.



第 7 题

8. (2011丰台)已知抛物线 P:$x^2=2py\ (p>0)$.

(1) 若抛物线上点 $M(m,\ 2)$到焦点 F 的距离为 3.

(i) 求抛物线 P 的方程;

(ii) 设抛物线 P 的准线与 y 轴的交点为 E,过 E 作抛物线 P 的切线,求此切线方程;

(2) 设过焦点 F 的动直线 l 交抛物线于 A、B 两点,连结 AO、BO 并延长分别交抛物线的准线于 C、D 两点,求证:以 CD 为直径的圆过焦点 F.

9. (2011海淀)已知椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 两个焦点之间的距离为 2,且其离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若 F 为椭圆 C 的右焦点,经过椭圆的上顶点 B 的直线与椭圆另一个交点为 A,且满足$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BF}=2$,求$\triangle ABF$ 外接圆的方程.

创新强化

10. 设椭圆 M: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,点 A 为$(a,\ 0)$,点 B 为$(0,\ -b)$,原点 O 到直线 AB 的距离为$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

(1) 求椭圆 M 的方程;

(2) 设点 C 为$(-a,\ 0)$,点 P 在椭圆 M 上(与 A、C 均不重合),点 E 在直线 PC 上,若直线 PA 的方程为 $y=kx-4$,且$\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{BE}=0$,试求直线 BE 的方程.

基本问题2　参数取值范围问题

命题规律

在圆锥曲线中的参数范围问题，是高考常考题型. 全国各地都有考到. 因为这类问题可以附着很多知识点，可在知识的交汇处设计题目，综合性强，变量多，涉及知识面广，难度大. 这类问题往往要用函数思想、方程思想、数形结合思想等，通过构造不等式(组)、转化为求函数值域等方法来解决. 圆锥曲线中的参数范围问题还将是未来高考的热点.

真题直击

1. (2013山东)椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别是 F_1、F_2，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，过 F_1 且垂直于 x 轴的直线被椭圆 C 截得的线段长为1.

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 点 P 是椭圆 C 上除长轴端点外的任一点，连结 PF_1、PF_2，设 $\angle F_1PF_2$ 的角平分线 PM 交 C 的长轴于点 $M(m, 0)$，求 m 的取值范围.

2. (2010湖北)已知一条曲线 C 在 y 轴右边，C 上每一点到点 $F(1, 0)$ 的距离减去它到 y 轴距离的差都是1.

(1) 求曲线 C 的方程；

(2) 是否存在正数 m，对于过点 $M(m, 0)$ 且与曲线 C 有两个交点 A，B 的任一直线，都有 $\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FB}<0$？若存在，求出 m 的取值范围；若不存在，请说明理由.

3. (2010 上海)已知椭圆Γ的方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$，点$P$的坐标为$(-a,\ b)$.

(1) 若直角坐标平面上的点M，$A(0,\ -b)$，$B(a,\ 0)$满足$\overrightarrow{PM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})$，求点$M$的坐标；

(2) 设直线l_1：$y=k_1x+p$交椭圆Γ于C、D两点，交直线l_2：$y=k_2x$于点E. 若$k_1k_2=-\frac{b^2}{a^2}$，证明：E为CD的中点；

(3) 对于椭圆Γ上的点$Q(a\cos\theta,\ b\sin\theta)\ (0<\theta<\pi)$，如果椭圆$\Gamma$上存在不同的两个交点$P_1$，$P_2$满足$\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$，写出求作点$P_1$，$P_2$的步骤，并求出使$P_1$，$P_2$存在的$\theta$的取值范围.

4. (2010 浙江)已知$m>1$，直线l：$x-my-\frac{m^2}{2}=0$，椭圆C：$\frac{x^2}{m^2}+y^2=1$，F_1，F_2分别为椭圆C的左、右焦点.

(1) 当直线l过右焦点F_2时，求直线l的方程；

(2) 设直线l与椭圆C交于A，B两点，$\triangle AF_1F_2$，$\triangle BF_1F_2$的重心分别为G，H. 若原点O在以线段GH为直径的圆内，求实数m的取值范围.

5. (2009 陕西)已知双曲线C的方程为$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$，离心率$e=\frac{\sqrt{5}}{2}$，顶点到渐近线的距离为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求双曲线C的方程；

(2) P是双曲线C上一点，A，B两点在双曲线C的两条渐近线上，且分别位于第一、二象限，若$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{PB}$，$\lambda\in\left[\frac{1}{3},\ 2\right]$，求$\triangle AOB$面积的取值范围.

模拟训练

6. (2012 北京西城区)已知椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的一个焦点是 $F(1,0)$,且离心率为$\frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设经过点 F 的直线交椭圆 C 于 M, N 两点,线段 MN 的垂直平分线交 y 轴于点$P(0,y_0)$,求 y_0 的取值范围.

7. (2009 山东)已知椭圆 C_1: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$,直线 l: $y=x+2$ 与以原点为圆心,椭圆 C_1 的短半轴长为半径的圆 O 相切.

(1) 求椭圆 C_1 的方程;

(2) 设椭圆 C_1 的左焦点为 F_1,右焦点为 F_2,直线 l_1 过点 F_1,且垂直于椭圆的长轴,动直线 l_2 垂直于 l_1,垂足为点 P,线段 PF_2 的垂直平分线交 l_2 于点 M,求点 M 的轨迹 C_2 的方程;

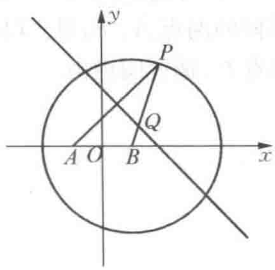
(3) 设 C_2 与 x 轴交于点 Q,不同的两点 R、S 在 C_2 上,且满足$\overrightarrow{QR}\cdot\overrightarrow{RS}=0$,求$|\overrightarrow{QS}|$的取值范围.

创新强化

8. 如图,已知点 $A(-2,0)$,点 P 是$\odot B$: $(x-2)^2+y^2=36$ 上任意一点,线段 AP 的垂直平分线交 BP 于点 Q,点 Q 的轨迹记为曲线 C.

(1) 求曲线 C 的方程;

(2) 已知$\odot O$: $x^2+y^2=r^2(r>0)$ 的切线 l 总与曲线 C 有两个交点 M、N,并且其中有一条切线满足$\angle MON>90^\circ$,求证:对于任意一条切线 l 总有$\angle MON>90^\circ$.



第 8 题

基本问题3 最值问题

命题规律

圆锥曲线背景下的最值问题，可很好地考察“坐标法”思想，又便于与其他知识(如：函数、方程、三角、向量、不等式、导数、平面几何等)综合，符合在知识交汇点命题考查学生能力的原则，所以是高考数学中的热点问题. 解决这类问题不仅要紧紧把握圆锥曲线的定义，而且要善于综合应用代数、平面几何、三角等相关知识，特别是要转化为求函数的最值问题.

真题直击

1. (2013全国2)平面直角坐标系 xOy 中，过椭圆 M: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 右焦点的直线 $x+y-\sqrt{3}=0$ 交 M 于 A，B 两点，P 为 AB 的中点，且 OP 的斜率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 M 的方程；

(2) C、D 为 M 上的两点，若四边形 $ACBD$ 的对角线 $CD\perp AB$，求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.

2. (2012广东)在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率 $e=\sqrt{\frac{2}{3}}$ 且椭圆 C 上的点 P 到点 $Q(0, 2)$ 的距离的最大值为3.

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 在椭圆 C 上，是否存在点 $M(m, n)$，使得直线 l: $mx+ny=1$ 与圆 O: $x^2+y^2=1$ 相交于不同的两点 A、B，且△OAB 的面积最大？若存在，求出点 M 的坐标及对应的△OAB 的面积；若不存在，请说明理由.

3. (2011 湖南)已知平面内一动点 P 到点 $F(1, 0)$的距离与点 P 到 y 轴的距离的差等于 1.

(1) 求动点 P 的轨迹 C 的方程;

(2) 过点 F 作两条斜率存在且互相垂直的直线 l_1, l_2,设 l_1 与轨迹 C 相交于点 A, B, l_2 与轨迹 C 相交于点 D, E,求$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{EB}$的最小值.

4. (2008 安徽)设椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 其相应于焦点 $F(2, 0)$的准线方程为 $x=4$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知过点 $F_1(-2, 0)$倾斜角为 θ 的直线交椭圆 C 于 A, B 两点,求证: $|AB|=\frac{4\sqrt{2}}{2-\cos^2\theta}$;

(3) 过点 $F_1(-2, 0)$作两条互相垂直的直线分别交椭圆 C 于 A, B 和 D, E,求$|AB|+|DE|$的最小值.

模拟训练

5. (2013 上海)已知椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的一个焦点为 $F(1, 0)$,点$\left(-1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$在椭圆 C 上,点 T 满足$\overrightarrow{OT}=\frac{a^2}{\sqrt{a^2-b^2}}\cdot\overrightarrow{OF}$(其中 O 为坐标原点),过点 F 作一直线交椭圆于 P、Q 两点.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 求$\triangle PQT$ 面积的最大值;

(3) 设点 P'为点 P 关于 x 轴的对称点,判断$\overrightarrow{P'Q}$与$\overrightarrow{QT}$的位置关系,并说明理由.

6. (2012 北京东城)已知椭圆 $\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$,且两个焦点和短轴的一个端点是一个等腰直角三角形的顶点. 斜率为 $k(k\neq 0)$ 的直线 l 过椭圆的上焦点且与椭圆相交于 P, Q 两点,线段 PQ 的垂直平分线与 y 轴相交于点 $M(0, m)$.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 求 m 的取值范围;

(3) 试用 m 表示$\triangle MPQ$的面积,并求面积的最大值.

创新强化

7. 已知椭圆 C 的左,右焦点坐标分别为 $F_1(-\sqrt{3}, 0)$, $F_2(\sqrt{3}, 0)$,离心率是$\frac{\sqrt{3}}{2}$,椭圆 C 的左,右顶点分别记为 A、B,点 S 是椭圆 C 上位于 x 轴上方的动点,直线 AS, BS 与直线 $l: x=-\frac{10}{3}$ 分别交于 M, N 两点.

(1) 求椭圆 C 的方程;

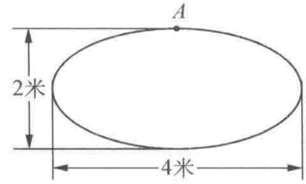
(2) 求线段 MN 长度的最小值;

(3) 当线段 MN 的长度最小时,在椭圆 C 上的点 T 使得$\triangle TSA$ 的面积为$\frac{1}{5}$. 试确定点 T 的个数.

8. 如图所示:一块椭圆形状的铁板的长轴长为 4 米,短轴长为 2 米.

(1) 若利用这块椭圆铁板截取矩形,要求矩形的四个顶点都在椭圆铁板的边缘,求所能截取的矩形面积的最大值;

(2) 若以短轴的端点 A 为直角顶点,另外两个锐角的顶点 B、C 都在椭圆铁板的边缘,切割等腰直角三角形,则在不同的切割方案中,共能切割出几个面积不同的等腰直角三角形? 最大面积是多少?(结果保留一位小数)



第 8 题