

21世纪高等学校土木建筑类  
创新型应用人才培养规划教材

# 土木工程测量

主编 王淑慧

副主编 贾凯华 雷鸣 胡军杰



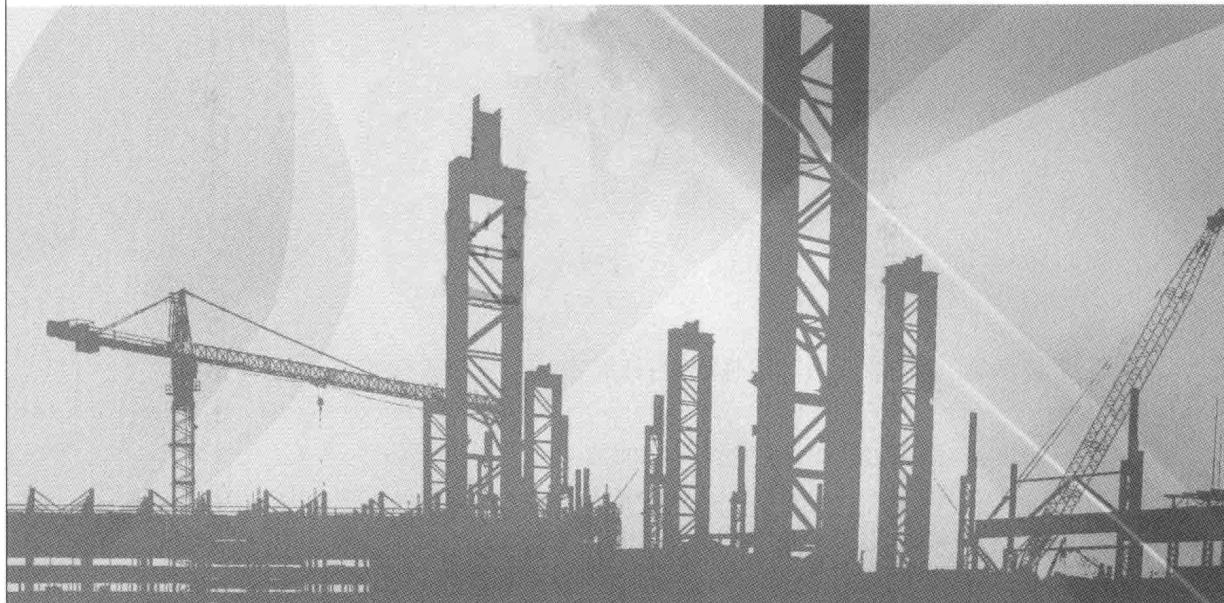
WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

21世纪高等学校土木建筑类  
创新型应用人才培养规划教材

# 土木工程测量

主编 王淑慧  
副主编 贾凯华 雷鸣 胡军杰



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

土木工程测量/王淑慧主编. —武汉:武汉大学出版社,2014.11

21世纪高等学校土木建筑类创新型应用人才培养规划教材

ISBN 978-7-307-14630-3

I. 土… II. 王… III. 土木工程—工程测量—高等学校—教材  
IV. TU198

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 242587 号

---

责任编辑:李汉保 责任校对:汪欣怡 版式设计:马佳

---

出版发行:武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮件:cbs22@whu.edu.cn 网址:www.wdp.com.cn)

印刷:湖北省荆州市今印印务有限公司

开本:787×1092 1/16 印张:11.5 字数:277 千字 插页:1

版次:2014 年 11 月第 1 版 2014 年 11 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-307-14630-3 定价:28.00 元

---

版权所有,不得翻印;凡购买我社的图书,如有质量问题,请与当地图书销售部门联系调换。

## 前　　言

本教材是按照高等学校土木工程类“土木工程测量”课程教学大纲的要求，在有关学校测量教师多次研讨、交流的基础上，结合多年教学经验并参阅同行专家的有关论述编写而成。本教材适用于土木工程、建筑工程、环境工程、建筑学、城市规划、道路与桥梁工程等专业的教学，也可作为其他相关专业的教学用书，以及工程技术人员的参考用书。

本教材以基础理论和基本概念为重点，力求理论与实际相结合，重点和难点详细阐述分析，各部分内容由浅入深、循序渐进。

参加本教材编写的作者及分工如下：

王淑慧(江西科技学院)：第3章、第7章、第10章、第11章，并负责全书的组织和统稿。

贾凯华(江西科技学院)：第2章、第8章、第9章。

雷鸣(江西科技学院)：第4章、第5章、第6章。

胡军杰(江西科技学院)：第1章。

本书的部分图表和内容取自所列的参考文献，在此向原作者致谢。

由于编者水平有限以及时间仓促，书中难免存在错误和不足之处，敬请读者批评指正。

编　者

2014年6月

# 目 录

<b>第1章 绪论</b>	1
1.1 土木工程测量的任务及作用	1
1.2 确定地面点位的方法	3
1.3 用水平面代替水准面的限度	8
1.4 测量工作概述	10
思考与练习题	12
<b>第2章 水准测量</b>	13
2.1 水准测量	13
2.2 水准仪的构造及使用	15
2.3 普通水准测量的方法	19
2.4 水准测量成果的计算	24
2.5 三、四等水准测量	26
思考与练习题	29
<b>第3章 角度测量</b>	31
3.1 角度测量原理	31
3.2 光学经纬仪的构造和使用	32
3.3 水平角测量	37
3.4 竖直角测量	40
3.5 经纬仪的检验与校正	43
3.6 角度测量的误差分析	46
3.7 电子经纬仪	50
思考与练习题	53
<b>第4章 距离测量</b>	54
4.1 钢尺量距	54
4.2 视距测量	60
4.3 光电测距	63
4.4 电子全站仪	65
思考与练习题	72

<b>第 5 章 测量误差的基本知识</b>	73
5.1 测量误差的概述	73
5.2 衡量精度的指标	78
5.3 误差传播定律	80
5.4 等精度直接观测平差	83
思考与练习题	86
<b>第 6 章 定向测量</b>	88
6.1 直线定向	88
6.2 坐标方位角的推算	91
6.3 坐标正算、反算	92
思考与练习题	93
<b>第 7 章 小区域控制测量</b>	94
7.1 控制测量概述	94
7.2 导线测量	97
7.3 交会定点	105
7.4 三角高程测量	109
7.5 全球定位系统(GPS)测量	111
思考与练习题	117
<b>第 8 章 大比例尺地形图测绘</b>	119
8.1 地形图的基本知识	119
8.2 测图前的准备工作	122
8.3 地形测图方法	124
8.4 地形图的绘制	126
8.5 数字化测图概述	127
思考与练习题	128
<b>第 9 章 地形图的应用</b>	129
9.1 地形图的识读	129
9.2 地形图应用的基本内容	130
9.3 按设计线路绘制纵断面图	136
9.4 按限制坡度在地形图上选线	137
9.5 平整场地中土石方计算	138
思考与练习题	140
<b>第 10 章 施工测量的基本工作</b>	141
10.1 施工测量概述	141

10.2 测设的基本工作.....	142
10.3 点的平面位置测设.....	147
思考与练习题.....	151
<b>第 11 章 民用建筑与工业厂房施工测量 .....</b>	<b>153</b>
11.1 施工控制测量.....	153
11.2 民用建筑施工测量.....	158
11.3 工业厂房施工测量.....	164
11.4 建筑物的变形观测.....	171
11.5 竣工测量.....	175
思考与练习题.....	176
<b>参考文献.....</b>	<b>178</b>

# 第1章 绪论

## 【内容提要】

本章主要介绍土木工程测量各学科研究的内容、地面点位的确定方法，包括学科任务、大地水准面、测量坐标系统和高程系统、测量地面点定位的确定方法、测量的基本工作及工作的基本原则等内容。

### 1.1 土木工程测量的任务及作用

#### 1.1.1 测量学的定义

测量学是研究地球形状、大小及确定地球表面空间点位，以及对空间点位信息进行采集、处理、储存、管理的科学。按照研究的范围、对象及技术手段的不同，又分为诸多学科。

普通测量学，是在不顾及地球曲率影响情况下，研究地球自然表面局部区域的地形、确定地面点位的基础理论、基本技术方法与应用的学科，是测量学的基础部分。其内容是将地表的地物、地貌及人工建(构)筑物等测绘成地形图，为各建设部门直接提供数据和资料。

大地测量学，是研究地球的大小、形状、地球重力场以及建立国家大地控制网的学科。现代大地测量学已进入以空间大地测量为主的领域，可以提供高精度、高分辨率，适时、动态地定量空间信息，是研究地壳运动与形变、地球动力学、海平面变化、地质灾害预测等的重要手段之一。

摄影测量学，是利用摄影或遥感技术获取被测物体的影像或数字信息，进行分析、处理后以确定物体的形状、大小和空间位置，并判断其性质的学科。按获取影像的方式不同，摄影测量学又分为水下摄影测量学、地面摄影测量学、航空摄影测量学和航天遥感等。随着空间、数字和全息影像技术的发展，摄影测量学可以方便地为人们提供数字图件、建立各种数据库、虚拟现实，已成为测量学的关键技术。

海洋测量学，是以海洋和陆地水域为对象，研究港口、码头、航道、水下地形的测量以及海图绘制的理论、技术和方法的学科。

工程测量学，是研究各类工程在规划、勘测设计、施工、竣工验收和运营管理等各阶段的测量理论、技术和方法的学科。其主要内容包括控制测量、地形测量、施工测量、安装测量、竣工测量、变形观测、跟踪监测等。

地图制图学，是研究各种地图的制作理论、原理、工艺技术和应用的学科。主要内容包括地图的编制、投影、整饰和印刷等。自动化、电子化、系统化已成为其主要发展

方向。

GPS 卫星测量，又称导航全球定位系统，是通过地面上 GPS 卫星信号接收机，接收太空 GPS 卫星发射的导航信息，快捷地确定(解算)接收机天线中心的位置。由于其高精度、高效率、多功能、操作简便，已在包括土木工程在内的众多领域广泛应用。

本教材主要介绍土木建筑工程中的测绘工作内容，称为土木工程测量。土木工程测量属于工程测量的范畴，也与其他测量学科有着密切的联系。

### 1.1.2 土木工程测量的任务

【课堂内容】

工程测量学，按其对象可分为工业建设工程测量、城市建设工程测量、公路铁路工程测量、桥梁工程测量、隧道与地下工程测量、水利水电工程测量、管线工程测量等。在工程建设过程中，工程项目一般分为规划与勘测设计、施工、运营管理三个阶段，测量工作贯穿于工程项目建设的全过程，根据不同的施测对象和阶段，工程测量学具有以下任务。

#### 1. 测图

应用各种测绘仪器和工具，在地球表面局部区域内，测定地物(如房屋、道路、桥梁、河流、湖泊)和地貌(如平原、洼地、丘陵、山地)的特征点或棱角点的三维坐标，根据局部区域地图投影理论，将测量资料按比例绘制成图或制作成电子图。既能表示地物平面位置又能表现地貌变化的图称为地形图；仅能表示地物平面位置的图称为地物图。工程竣工后，为了便于工程验收和运营管理、维修，还需测绘竣工图；为了满足与工程建设有关的土地规划与管理、用地界定等方面的需求，需要测绘各种平面图(如地籍图、宗地图)；对于道路、管线和特殊建(构)筑物的设计，还需测绘带状地形图和沿某方向表示地面起伏变化的断面图，等等。

#### 2. 用图

利用成图的基本原理，如构图方法、坐标系统、表达方式等，在图上进行量测，以获得所需要的资料(如地面点的三维坐标、两点间的距离、地块面积、地面坡度、断面形状)，或将图上量测的数据反算成实地相应的测量数据，以解决设计和施工中的实际问题。例如利用有利的地形来选择建筑物的布局、形式、位置和尺寸，在地形图上进行方案比较、土方量估算、施工场地布置与平整等。用图是成图的逆反过程。

工程建设项目的规划设计方案，力求经济、合理、实用、美观。这就要求在规划设计中，充分利用地形、合理使用土地，正确处理建设项目与环境的关系，做到规划设计与自然美的结合，使建筑物与自然地形形成协调统一的整体。因而，用图贯穿于工程规划设计的全过程。同时在工程项目改(扩)建、施工阶段、运营管理阶段也需要用图。

#### 3. 放图

放图又称为施工放样，是根据设计图提供的数据，按照设计精度要求，通过测量手段将建(构)筑物的特征点、线、面等标定到实地工作面上，为施工提供正确位置，指导施工。施工放样又称为施工测设，这项工作是测图的逆反过程。施工放样贯穿于施工阶段的全过程。同时，在施工过程中，还需利用测量的手段监测建(构)筑物的三维坐标、构件与设备的安装定位等，以保证工程施工质量。

#### 4. 变形测量

在大型建筑物的施工过程中和竣工之后，为了确保建筑物在各种荷载或外力作用下，

施工和运营的安全性和稳定性，或验证其设计理论和检查施工质量，需要对其进行位移和变形监测，这种监测称为变形测量。变形测量是在建筑物上设置若干观测点，按测量观测程序和相应周期，测定观测点在荷载或外力作用下，随时间延续三维坐标的变化值，以分析判断建筑物的安全性和稳定性。变形观测包括位移观测、倾斜观测、裂缝观测等。

综合上述，测量工作贯穿于工程建设的全过程。参与工程建设的技术人员必须具备工程测量的基本技能。因此，工程测量学是工程建设技术人员的一门必修技术基础课。

### 1.1.3 工程测量学的作用

测绘技术及成果应用十分广泛，对于国民经济建设、国防建设和科学研究起着重要的作用。国民经济建设发展的整体规划，城镇和工矿企业的建设与改(扩)建，交通、水利水电、各种管线的修建，农业、林业、矿产资源等的规划、开发、保护和管理，以及灾情监测等都需要测量工作；在国防建设中，测绘技术对国防工程建设、战略部署和战役指挥、诸兵种协同作战、现代化技术装备和武器装备应用等都起着重要作用；对于空间技术研究、地壳形变、海岸变迁、地极运动、地震预报、地球动力学、卫星发射与回收等科学的研究方面，测绘信息资料也是不可或缺的。同时，测绘资料是重要的基础信息，其成果是信息产业的重要组成部分。

在土木工程中，测绘科学的各项高新技术，已在或正在土木工程各专业中得到广泛应用。在工程建设的规划设计阶段，各种比例尺地形图、数字地形图或有关GIS(地理信息系统)，用于城镇规划设计、管理、道路选线以及总平面和竖向设计等，以保障建设选址得当，规划布局科学合理；在施工阶段，特别是大型、特大型工程的施工，GPS(全球定位系统)技术和测量机器人技术已经用于高精度建(构)筑物的施工测设，并适时对施工、安装工作进行检验校正，以保证施工符合设计要求；在工程管理方面，竣工测量资料是扩建、改建和管理维护必需的资料。对于大型或重要建(构)筑物还要定期进行变形监测，以确保其安全可靠；在土地资源管理方面，地籍图、房产图对土地资源开发、综合利用、管理和权属确认具有法律效力。因此，测绘资料是项目建设的重要依据，是土木工程勘察设计现代化的重要技术，是工程项目顺利施工的重要保证，是房产、地产管理的重要手段，是工程质量检验和监测的重要措施。

土木工程技术人员必须明确测量学科在土木工程建设中的重要地位。通过本课程的学习，要求学生掌握测量基本理论和技术原理，熟练操作常规测量仪器，正确地应用工程测量基本理论和方法，并具有一定的测图、用图、放图和变形测量等方面的工作能力。这也是土木工程技术工作的基本条件。

## 1.2 确定地面点位的方法

### 1.2.1 测量基准面的概念

测量工作是在地球表面进行的，欲确定地表上某点的位置，必须建立一个相应的测量工作面——基准面，统一计算基准，实现空间点信息共享。为了达到此目的，测量基准面应满足两个条件：一是基准面的形状与大小应尽可能接近于地球的形状与大小；二是可以

用规则的简单几何形体与数学表达式来表达。如图 1.1(a)所示, 地球表面有高山、丘陵、平原、盆地和海洋等自然起伏, 为极不规则的曲面。例如珠穆朗玛峰高于海平面 8 846. 27m, 太平洋西部的马里亚纳海沟深至 11 022m, 尽管它们高低相差悬殊, 但与地球的平均半径 6 731km 相比较是微小的。另外, 地球表面约 71% 的面积为海洋, 陆地面积约占 29%。

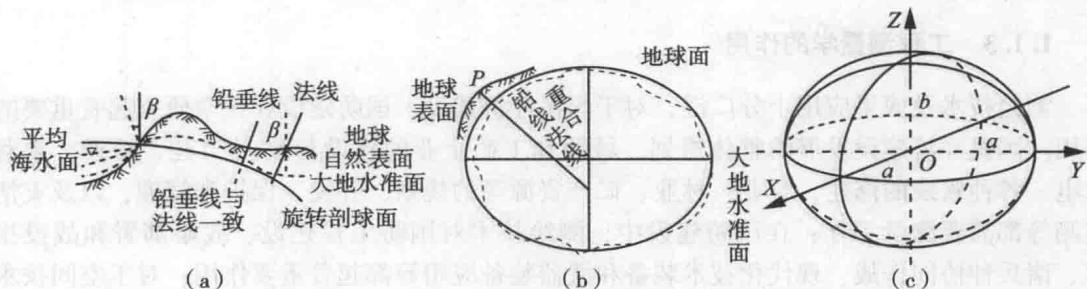


图 1.1 地球自然表面、大地水准面和旋转椭球面

根据上述条件, 人们设想以一个自由静止的海水面向陆地延伸, 并包含整个地球, 形成一个封闭的曲面来代替地球表面, 这个曲面称为水准面。与水准面相切的平面, 称为水平面。可见, 水准面与水平面可以有无数个, 其中通过平均海水面的水准面称为大地水准面。由大地水准面包含的形体称为大地体, 如图 1.1(b)所示。大地水准面是测量工作的基准面, 也是地面点高程计算的起算面(又称为高程基准面)。在测区面积较小时, 可以将水平面作为测量工作的基准面。

地球是太阳系中的一颗行星, 根据万有引力定律, 地球上的物体受地球重力(主要考虑地球引力和地球自转离心力)的作用, 水准面上任一点的铅垂线(称为重力作用线, 是测量上的基准线)都垂直于该曲面, 这是水准面的一个重要特征。由于地球内部质量分布不均匀, 重力受到影响, 致使铅垂线方向产生不规则变化, 导致大地水准面成为一个有微小起伏的复杂曲面, 如图 1.1 所示, 缺乏作基准面的第二条件。如果在此曲面上进行测量工作, 测量、计算、制图都非常困难。为此, 根据不同轨迹卫星的长期观测成果, 经过推算, 选择了一个非常接近大地体又能用数学式表达的规则几何形体来代表地球的整体形状。这个几何形体称为旋转椭球体, 其表面称为旋转椭球面。测量上概括地球总形体的旋转椭球体称为参考椭球体, 如图 1.1(c)所示。

我国现采用的参考椭球体的几何参数为:  $a = 6 378. 136\text{km}$ ,  $\alpha = 1/298. 257$ , 推算得  $b = 6 356. 752\text{km}$ 。由于  $\alpha$  很小, 当测区面积不大时, 可以将地球当做圆球体, 其半径采用地球平均半径  $R = (2a+b)/3$ , 取近似值为 6 371km。

测量工作的实质是确定地面点的空间位置, 即在测量基准面上用三个量(该点的平面坐标或球面坐标与该点的高程)来表示。因而, 要确定地面点位必须建立测量坐标系统和高程系统。

## 1.2.2 坐标系统

坐标系统用来确定地面点在地球椭球面或投影平面上的位置。测量上通常采用大地坐

标系统、高斯-克吕格平面直角坐标系统和独立平面直角坐标系统。

### 1. 大地坐标系

用经度、纬度来表示地面点位置的坐标系，称为地理坐标系。若用天文经度  $\lambda$ 、天文纬度  $\varphi$  来表示则称为天文地理坐标系，如图 1.2 所示；而用大地经度  $L$ 、大地纬度  $B$  来表示称为大地地理坐标系。天文地理坐标是用天文测量方法直接测定的，大地地理坐标是根据大地测量所得数据推算得到的。地理坐标为一种球面坐标，常用于大地问题解算、地球形状和大小的研究、编制大面积地图、火箭与卫星发射、战略防御和指挥等方面。

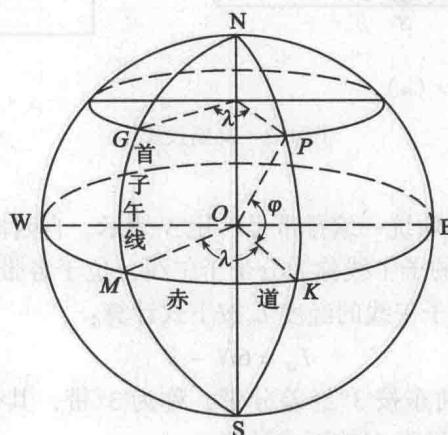


图 1.2 大地坐标

大地经纬度是根据一个起始大地点(称为大地原点，该点的大地经纬度与天文经纬度一致)的大地坐标，再按大地测量所得数据推算而得。20世纪50年代，在我国天文大地网建立初期，鉴于当时的历史条件，采用了克拉索夫斯基椭球元素，并与苏联1942年普尔科沃坐标系进行联测，通过计算，建立了我国的1954年北京坐标系；我国目前使用的大地坐标系，是以位于陕西省泾阳县境内的国家大地点为起算点建立的统一坐标系，称为1980年国家大地坐标系。

### 2. 高斯-克吕格平面直角坐标系

地理坐标建立在球面基础上，不能直接用于测图、工程建设规划、设计、施工，因此测量工作最好在平面上进行。所以需要将球面坐标按一定的数学算法归算到平面上去，即按照地图投影理论(高斯投影)将球面坐标转化为平面直角坐标。

高斯投影，是设想将截面为椭圆的柱面套在椭球体外面，如图 1.3(a)所示，使柱面轴线通过椭球中心，并且使椭球面上的中央子午线与柱面相切，而后将中央子午线附近的椭球面上的点、线正形投影到柱面上，如  $M$  投影点为  $m$ 。再沿过极点  $N$  的母线将柱面剪开，展成平面，如图 1.3(b)所示，这样就形成了高斯投影平面。由此可见，经高斯投影后，中央子午线与赤道呈直线，其长度不变，并且二者正交。而离开中央子午线和赤道的点、线均有变形，离得越远，变形越大。

为了控制由曲面等角投影(正形投影)到平面时引起的变形在测量容许值范围内，将地球按一定的经度差分成若干带，各带分别独立进行投影。从首子午线自西向东每隔  $6^{\circ}$

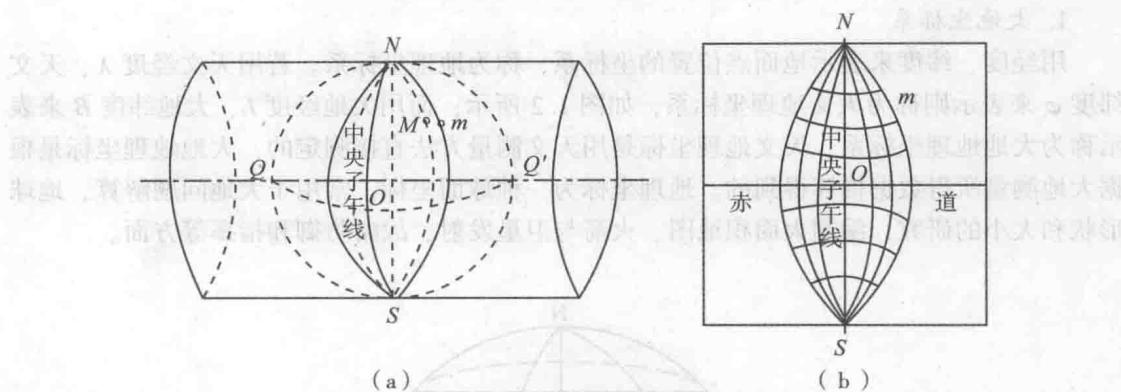


图 1.3 高斯投影

划为一带，称为 $6^{\circ}$ 带。每带均统一编排带号，用 $N$ 表示。自西向东依次编为 $1 \sim 60$ ，如图 1.4 所示。位于各带边界上的子午线称为分带子午线，位于各带中央的子午线称为中央子午线或轴子午线。各带中央子午线的经度 $L_0$ 按下式计算：

$$L_0 = 6N - 3 \quad (1-1)$$

亦可从经度 $1^{\circ}30'$ 自西向东按 $3^{\circ}$ 经差分带，称为 $3^{\circ}$ 带，其带号用 $n$ 表示，依次编号 $1 \sim 120$ ，各带的中央子午线经度 $L'_0$ 按下式计算：

$$L'_0 = 3n \quad (1-2)$$

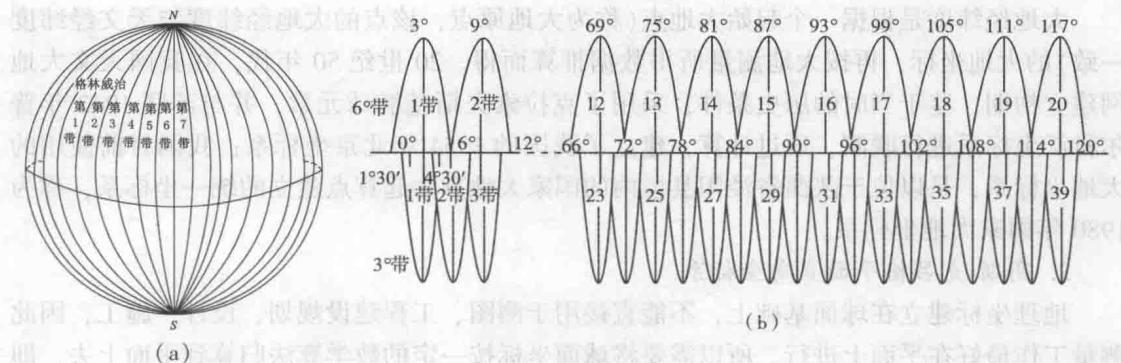


图 1.4 高斯投影分带

我国领土位于北半球，在高斯-克吕格平面直角坐标系中， $x$ 值均为正值。而地面点位于中央子午线以东 $y$ 为正值，以西 $y$ 为负值。这种以中央子午线为纵轴的坐标值称为自然值。为了避免 $y$ 值出现负值，规定每带纵轴向西平移 500km，如图 1.5(b)所示，来计算横坐标。而每带赤道长约 667.2km，这样在新的坐标系下，横坐标纯为正值。为了区分地面点所在的带，还应在新坐标系横坐标值(以米计的 6 位整数)前冠以投影带号。这种由带号、500km 和自然值组成的横坐标 $Y$ 称为横坐标通用值。例如，地面上两点 A、B 位于 $6^{\circ}$ 带的 18 带，横坐标自然值分别为： $y_A = 34 257.38m$ ， $y_B = -104 172.34m$ ，则相应的横

坐标通用值为:  $Y_A = 18\ 534\ 257.38\text{m}$ ,  $Y_A = 18\ 395\ 827.66\text{m}$ 。我国境内  $6^{\circ}$  带的带号在 13 ~ 23 之间, 而  $3^{\circ}$  带的带号在 24 ~ 45 之间, 相互之间带号不重叠, 根据某点的通用值即可判断该点处于  $6^{\circ}$  带还是  $3^{\circ}$  带。

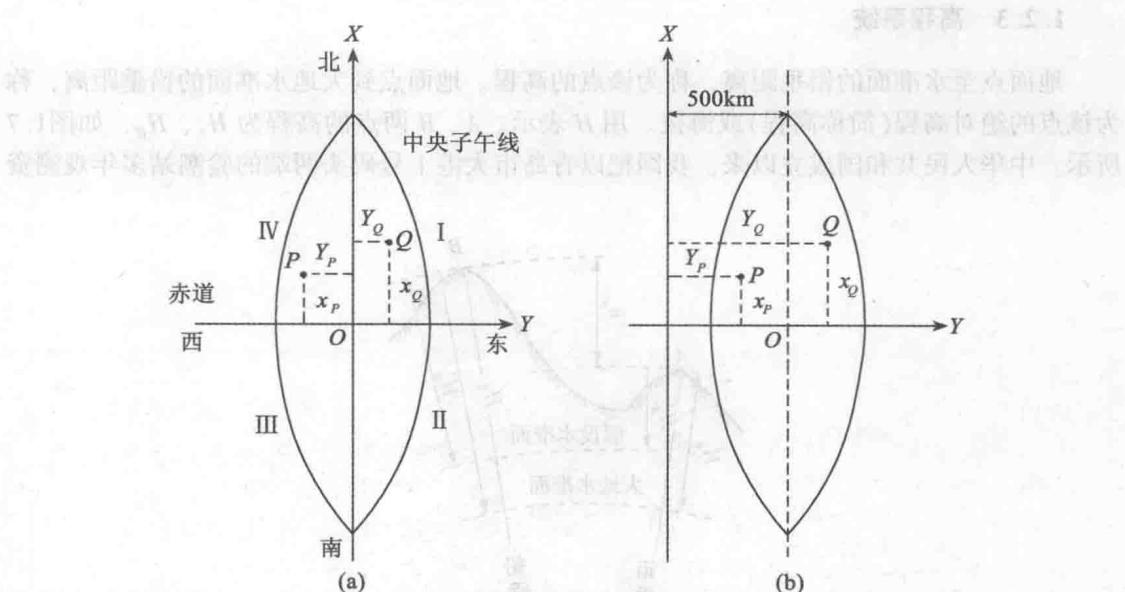


图 1.5 高斯平面直角坐标系

### 3. 独立平面直角坐标系

当测区范围较小(半径 $\leqslant 10\text{km}$ )时, 可以将地球表面视为平面, 直接将地面点沿铅垂线方向投影到水平面上, 用平面直角坐标系表示该点的投影位置。以测区子午线方向(真子午线或磁子午线)为纵轴( $X$ 轴), 北方向为正; 横轴( $Y$ 轴)与 $X$ 轴垂直, 东方向为正。这样就建立了独立平面直角坐标系, 如图1.6所示。实际测量中, 为了避免出现负值, 一般将坐标原点选在测区的西南角, 故又称为假定平面直角坐标系。

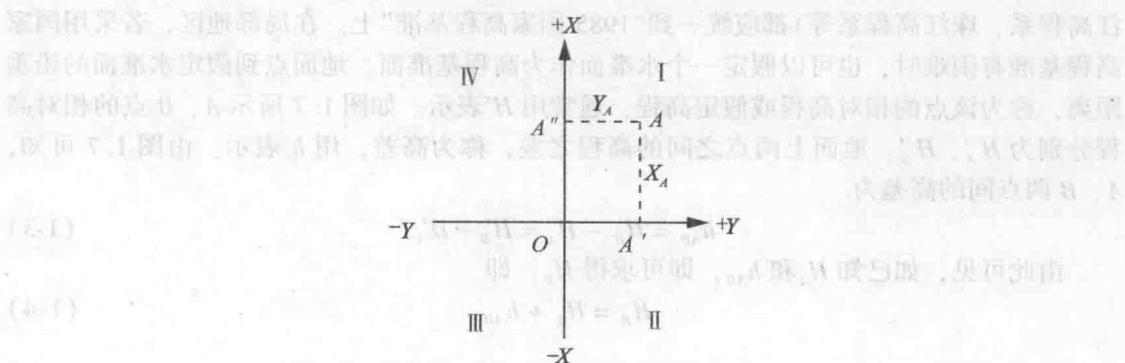


图 1.6 独立平面直角坐标系

独立平面直角坐标系，与数学坐标系相比较，区别在于纵、横轴互换，且象限按顺时针方向Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ排列，如图1.6所示，目的是便于将数学中的三角和几何公式不作任何改变直接应用于测量学中。

### 1.2.3 高程系统

地面点至水准面的铅垂距离，称为该点的高程。地面点到大地水准面的铅垂距离，称为该点的绝对高程(简称高程)或海拔。用 $H$ 表示。 $A$ 、 $B$ 两点的高程为 $H_A$ 、 $H_B$ ，如图1.7所示。中华人民共和国成立以来，我国把以青岛市大港1号码头两端的验潮站多年观测资

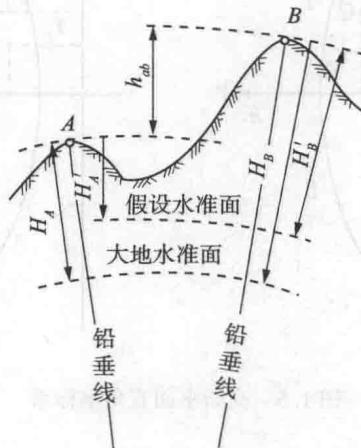


图 1.7 高程系统

料求得的黄海平均海平面作为高程基准面，其高程为0.000m，建立了1956年黄海高程系。并在青岛市观象山建立了中华人民共和国水准原点，其高程为72.289m。随着观测资料的积累，采用1953—1979年的验潮资料，1985年精确地确定了黄海平均海平面，推算得国家水准原点的高程为72.260m，由此建立了1985国家高程基准，作为统一的国家高程系统，1987年开始启用。现在仍在使用的1956年黄海高程系以及其他高程系(如吴淞江高程系、珠江高程系等)都应统一到“1985国家高程基准”上。在局部地区，若采用国家高程基准有困难时，也可以假定一个水准面作为高程基准面。地面点到假定水准面的铅垂距离，称为该点的相对高程或假定高程，通常用 $H'$ 表示。如图1.7所示 $A$ 、 $B$ 点的相对高程分别为 $H'_A$ 、 $H'_B$ 。地面上两点之间的高程之差，称为高差，用 $h$ 表示。由图1.7可知， $A$ 、 $B$ 两点间的高差为

$$h_{AB} = H_B - H_A = H'_B - H'_A \quad (1-3)$$

由此可见，如已知 $H_A$ 和 $h_{AB}$ ，即可求得 $H_B$ ，即

$$H_B = H_A + h_{AB} \quad (1-4)$$

### 1.3 用水平面代替水准面的限度

当测区范围较小时，在地球曲率的影响不超过测量和制图的容许误差范围前提下，将

地面视为平面，可以不顾及地球曲率的影响。本节针对地球曲率对定位元素的影响来讨论研究测区范围的限度。

### 1.3.1 对距离的影响

如图 1.8 所示，设大地水准面上的两点 A、B 之间的弧长为  $D$ ，所对的圆心角为  $\theta$ ，弧长  $D$  在水平面上的投影为  $D'$ ，二者的差值为  $\Delta D$ 。若将水准面看做近似的圆球面，地球的半径为  $R$ 。则地球曲率对  $D$  的影响为

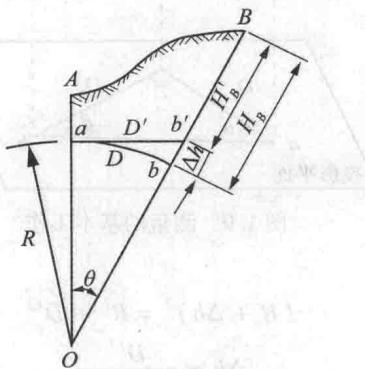


图 1.8 用水平面代替水准面对距离和高程的影响

$$\Delta D = D' - D = R \tan \theta - R \theta = R(\tan \theta - \theta)$$

将  $\tan \theta$  按幂级数展开，即  $\tan \theta = \theta + \theta^3/3 + 2\theta^5/15 + \dots$ ，略去高次项而取前两项，并顾及到  $\theta = \frac{D}{R}$ ，代入上式整理得

$$\Delta D = \frac{D^3}{3R^2} \quad \text{或} \quad \frac{\Delta D}{D} = \frac{D^2}{3R^2} \quad (1-5)$$

式中， $\frac{\Delta D}{D}$  称为相对误差，通常表示成  $\frac{1}{M}$  的形式，其中  $M$  为正整数， $M$  越大，精度越高。

取  $R=6371\text{km}$ ，并以不同的  $D$  值代入式(1-5)，可以求得用水平面代替水准面的距离误差和相对误差，如表 1.1 所示。

表 1.1 用水平面代替水准面对距离的影响

距离 $D(\text{km})$	距离误差 $\Delta D(\text{km})$	相对误差 $\Delta D/D$	距离 $D(\text{km})$	距离误差 $\Delta D(\text{km})$	相对误差 $\Delta D/D$
10	0.8	1 : 1 220 000	50	102.7	1 : 49 000
25	12.8	1 : 200 000	100	821.2	1 : 12 000

由此可以得出结论：在半径 10km 的范围内，距离测量可以忽略地球曲率的影响；一般建筑工程的范围可以扩大到 20km。

### 1.3.2 对高程的影响

如图 1.9 所示, 地面点 B 的绝对高程为  $H_B$ , 用水平面代替水准面后, B 点的高程为  $H'_B$ ,  $H_B$  与  $H'_B$  的差值, 即为水平面代替水准面产生的高程误差, 用  $\Delta h$  表示, 则

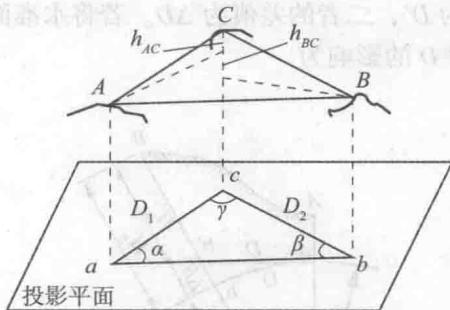


图 1.9 测量的基本工作

$$(R + \Delta h)^2 = R^2 + D'^2$$

$$\Delta h = \frac{D'^2}{2R + \Delta h}$$

式中, 可以用  $D$  代替  $D'$ , 相对于  $2R$  很小, 可以略去不计, 则

$$\Delta h = \frac{D^2}{2R} \quad (1-6)$$

以不同的距离  $D$  值代入式(1-6), 可以求出相应的高程误差  $\Delta h$ , 如表 1.2 所示。

表 1.2

水平面代替水准面的高程误差

距离 $D$ (km)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	1	2	5	10
$\Delta h$ (mm)	0.8	3	7	13	20	78	314	1 962	7 848

结论: 用水平面代替水准面, 对高程的影响是很大的, 因此, 在进行高程测量时, 即使距离很短, 也应顾及地球曲率对高程的影响。

## 1.4 测量工作概述

### 1.4.1 测量的基本工作

欲确定地面点的位置, 必须求得地面点在椭球面或投影平面上的坐标( $\lambda$ 、 $\varphi$  或  $x$ 、 $y$ ) 和高程  $H$  三个量, 这三个量称为三维定位参数。而将( $\lambda$ 、 $\varphi$  或  $x$ 、 $y$ ) 称为二维定位参数。无论采用何种坐标系统, 都需要测量出地面点间的距离  $D$ 、相关角度  $\beta$  和高程  $H$ , 则  $D$ 、 $\beta$  和  $H$  称为地面点的定位元素。

由此可知, 水平距离、水平角度及高程是确定地面点相对位置的三个基本几何元素。