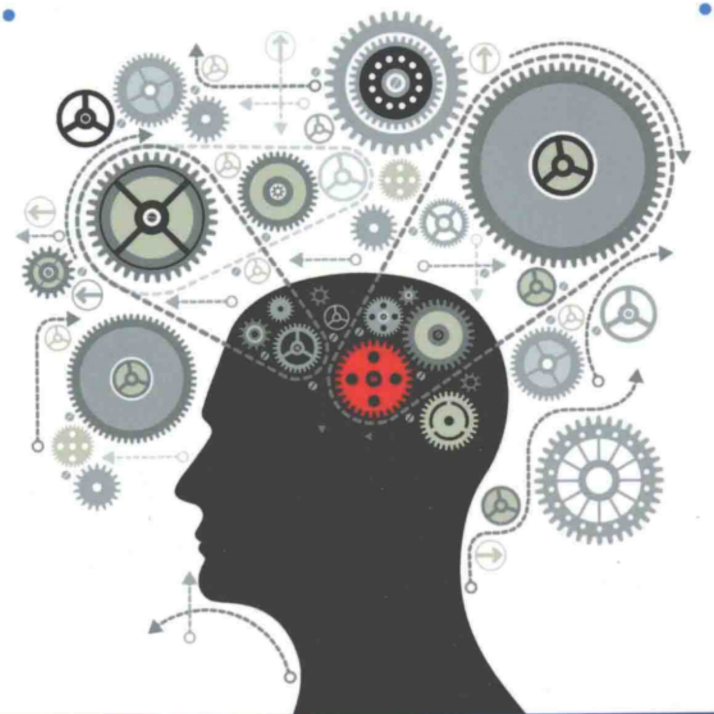


物理奥赛之知识、方法与技巧介绍

WULI AOSAI ZHI

ZHISHI FANGFA YU JIQIAO JIESHAO

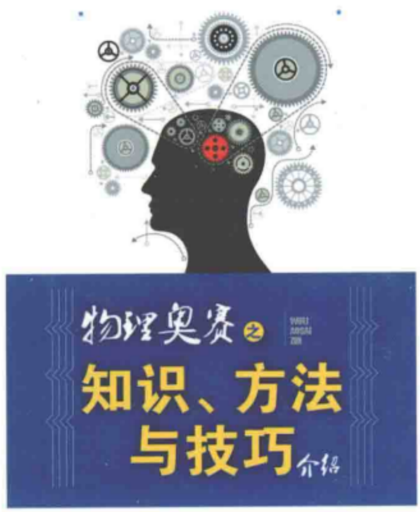
张海

上册

力学、热学部分

新华出版社

责任编辑：林郁郁
封面设计：图鸦文化



物理奥赛之

知识、方法与技巧介绍

ZHISHI FANGFA YU JIQIAO JIESHAO

张海◎著

上册

力学、热学部分

新华出版社

图书在版编目（CIP）数据

物理奥赛之知识、方法与技巧介绍：全2册 / 张海编著.
——北京：新华出版社，2014.7

ISBN 978-7-5166-1092-3

Ⅰ.①物… Ⅱ.张… Ⅲ.①中学物理课—教学参考资料
Ⅳ.①G634.73

中国版本图书馆CIP数据核字（2014）第148797号

物理奥赛之知识、方法与技巧介绍：全2册
编　　著：张海

出 版 人：张百新　　**责任编辑：**林郁郁
责任印制：廖成华　　**封面设计：**图鸦文化

出版发行：新华出版社
地　　址：北京石景山区京原路8号　　**邮　　编：**100040
网　　址：http://www.xinhuapub.com　　http://press.xinhuanet.com
经　　销：新华书店
购书热线：010－63077122　　**中国新闻书店购书热线：**010－63072012

照　　排：唐昊文化
印　　刷：中煤涿州制图印刷厂北京分厂

成品尺寸：185mm×260mm　1/16
印　　张：44　　**字　　数：**500千字
版　　次：2014年7月第一版　　**印　　次：**2014年7月第一次印刷

书　　号：ISBN　978-7-5166-1092-3
定　　价：100.00元

图书如有印装问题请与出版社联系调换：010-63077101

作者简介

张海，1986 年入山东省实验中学至今，物理教研组长，特级教师。有 28 年的中学教学经验和 26 年的物理奥赛辅导经验。担任全国物理竞赛山东队领队，山东省物理奥赛省集训队教练，山东省实验中学物理竞赛主教练。所培养学生曾在第 12 届亚洲中学生物理竞赛中获得金牌；数十人在全国物理竞赛决赛中获金牌；有百余人获山东省一等奖。先后在各类杂志上发表论文二十余篇、主编、参编教学参考书、物理奥赛辅导教材等十余部。

前 言

全国中学生物理竞赛是学有余力的中学生展示特长的舞台，也是国家为选拔参加国际奥林匹克物理竞赛的优秀选手设立的一项全国性比赛；全国中学生物理竞赛起源于1984年，至今已举行了30届，比赛分为预赛、复赛和决赛。通过这项赛事，发现了大量的物理人才，为我国的科研工作储备了雄厚的后备力量。同时，全国物理竞赛也得到了广大中学生的积极响应，为这项赛事的健康发展奠定了坚实的基础。对于初次涉及物理奥赛的学生，有一本行之有效的参考书是至关重要的。为使从事物理奥赛的广大中学生全方位了解全国物理竞赛的大纲、知识体系、试题难度及方法技巧等，本书作者积26年的物理奥赛辅导经验写成此书，以供读者使用。作者于1988年开始从事物理奥赛辅导工作，见证了全国物理竞赛的历史，本书对于热爱物理奥赛的学生以及从事这项工作的教师都是一本难得的参考书。

作者在长期的中学物理奥赛辅导工作中，积累了丰富的经验，对物理奥赛的知识体系、解题方法与技巧以及广大中学生的数学基础有系统全面的把握。作者在本书中从高中学生的知识现状，学习习惯出发，并充分结合全国物理竞赛大纲，将全国物理竞赛的知识要点充分扩展，分十八章介绍了学生在准备物理竞赛的过程中应该掌握的知识、方法与技巧。每章的内容分为“知识要点”、“重点知识讲解”和“方法与技巧”三个部分。其中“知识要点”也就是全国物理竞赛大纲，在每章的开头部分介绍，以供学生了解全国物理竞赛大纲在本章的要求。但全国物理竞赛大纲写的非常简单，为了更加深入的介绍大纲的内涵，作者在充分了解自1984年以来全国物理竞赛试题的发展，并考虑到高中学生在高中阶段的学习状况，进行了“重点知识讲解”。这些重点知识主要是学生在现行高中教材上没有或涉及较少的内容，每章根据内容分布分为“第1讲、第2讲、第3讲……”，凡是在高中教材上已经比较全面深入介绍的知识，本书不再赘述。“方法与技巧”是针对每一讲进行的问题分析，具有较强的针对性，题型全面新颖，涉及面广，对于加强对重点知识

的掌握，行之有效。同时，本书在内容编写过程中，本着由易到难、循序渐进的指导思想，将知识体系深入浅出的做了讲解。本书同时收录了许多全国物理竞赛复赛和决赛的试题，有较高的参考价值。习题采取全解的方式，对于参加高等院校自主招生的高三同学也是一本非常难得的参考书。

目录

CONTENTS

物理解题中常用的数学知识和方法

1. 数列求和的表示方法

$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum\limits_1^n a_i$

$ka_1 + ka_2 + \cdots + ka_n = \sum\limits_1^n ka_i = k\sum\limits_1^n a_i$

$(a_1 \pm b_1) + (a_2 \pm b_2) + \cdots (a_n \pm b_n) = \sum\limits_1^n (a_i \pm b_i) = \sum\limits_1^n a_i \pm \sum\limits_1^n b_i$

2. 几种常见的数列求和

(1)相邻两项的差都相等的数列叫做等差数列，等差数列前 n 项求和公式：

$S_n = a_1 + a_2 + \cdots\cdots a_n$、$a_k - a_{k-1} = b$(定值)

则 $S_n = \frac{1}{2}n(a_1 + a_n)$

$1 + 2 + \cdots n = \frac{1}{2}n(n+1)$

(2)相邻两项的比值为定值的数列叫做等比数列，该比值叫做等比数列的公比，等比数列前 n 项求和公式：

$S_n = a_1 + a_2 + \cdots a_n$　公比：$q = \frac{a_i}{a_{i-1}}$(正值)

$S_n = a_1 + a_2 + \cdots a_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

若 $q<1$ 且 $n\rightarrow\infty$，则 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots a_n = \frac{a_1}{1-q}$

(3)$1^2+2^2+\cdots n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

(4)$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

3. 微小量近似方法

(1)θ 取弧度单位,且 θ 为微小量,即 $\theta\to\theta$ 时,有:$\sin\theta\approx\tan\theta\approx\theta$

(2)当 x 为微小量,即 $x\to 0$ 时,有:$(1+x)^n\approx 1+nx$ 式中 x、n 为任意实数

例如:Ⅰ. 当 $x\ll a$ 时,$(a+x)^n\approx a^n(1+\frac{x}{a})^n\approx a^n(1+\frac{nx}{a})$

Ⅱ. 当 $x\ll a$ 且 $x\ll b$ 时,

$\frac{b+x}{(a+x)^n}\approx a^{-n}(1+\frac{x}{a})^{-n}b(1+\frac{x}{b})\approx a^{-n}b(1-\frac{nx}{a})(1+\frac{x}{b})=a^{-n}b(1-\frac{nx}{a}+\frac{x}{b}-\frac{nx^2}{ab})$

因$\frac{x^2}{ab}\ll\frac{x}{b}$,所以:$\frac{b+x}{(a+x)^n}=a^{-n}b(1-\frac{nx}{a}+\frac{x}{b})=\frac{b}{a^n}(1-\frac{nx}{a}+\frac{x}{b})$

Ⅲ. 当 $x\ll 1$ 时,$(1+x)^{-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}x^2-\frac{5}{16}x^3+\cdots\cdots$

略去二级无穷小量,则$(1+x)^{-\frac{1}{2}}\approx 1-\frac{1}{2}x$

Ⅳ. 若 $x\to 0$,则:$\frac{x}{1+x}=x(1+x)^{-1}\approx x(1-x)=x-x^2\approx x$

Ⅴ. 若 $x\to 0$,则:$\frac{x^2}{1+x}=x^2(1+x)^{-1}\approx x^2(1-x)=x^2-x^3\approx x^2$

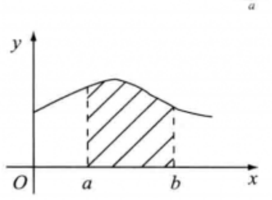
Ⅵ. 若 $x\to 0$,则:$\frac{a+x^2}{1+x}=(a+x^2)(1+x)^{-1}\approx(a+x^2)\cdot(1-x)=x^2-x^3+a-ax\approx$ $a-ax$

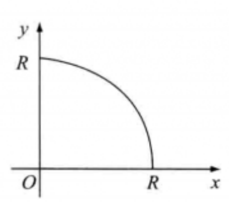
(3)当 $x\ll 1$ 时,$\ln(1+x)\approx x$ 或 $e^x\approx 1+x$

例如:当 $\Delta x\to 0$ 时,$\sum\limits_a^b\frac{\Delta x}{x}=\sum\limits_a^b\ln(1+\frac{\Delta x}{x_i})=\sum\limits_a^b\ln\frac{x_i+\Delta x}{x_i}=\sum\limits_a^b\ln\frac{x_{i+1}}{x_i}=\ln\frac{b}{a}$

4. 微元求和的几何方法

若 $y=f(x)$的函数图像如图所示,则 $\sum\limits_a^b y\Delta x$ 的值就是图中斜线部分的面积。





如:(1)求 $\sum\limits_a^b\sqrt{R^2-x^2}\Delta x$ 的值。设 $y=\sqrt{R^2-x^2}$,则 $x^2+y^2=R^2$,图像为圆心在坐标原点,半径为 R 的圆,所以,$\sum\limits_0^R\sqrt{R^2-x^2}\Delta x=\frac{1}{4}\pi R^2$

(2) $\sum\limits_0^R x\Delta x=\frac{R^2}{2}$

(3) $\sum_{0}^{2\pi}\sin x\Delta x=0,\sum_{0}^{2\pi}\cos x\Delta x=0,\sum_{0}^{\pi}\cos x\Delta x=0$

$\sum_{0}^{\pi}\sin x\Delta x=2$(类比正弦交流电的最大值和平均值之间的关系求出)

5. 微小量的计算方法实例分析

(1)$\Delta x^2=(x+\Delta x)^2-x^2=2x\Delta x+(\Delta x)^2\approx 2x\Delta x$

(2)$\Delta\frac{1}{x}=\frac{1}{x+\Delta x}-\frac{1}{x}=-\frac{\Delta x}{(x+\Delta x)x}=-\frac{\Delta x}{x^2}(1+\frac{\Delta x}{x})\approx-\frac{\Delta x}{x^2}$

(3)$\Delta\sin\theta=\sin(\theta+\Delta\theta)-\sin\theta=\sin\theta\cos\Delta\theta+\cos\theta\sin\Delta\theta-\sin\theta$

$\Delta\theta\to 0$,则 $\cos\Delta\theta\approx 1,\sin\Delta\theta\approx\Delta\theta$

所以:$\Delta\sin\theta\approx\cos\theta\cdot\Delta\theta$

(4)$\Delta\cos\theta=\cos(\theta+\Delta\theta)-\cos\theta=\cos\theta\cos\Delta\theta-\sin\theta\sin\Delta\theta-\cos\theta$

$\Delta\theta\to 0$,则 $\cos\Delta\theta\approx 1,\sin\Delta\theta\approx\Delta\theta$

所以:$\Delta\cos\theta\approx-\sin\theta\cdot\Delta\theta$

6. 微元求和的数列求和方法(以下 a、b 均为正数)

$$\sum_{a}^{b}\frac{\Delta x}{x}=\sum_{a}^{b}\ln(1+\frac{\Delta x}{x})=\sum_{a}^{b}\ln(\frac{x_i+\Delta x}{x_i})=\sum_{a}^{b}\ln\frac{x_{i+1}}{x_i}=\ln\frac{b}{a}$$

$$\sum_{a}^{b}\frac{\Delta x}{x^2}\approx\sum_{a}^{b}\frac{x_{i+1}-x_i}{x_ix_{i+1}}=\sum_{a}^{b}(\frac{1}{x_i}-\frac{1}{x_{i+1}})=\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$$

7. 均值不等式

n 个正数 a_1、a_2、$\cdots a_n$,满足下列关系:

$\frac{a_1+a_2+\cdots a_n}{n}\geqslant\sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}$,当且仅当 $a_1=a_2=\cdots=a_n$ 时,取“=”号

8. 两角和与差的正余弦公式、两角和与差的正切公式

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

9. 倍角公式与半角公式

$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$

$\cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=2\cos^2\theta-1=1-2\sin^2\theta$

$\tan\frac{\theta}{2}=\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}=\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$

$\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$　　$\cos\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$

10. 积化和差与和差化积公式

(1)积化和差

$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)]$

$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$

$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$

(2)和差化积

$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

11. 常见微分、积分公式

(1) $d(x^n)=nx^{n-1}dx$、$\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c(n\neq-1)$

(2) $d(\ln x)=\frac{dx}{x}$、$\int\frac{dx}{x}=\ln x+c$

(3) $d(a^x)=\ln a\cdot a^x dx$、$\int a^x dx=\frac{1}{\ln a}a^x+c$(其中 $a>0$,且 $a\neq0$)

(4) $d(e^x)=e^x dx$、$\int e^x dx=e^x+c$

(5) $d(\cos x)=-\sin x dx$、$\int\sin x dx=-\cos x+c$

(6) $d(\sin x)=\cos x dx$、$\int\cos x dx=\sin x+c$

(7) $d(\tan x)=\frac{1}{\cos^2 x}dx$、$\int\frac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+c$

(8) $d(\cot x)=-\frac{1}{\sin^2 x}dx$、$\int\frac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+c$

(9) $\int\frac{dx}{a^2+x^2}=\frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}+c$

(10) $\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=\arcsin x+c=-\arccos x+c$

(11) $\int\frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\frac{x}{a}+c(a>0)$

(12) $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}}=\ln\left|x+\sqrt{x^2-a^2}\right|+c$

(13) $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2\pm a^2}}=\ln\left|x+\sqrt{x^2\pm a^2}\right|+c$

(14) $\int\sqrt{a^2-x^2}dx=\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a}+c$

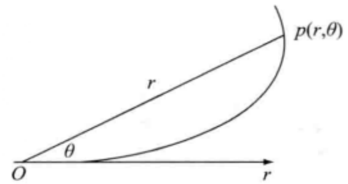
(15) $\int\sqrt{x^2\pm a^2}dx=\frac{x}{2}\sqrt{x^2\pm a^2}\pm\frac{a^2}{2}\ln\left|x+\sqrt{x^2\pm a^2}\right|+c$

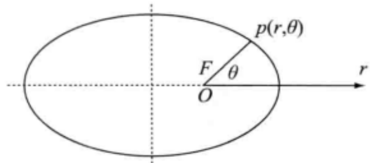
(16) $\int\frac{1}{\sin x}dx=\ln\left|\tan\frac{x}{2}\right|+c$

(17) $\int \frac{1}{\cos x}dx = \ln\left|\frac{1}{\cos x} + \tan x\right| + c$

12. 极坐标简介

如图所示,以 O 点为坐标原点建立坐标轴 or,在平面空间内用点到原点 O 的位置向量 r 和该向量与坐标轴 or 的夹角 θ 表示该点的位置,位置向量 r 叫极径,位置向量与坐标轴 or 的夹角 θ 叫极角。那么,极径 r 和极角 θ 表示的点的坐标叫做极坐标,用极坐标表示的平面曲线方程叫做极坐标方程。





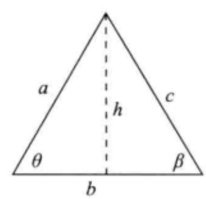
例如:

(1)圆的极坐标方程为:$r=R$,R 为圆的半径。

(2)对于直角坐标系中的椭圆:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$,若以其一个焦点 F 为原点,长轴方向为极轴,如图所示,则椭圆的极坐标方程为 $r=\frac{ep}{1+e\cos\theta}$,其中离心率 $e=\frac{c}{a}$、焦准距离 $p=\frac{b^2}{c}$。

(3)对于所有的圆锥曲线的极坐标方程都可以表示为:$r=\frac{ep}{1+e\cos\theta}$(或 $r=\frac{ep}{1-e\cos\theta}$,分母的连接号是加号还是减号取决于原点在哪个焦点上),只是对于不同类型的圆锥曲线,其离心率有所不同。

13. 常用几何图形的面积公式、几何体的体积公式



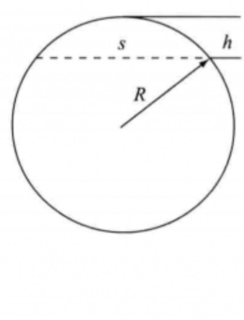
(1)三角形的面积:$s=\frac{1}{2}bh=\frac{1}{2}ab\sin\theta=\frac{1}{2}bc\sin\beta$

海伦公式:$s=\sqrt{l(l-a)(l-b)(l-c)}$、$l=\frac{a+b+c}{2}$

(2)梯形的面积:$s=\frac{1}{2}(a+b)h$,a、b、h 分别是梯形的上下底边长和高

(3)椭圆的面积:$s=\pi ab$,a、b 分别为椭圆的半长轴和半短轴

(4)球冠的面积:$s=2\pi Rh$,R、h 分别为球冠的半径和高度,如图所示。



(5)球的体积:$V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{1}{6}\pi D^3$,$R$、$D$ 为球的半径、直径。

(6)圆锥的体积:$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$,r、h 分别为圆锥的底面半径和高。

(7)圆台的体积:$V=\frac{1}{3}\pi h(R^2+r^2+Rr)$,$R$、$r$、$h$ 分别是圆台的下底面半径、上底面半径和高。

第一章　静力学

【知识要点】

重心
共点力作用下物体的平衡
物体平衡的种类
流体静力学(静止流体中的压强)
力矩、刚体的平衡

第 1 讲 物体的重心

【重点知识讲解】

1. 重心与质心：重心与质心是物理学中两个重要概念，由于它们只有一字之差，运用中很容易混淆。其实，"重心"和"质心"这两个概念有着不同的内涵和外延，是两个截然不同的力学概念。

重心：物体各个部分都受到重力作用，保持作用效果不变的条件下，这些力可等效成一个力，该力即为物体的总重力，其作用点就是物体的重心。常见物体的重心：质量均匀分布的三角板的重心在其三条中线的交点；质量均匀分布的半径 R 的半球体的重心在其对称轴上距球心$\frac{3}{8}R$ 处；质量均匀分布的高为 h 的圆锥体的重心在其对称轴上距顶点为$\frac{3}{4}R$ 处。

质心：物体的质量中心，与质量分布有关。若物体上各个部位所对应的重力加速度都相等，则物体的质心与其重心重合。在一般情况下都可以这么认为。

2. 质心方程组：

质心位置方程组：在 xyz 三维坐标系中，将质量为 m 的物体划分为 n 个质点 m_1、m_2、$m_3 \cdots m_n$，设物体的质心坐标为（x_0、y_0、z_0），各质点坐标为（x_1、y_1、z_1），（x_2、y_2、z_2）……（x_n、y_n、z_n）。那么：

$$mx_0 = \sum_1^n m_i x_i$$

$$my_0 = \sum_1^n m_i y_i$$

$$mz_0 = \sum_1^n m_i z_i$$

以上三个方程式称为物体的质心位置方程组。

质心速度方程组：将质量为 m 的物体划分为 n 个质点 m_1、m_2、$m_3 \cdots m_n$，设物体的质心速度矢量为$\vec{v}$，各质点的速度矢量为$\vec{v_i}$，那么：$m\vec{v} = \sum_1^n m_i \vec{v_i}$ 。该矢量方程式就称为物体的质心速度方程，若将该方程在 x、y、z 三方向上写成三个分量式，就称为物体的质心速度方程组。

质心加速度方程组：将质量为 m 的物体划分为 n 个质点 m_1、m_2、$m_3 \cdots m_n$，设物体的质心加速度矢量为$\vec{a}$，各质点的速度矢量为$\vec{a_i}$，那么：$m\vec{a} = \sum_1^n m_i \vec{a_i}$ 。该矢量方程式就称

为物体的质心加速度方程，若将该方程在 x、y、z 三方向上写成三个分量式，就称为物体的质心加速度方程组。

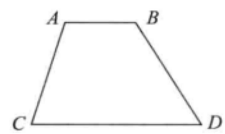
【方法与技巧】

1.(1)有一质量均匀分布、厚度均匀的直角三角板 ABC，$\angle A=30°$，$\angle B=90°$，该三角板水平放置，被 A、B、C 三点下方的三个支点支撑着，三角板静止时，A、B、C 三点受的支持力各是 N_A、N_B、N_C，则三力的大小关系是______.

(2)半径为 R 的均匀球体，球心为 O 点，今在此球内挖去一半径为 $0.5R$ 的小球，且小球恰与大球面内切，则挖去小球后的剩余部分的重心距 O 点距离为______.

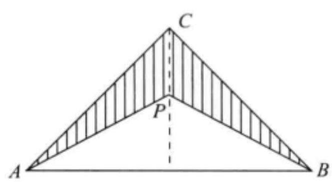
答案：(1)相等 (2)$\dfrac{R}{14}$

2. 如图所示，质量分布均匀、厚度均匀的梯形板 $ABCD$，$CD=2AB$，求该梯形的重心位置。



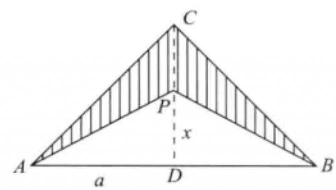
答案：重心在 AB、CD 的中点连线上，距 AB、CD 的距离之比为 5:4

3. 在质量分布均匀、厚度均匀的等腰直角三角形 ABC(角 C 为直角)上，切去一等腰三角形 APB，如图所示。如果剩余部分的重心恰在 P 点，试证明：ΔAPB 的腰长与底边长的比为$\sqrt{5}:4$.



解：设切去的等腰三角形 APB 的底边长为 $2a$、高为 $AD=x$，则：

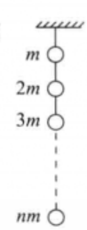
$$\frac{1}{2}2a\cdot a\cdot\frac{a}{3}=\frac{1}{2}2a\cdot x\cdot\frac{x}{3}+\left(\frac{1}{2}2a\cdot a-\frac{1}{2}2a\cdot x\right)x$$



解得：$x=\dfrac{a}{2}$或 $x=a$(舍去)

所以，三角形 APB 的腰长为：$\sqrt{x^2+a^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}a$，而底边长为 $2a$，可见，$\triangle APB$ 的腰长与底边长的比为$\sqrt{5}:4$.

4.(1)质量分别为 m、$2m$、$3m\cdots nm$ 的一系列小球(可视为质点)，用长均为 l 的细绳相连，并用长也是 l 的细绳悬于天花板上，如图所示。求总重心的位置



解：设总重心(质心)在悬点以下 x_c 处，则：

$$(m+2m+\cdots nm)x_c=\sum m_i x_i$$

$$(1+2+\cdots n)mx_c=ml+2m2l+\cdots nmnl$$