

新课标**高考数学**
第二轮复习用书

2014



洞穿高考

数学辅导丛书

洞穿高考数学 解答题核心考点

文科版



提炼核心考点，构建数学题模型，
举一反三，“秒杀”高考数学解答题

主编 ● 张永辉





洞穿高考

数学辅导丛书

洞穿高考数学 解答题核心考点

文科版

主编 ● 张永辉

清华大学出版社

北 京

内 容 简 介

《洞穿高考数学解答题核心考点》是为快速提高考生高考数学解答题的解题能力而编写的考前第二轮复习用书,分为理科版和文科版,系统介绍了高考数学解答题的六大板块:三角函数、立体几何、概率统计、解析几何、函数与导数、数列与不等式及创新题。本书从历年的高考真题和众多经典模拟题中筛选核心考点,归纳并总结出各类考点的解题方法和技巧,解法快捷,旨在帮助考生“秒杀”高考解答题,达到口述回答解答题的从容境界。

本书为文科版,适合高考文科学生、高中数学教师、高考数学命题与考试研究者以及广大数学爱好者参考使用。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

洞穿高考数学解答题核心考点:文科版/张永辉主编. —北京:清华大学出版社,2014

(洞穿高考数学辅导丛书)

ISBN 978-7-302-35223-5

I. ①洞… II. ①张… III. ①中学数学课—高中—题解—升学参考资料 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 014303 号

责任编辑:陈仕云

封面设计:刘 超

版式设计:文森时代

责任校对:马子杰

责任印制:王静怡

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课 件 下 载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62788951-223

印 刷 者:三河市君旺印装厂

装 订 者:三河市新茂装订有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:203mm×280mm

印 张:15.25

字 数:472 千字

版 次:2014 年 2 月第 1 版

印 次:2014 年 2 月第 1 次印刷

印 数:1~4500

定 价:36.00 元

《洞穿高考数学解答题核心考点(2013版)》

与2013年高考真题对照表

绝非猜题,但命题神似! 绝非押题,但题名金榜!

《洞穿高考数学解答题核心考点》中的试题经多年沉淀,很多题目与高考试题相差无几,神似真题考前活现.现摘录部分相似试题,以飨读者.

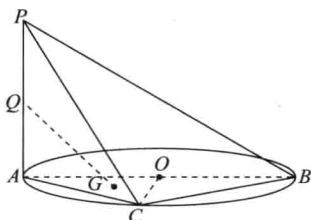
2013年普通高等学校招生考试试题	《洞穿高考数学解答题核心考点(2013版)》
2013 山东文 18 设函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}\sin^2 \omega x - \sin \omega x \cos \omega x (\omega > 0)$, 且 $y = f(x)$ 图像的一个对称中心到最近的对称轴的距离为 $\frac{\pi}{4}$. (1) 求 ω 的值; (2) 求 $f(x)$ 在区间 $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.	第一章 三角函数 核心考点一 三角函数的图像和性质 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3}) + \sin(2x - \frac{\pi}{3}) + 2\cos^2 x - 1, x \in \mathbf{R}$. (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期; (2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值. (2013 版第 3 页, 例 1.1 变式 2)
相似点: 主要考查三角函数的图像和性质, 第一问先利用公式(两角和与差的三角函数、倍角公式的逆用)化为 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的形式求解; 第二问在限制条件下求最值, 需要通过由内到外逐层求解. 相似度 95%.	
2013 年江西文 17 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 已知 $\sin A \sin B + \sin B \sin C + \cos 2B = 1$. (1) 求证: a, b, c 成等差数列; (2) 若 $C = \frac{2\pi}{3}$, 求 $\frac{a}{b}$ 的值.	第一章 三角函数 核心考点二 解三角形 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 且 $a \sin A \sin B + b \cos^2 A = \sqrt{2}a$. (1) 求 $\frac{b}{a}$ 的值; (2) 若 $c^2 = b^2 + \sqrt{3}a^2$, 求角 B 的大小. (2013 版第 7 页, 例 1.4 变式 2)
相似点: 在解三角形时, 常常将正弦定理、余弦定理结合在一起运用, 要抓住条件、待求式子的特点, 恰当地选择定理. 解三角形问题一般是从“角”或“边”两个角度进行突破, 实现“边”或“角”的统一. 利用正弦定理, 将角的正弦化为边时只能是用 a 替换 $\sin A$, 用 b 替换 $\sin B$, 用 c 替换 $\sin C$. $\sin A, \sin B, \sin C$ 的次数要相等, 各项要同时替换. 反之, 用角的正弦替换边时也要一样, 不能只替换一部分. 利用正、余弦定理解三角形, 可以将 a, b, c 和 A, B, C 作为解三角形的基本要素, 根据已知条件, 通过运用正弦定理、余弦定理、面积公式, 并利用解方程等手段进行求解. 相似度 95%.	
2013 年浙江文 18 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, 且 $2a \sin B = \sqrt{3}b$. (1) 求角 A 的大小; (2) 若 $a = 6, b + c = 8$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.	第一章 三角函数 三角函数核心预测题 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 且满足 $(2a - c) \cos B = b \cos C$. (1) 求角 B 的大小; (2) 若 $b = \sqrt{7}, a + c = 4$, 求 $\triangle ABC$ 的面积. (2013 版第 138 页, 预测题九)

相似点:(1)根据正弦定理和已知的边角关系式转化为角的关系式,从而得到角的大小;(2)由余弦定理及已知条件,求得角的夹边的乘积,再利用面积公式求面积. 相似度 100%.

2013 年辽宁文 18

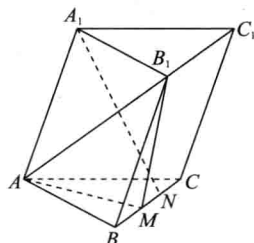
如图所示, AB 是圆 O 的直径, PA 垂直于圆 O 所在的平面, C 是圆 O 上的点.

- (1)求证: $BC \perp$ 平面 PAC ;
- (2)设 Q 为 PA 的中点, G 为 $\triangle AOC$ 的重心, 求证: $QG \parallel$ 平面 PBC .



第二章 立体几何

核心考点一 证明空间中平行与垂直的位置关系
如图所示, 在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 若 M, N 是棱 BC 上的两个三等分点. 求证: $A_1N \parallel$ 平面 AB_1M .



(2013 版第 13 页, 例 2.1 变式 2)

相似点: 不同向进面, 利用重心想到中点或利用三等分点得到中点是解题的关键, 由线线平行推出线面平行. 相似度 95%.

2013 广东文 18

如图 1 所示, 在边长为 1 的等边三角形 ABC 中, D, E 分别是 AB, AC 上的点, $AD=AE$, F 是 BC 的中点, AF 与 DE 交于点 G , 将 $\triangle ABF$ 沿 AF 折起, 得到如图 2 所示的三棱锥 $A-BCF$, 其中

$$BC = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

- (1) 证明: $DE \parallel$ 平面 BCF ;
- (2) 证明: $CF \perp$ 平面 ABF ;
- (3) 当 $AD = \frac{2}{3}$ 时, 求三棱锥 $F-DEG$ 的体积.

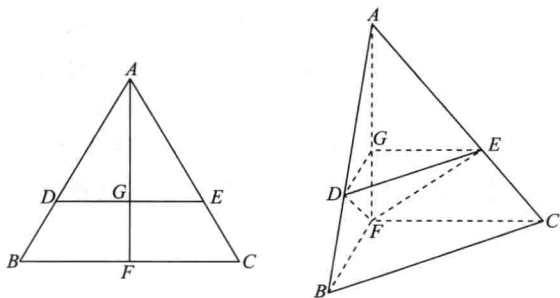


图 1

图 2

第二章 立体几何

核心考点一 证明空间中平行与垂直的位置关系
如图 1 所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, D, E 分别是 AC, AB 的中点, 点 F 为线段 CD 上的一点. 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1F \perp CD$, 如图 2 所示.

- (1) 求证: $DE \parallel$ 平面 A_1CB ;
- (2) 求证: $A_1F \perp BE$;
- (3) 线段 A_1B 上是否存在点 Q , 使 $A_1C \perp$ 平面 DEQ ? 说明理由.

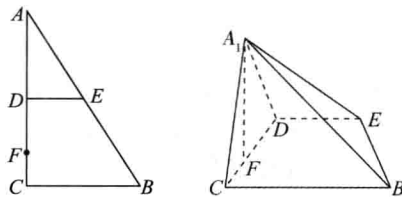


图 1

图 2

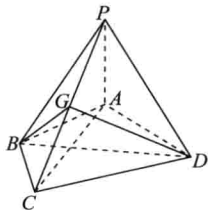
(2013 版第 19 页, 例 2.5 变式 5)

相似点: 折叠问题要注意折叠前后的量的变化, 在平面内的边的大小与角的关系不变, 在空间中的平行与垂直需要由相关的定理证明. 证明线面平行时面内线与面外线的说明体现了对公理、定理的真正理解. 线面垂直的判定定理运用要注意平面内两直线相交的条件. 相似度 95%.

2013 浙江文 20

如图所示,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 面 $ABCD$, $AB=BC=2$, $AD=CD=\sqrt{7}$, $PA=\sqrt{3}$, $\angle ABC=120^\circ$, G 为线段 PC 上的点.

- (1)证明: $BD \perp$ 平面 PAC ;
 (2)若 G 是 PC 的中点,求 DG 与 PAC 所成的角的正切值;
 (3)若 G 满足 $PC \perp$ 平面 BGD ,求 $\frac{PG}{GC}$ 的值.

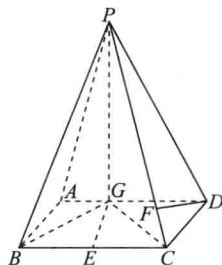


第二章 立体几何

立体几何核心预测题

如图所示,已知四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是平行四边形, $PG \perp$ 平面 ABC ,垂足 G 在 AD 上,且 $AG = \frac{1}{3}GD$, $GB \perp GC$, $GB=GC=2$, $PG=4$, E 是 BC 的中点.

- (1)求证: $PC \perp BG$;
 (2)求异面直线 GE 与 PC 所成角的余弦值;
 (3)若 F 是 PC 上一点,且 $DF \perp GC$,求 $\frac{CF}{CP}$ 的值.



(2013 版第 142 页,预测题八)

相似点:空间中的点、直线和平面位置关系是研究立体几何的核心问题,高考始终把直线与平面的平行、垂直关系作为考查的重点,尤其以多面体为载体的线面位置关系的论证是历年高考的必考内容,其中既有单独考查直线和平面位置关系的试题,也有以空间角、距离或简单几何体的计算为载体考查直线和平面位置关系的试题.解答开放型问题的一般方法是设点求点,本题是半开放题目,利用垂直关系求得.相似度 95%.

2013 广东文 17

从一批苹果中,随机抽取 50 个,其重量(单位:克)的频数分布表如下:

分组(重量)	[80,85)	[85,90)	[90,95)	[95,100)
频数(个)	5	10	20	15

- (1)根据频数分布表计算苹果的重量在 $[90,95)$ 的频率;
 (2)用分层抽样的方法从重量在 $[80,85)$ 和 $[95,100)$ 的苹果中共抽取 4 个,其中重量在 $[80,85)$ 的有几个?
 (3)在(2)中抽出的 4 个苹果中,任取 2 个,求重量在 $[80,85)$ 和 $[95,100)$ 中各有 1 个的概率.

第三章 概率统计

核心考点二 数据抽样和分析

——频率分布直方图的制作和分析

为了解甲、乙两厂的产品质量,采取分层抽样的方法从甲、乙两厂的产品中分别抽取 14 件和 5 件,测量产品中微量元素 x, y 的含量(单位:毫克).下表是乙厂的 5 件产品的测量数据:

编号	1	2	3	4	5
x	169	178	166	175	180
y	75	80	77	70	81

- (1)已知甲厂生产的产品共有 98 件,求乙厂生产的产品数量;
 (2)当产品中微量元素 x, y 满足 $x \geq 175$ 且 $y \geq 75$ 时,该产品为优等品.用上述样本数据估计乙厂生产的优等品的数量.

(2013 版第 38 页,例 3.5)

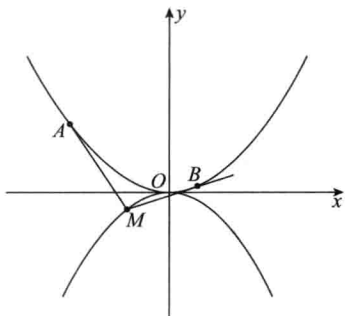
相似点:以图、表的形式呈现,考查随机抽样问题,频率与频数的计算,分层抽样与比例计算,总体与样本,古典概型的计算. 相似度 90%.

2013 辽宁文 20

如图所示,抛物线 $C_1: x^2 = 4y$, $C_2: x^2 = -2py$ ($p > 0$). 点 $M(x_0, y_0)$ 在抛物线 C_2 上,过 M 作 C_1 的切线,切点为 A, B (M 为原点 O 时, A, B 重合于 O). 当 $x_0 = 1 - \sqrt{2}$ 时,切线 MA 的斜率为 $-\frac{1}{2}$.

(1)求 p 的值;

(2)当 M 在 C_2 上运动时,求线段 AB 中点 N 的轨迹方程(A, B 重合于 O 时,中点为 O).



第四章 解析几何

核心考点一 求动点的轨迹方程

在平面直角坐标系 xOy 中,有一个以 $F_1(0, -\sqrt{3})$ 和 $F_2(0, \sqrt{3})$ 为焦点,离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的椭圆. 设椭圆在第一象限的部分为曲线 C , 动点 P 在 C 上, C 在点 P 处的切线与 x, y 轴的交点分别为 A, B , 且向量 $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$. 求点 M 的轨迹方程.

(2013 年版第 49 页,例 4.6 变式 3)

相似点:在求动点轨迹时,有时出现两曲线交点的轨迹问题,这类问题常常通过解方程组得到交点的坐标(或含参数),在消去参数得出所求轨迹的方程. 相似度 90%.

2013 新课标全国 I 文 21(1)

已知圆 $M: (x+1)^2 + y^2 = 1$, 圆 $N: (x-1)^2 + y^2 = 9$, 动圆 P 与圆 M 外切并且与圆 N 内切, 圆心 P 的轨迹为曲线 C . 求 C 的方程.

第四章 解析几何

核心考点一 求动点的轨迹方程

设圆 C 与两圆 $(x+\sqrt{5})^2 + y^2 = 4$, $(x-\sqrt{5})^2 + y^2 = 4$ 中的一个内切, 与另一个外切, 求 C 的圆心轨迹 l 的方程.

(2013 年版第 43 页,例 4.2 变式 2)

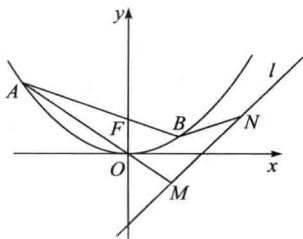
相似点:利用几何性质结合曲线(圆、椭圆、双曲线、抛物线)的定义,求解动点的轨迹方程. 相似度 100%.

2013 浙江文 22

已知抛物线 C 的顶点为 $O(0,0)$, 焦点 $F(0,1)$.

(1)求抛物线 C 的方程;

(2)过 F 作直线交抛物线于 A, B 两点,若直线 OA, OB 分别交直线 $l: y = x - 2$ 于 M, N 两点,求 $|MN|$ 的最小值.



第四章 解析几何

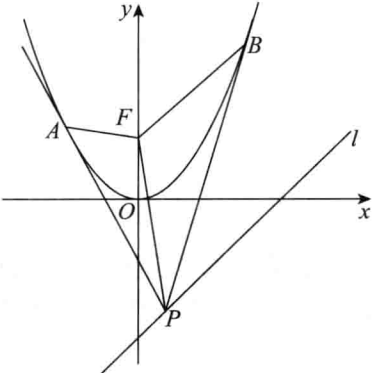
核心考点三 定点、定值、最值问题

已知平面内一动点 P 到点 $F(1,0)$ 的距离与点 P 到 y 轴的距离的差等于 1.

(1)求动点 P 的轨迹 C 的方程;

(2)过点 F 作两条斜率存在且互相垂直的直线 l_1, l_2 , 设 l_1 与轨迹 C 相交于点 A, B , l_2 与轨迹 C 相交于点 D, E , 求 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{EB}$ 的最小值.

(2013 年版第 74 页,例 4.25 变式 2)

相似点:联立直线与抛物线方程,求得 $ MN $ 与 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{EB}$ 的目标函数,从而求得最值. 相似度 95%.	
2013 陕西文 20 已知动点 $M(x, y)$ 到直线 $l: x=4$ 的距离是它到点 $N(1, 0)$ 的距离的 2 倍. (1) 求动点 M 的轨迹 C 的方程; (2) 过点 $P(0, 3)$ 的直线 m 与轨迹 C 交于两点 A, B. 若 A 是 PB 的中点, 求直线 m 的斜率.	第四章 解析几何 核心考点三 定点、定值、最值问题 已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F, 过点 F 的直线交抛物线于 A, B 两点. 若 $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$, 求直线 AB 的斜率 (2013 版第 72 页, 例 4.24 变式 2(1))
相似点:设直线方程,与曲线方程联系,设交点坐标,利用向量或中点沟通两点坐标的关系,借助根与系数的关系构建斜率满足的方程求解斜率,注意验证判别式大于 0. 相似度 95%.	
2013 广东文 20 已知抛物线 C 的顶点为原点,其焦点 $F(0, c) (c > 0)$ 到直线 $l: x-y-2=0$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$, 设 P 为直线 l 上的点,过点 P 作抛物线 C 的两条切线 PA, PB, 其中 A, B 为切点. (1) 求抛物线 C 的方程; (2) 当点 $p(x_0, y_0)$ 为直线 l 上的定点时,求直线 AB 的方程.	第四章 解析几何 核心考点一 求动点的轨迹方程 如图所示,设抛物线 $C: y=x^2$ 的焦点为 F, 动点 P 在直线 $l: x-y-2=0$ 上运动,过 P 作抛物线 C 的两条切线 PA, PB, 且与抛物线 C 分别相切于 A, B 两点. 求 $\triangle APB$ 的重心 G 的轨迹方程.  (2013 版第 50 页, 例 4.7 变式 1)
相似点:采用“设而不求”策略,先设出 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 结合导数求切线 PA, PB 的方程,代入点 P 的坐标,根据结构,可得直线 AB 的方程. 用重心 G 的坐标表示点 P 的坐标,代入到点 P 的直线方程中,求解重心 G 的轨迹方程. 相似度 95%.	
2013 山东文 21(1) 已知函数 $f(x)=ax^2+bx-\ln x(a, b \in \mathbf{R})$. (1) 设 $a \geq 0$, 求 $f(x)$ 的单调区间.	第五章 函数与导数 核心考点一 含参函数的单调性 (区间) 与极值、最值 求函数 $f(x)=\ln x-ax+\frac{1}{2}x^2$ 的单调区间. (2013 版第 77 页, 例 5.1 变式 1)
相似点:对于含参函数的单调性的讨论,第一步,求函数的定义域;第二步,求导函数;第三步,以导函数的零点存在性进行讨论;第四步,当导函数存在多个零点时,讨论它们的大小关系及与区间的位置关系;第五步,画出导函数的同号函数的草图,从而判断其导函数的符号;第六步,根据第五步的草图列出 $f'(x), f(x)$ 随 x 的变化的情况表,并写出函数的单调区间;第七步,综合上述讨论的情形,完整地写出函数的单调区间. 相似度 95%.	

2013 辽宁文 21(1) 证明:当 $x \in [0, 1]$ 时, $\frac{\sqrt{2}}{2}x \leq \sin x \leq x$.	第五章 函数与导数 核心考点五 利用导数证明不等式 已知函数 $f(x) = \ln(1+x) - \frac{x}{1+x}$. (1) 求 $f(x)$ 的极小值; (2) 若 $a, b > 0$, 求证: $\ln a - \ln b \geq 1 - \frac{b}{a}$. (2013 版第 93 页, 例 5.14)
相似点: 利用导数证明不等式, 关键是构造函数, 有时根据题设直接证明显然难度很大, 所以需要将不等式等价转化为较容易证明的结构形式. 相似度 95%.	
2013 江苏 20(1) 设函数 $f(x) = \ln x - ax$, $g(x) = e^x - ax$, 其中 a 为实数. 若 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上是单调减函数, 且 $g(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上有最小值, 求 a 的取值范围.	第五章 函数与导数 核心考点二 含参函数在区间上具有单调性、无单调性或存在单调区间, 求参数范围. 设函数 $f(x) = xe^{kx}$ ($k \neq 0$). (1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程; (2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间; (3) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 内单调递增, 求 k 的取值范围. (2013 版第 79 页, 例 5.3)
相似点: 对导数单调性的考查侧重于已知函数的解析式求函数的单调区间, 已知函数在某个区间上的单调性求参数的取值范围, 已知函数存在单调减区间或单调增区间求参数的取值范围. 相似度 95%.	
2013 广东文 21 设函数 $f(x) = x^3 - kx^2 + x$ ($k \in \mathbf{R}$). (1) 当 $k=1$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间; (2) 当 $k < 0$, 求函数 $f(x)$ 在 $[k, -k]$ 上的最小值 m 和最小值 M.	第五章 函数与导数 核心考点一 含参函数的单调性 (区间) 与极值、最值 已知函数 $f(x) = ax^2 + 1$ ($a > 0$), $g(x) = x^2 + bx$. (1) 若曲线 $y = f(x)$ 与曲线 $y = g(x)$ 在它们的交点 $(1, c)$ 处具有公共切线, 求 a, b 的值; (2) 当 $a^2 = 4b$ 时, 求函数 $f(x) + g(x)$ 的单调区间, 并求在区间 $(-\infty, -1]$ 上的最大值. (2013 版第 79 页, 例 5.2 变式 2)
相似点: 在求解含有参数的闭区间上的函数最值问题中, 分类讨论的标准是函数的极值点与区间的位置关系, 根据位置确定函数在区间上的单调性, 如果极值点在区间内, 在结合区间的端点值进行进一步讨论. 相似度 95%.	

2013 湖南文 21 已知函数 $f(x) = \frac{1-x}{1+x^2}e^x$. (1) 求 $f(x)$ 的单调区间; (2) 证明: 当 $f(x_1) = f(x_2)$ ($x_1 \neq x_2$) 时, $x_1 + x_2 < 0$.	第五章 函数与导数 核心考点五 利用导数证明不等式 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x + k}{e^x}$ (k 为常数, $e = 2.71828 \cdots$ 是自然对数的底数), 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 x 轴平行. (1) 求 k 的值; (2) 求 $f(x)$ 的单调区间; (3) 设 $g(x) = (x^2 + x)f'(x)$, 其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数. 证明: 对任意 $x > 0$, $g(x) < 1 + e^{-2}$. (2013 版第 92 页, 例 5.13)
相似点: 利用函数的思想构造辅助函数, 把不等式的证明转化为利用导数研究函数的单调性或求最值, 从而证得不等式, 构造函数是用导数证明不等式的关键. 相似度 95%.	
2013 陕西文 21 已知函数 $f(x) = e^x, x \in \mathbf{R}$. (1) 求 $f(x)$ 的反函数的图像上点 $(1, 0)$ 处的切线方程; (2) 证明: 曲线 $y = f(x)$ 与曲线 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 有唯一公共点; (3) 设 $a < b$, 比较 $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ 与 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 的大小, 并说明理由.	第五章 函数与导数 核心考点五 利用导数证明不等式 已知函数 $g(x) = x \ln x$, 设 $0 < a < b$, 求证: $0 < g(a) + g(b) - 2g\left(\frac{a+b}{2}\right) < (b-a) \ln 2.$ (2013 版第 94 页, 例 5.14 变式 2)
相似点: 作差法求解, 构造辅助函数, 利用导数研究函数的性质和图像, 从而得出结果. 相似度 95%.	
2013 四川文 16 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 - a_1 = 2$, 且 $2a_2$ 为 $3a_1$ 和 a_3 的等差中项, 求数列 $\{a_n\}$ 的首项、公比及前 n 项和.	第六章 数列与不等式及创新题 核心考点一 等差数列与等比数列的综合 成等差数列的三个正数的和等于 15, 并且这三个数分别加上 2, 5, 13 后成为等比数列 $\{b_n\}$ 中的 b_3, b_4, b_5. (1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式; (2) 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 求证: 数列 $\left\{S_n + \frac{5}{4}\right\}$ 是等比数列. (2013 版第 99 页, 例 6.2)
相似点: 等差数列与等比数列的综合, 求解数列的通项公式, 前 n 项和. 相似度 95%.	

2013 浙江文 19 在公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1=10$, 且 $a_1, 2a_2+2, 5a_3$ 成等比数列. (1) 求 d, a_n; (2) 若 $d<0$, 求 $a_1 + a_2 + a_3 +\cdots+ a_n$.	第六章 数列与不等式及创新题 核心考点三 数列的求和 已知等差数列 $\{a_n\}$ 前三项的和为 -3, 前三项的积为 8. (1) 求等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2) 若 a_2, a_3, a_1 成等比数列, 求数列 $\{ a_n \}$ 的前 n 项的和. (2013 版预测题选录)
相似点: 利用了分类讨论思想, 求解 $\{ a_n \}$ 的和时, 首先判断 $\{a_n\}$ 的通项公式, 再求和时也应分类讨论. 分类讨论思想就是将一个复杂的数学问题分解成若干个简单的基础性问题, 通过对基础性问题的解答, 解决原问题的思维策略. 实质上, 分类讨论是“化整为零, 各个击破, 再积零为整”的数学策略, 分类讨论可以优化解题思路, 降低问题难度. 相似度 95%.	
2013 山东文 20 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 且 $S_4=4S_2$, $a_{2n}=2a_n+1$. (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $\frac{b_1}{a_1}+\frac{b_2}{a_2}+\cdots+\frac{b_n}{a_n}=1-\frac{1}{2^n}$, $n\in\mathbf{N}^*$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.	第六章 数列与不等式及创新题 核心考点三 数列的求和 设 $a_1=1, a_2=\frac{5}{3}, a_{n+2}=\frac{5}{3}a_{n+1}-\frac{2}{3}a_n (n\in\mathbf{N}^*)$, 令 $b_n=a_{n+1}-a_n (n\in\mathbf{N}^*)$. (1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式; (2) 求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 S_n. (2013 版第 112 页, 例 6.15)
相似点: 利用错位相减法求解数列的前 n 项和. 相似度 95%.	
2013 广东文 19 设各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 满足 $4S_n=a_{n+1}^2-4n-1, n\in\mathbf{N}^*$, 且 a_2, a_5, a_{14} 构成等比数列. (1) 证明: $a_2=\sqrt{4a_1+5}$; (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (3) 证明: 对一切正整数 n, 有 $\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\cdots+\frac{1}{a_{n-1}a_n}<\frac{1}{2}$.	第六章 数列与不等式及创新题 核心考点四 数列与不等式的综合及创新题 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 满足 $2S_n=a_{n+1}-2^{n+1}+1, n\in\mathbf{N}^*$, 且 a_1, a_2+5, a_3 成等差数列. (1) 求 a_1 的值; (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (3) 证明: 对一切正整数 n, 有 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}<\frac{3}{2}$. (2013 版第 125 页, 例 6.25 变式 4)
相似点: 考查利用 S_n 与 a_n 的关系求解通项公式, 不等式证明问题, 对于 $\sum_{i=1}^n a_i < C$ 或 $\sum_{i=1}^n a_i > C$ (C 是常数) 的数列不等式的证明, 一般考虑对 a_n 进行放缩, 目标是变成可求和的情形, 通常为可裂项相消或压缩等比的数列. 证明时要注意对照求证的结论, 调整和控制放缩的度. 以上两题均转化为压缩等比数列求和. 相似度 100%.	

2013 北京文 20 给定数列 $a_1, a_2, \dots, a_n$, 对 $i=1, 2, \dots, n-1$, 该数列前 i 项的最大值记为 A_i, 后 $n-i$ 项 $a_{i+1}, a_{i+2}, \dots, a_n$ 的最小值记为 B_i, $d_i = A_i - B_i$. (1) 设数列 $\{a_n\}$ 为 3, 4, 7, 1, 写出 d_1, d_2, d_3 的值; (2) 设 $a_1, a_2, \dots, a_n (n \geq 4)$ 是公比大于 1 的等比数列, 且 $a_1 > 0$. 证明: $d_1, d_2, \dots, d_{n-1}$ 是等比数列; (3) 设 $d_1, d_2, \dots, d_{n-1}$ 是公差大于 0 的等差数列, 且 $d_1 > 0$, 证明: $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ 是等差数列.	第六章 数列与不等式及创新题 核心考点四 数列与不等式的综合及创新题 若数列 $A_n: a_1, a_2, \dots, a_n (n \geq 2)$, 满足 $a_{k+1} - a_k = 1 (k=1, 2, \dots, n-1)$, 则称 A_n 为 E 数列, 记 $S(A_n) = a_1 + a_2 + \dots + a_n$. (1) 写出一个满足 $a_1 = a_5 = 0$, 且 $S(A_5) > 0$ 的 E 数列 A_5; (2) 若 $a_1 = 12, n = 2000$, 证明: E 数列是递增数列的充要条件是 $a_n = 2011$; (3) 对于任意给定的整数 $n (n \geq 2)$, 是否存在首项为 0 的 E 数列 A_n, 使得 $S(A_n) = 0$? 如果存在, 写出一个满足条件的 E 数列 A_n; 如果不存在, 说明理由. (2013 版第 133 页, 例 6.30 变式 1)
相似点: 主要考查数集、集合、数列的基本性质, 属于信息给予题. 通过定义的理解, 考查考生分析探究及特殊化、极端化等思想应用的推理论证能力. 以集合、数列等离散型数域为背景的问题一直是近几年的命题重点内容, 应引起足够的重视. 相似度 95%.	

做最好的高考数学书

——“洞穿高考数学辅导丛书”总序

我一直认为,数学是高考中最难的一科.高考成功一定要经过努力,但努力不一定能成功,选择永远比努力更重要.从最新数学高考的命题特点来看,试题明显从过去单纯地强调简单的观察能力和特殊技巧,转变为现在深刻地强调要把握数学问题的原理及解题的通法通性.于是,打造最好的高考数学书成为时代赋予我们的使命.

笔者出版了多本高考数学专著,历经八载,与国内权威出版社合作,联合打造了中国数学教辅研发品牌——“洞穿高考数学辅导丛书”.本丛书摒弃了目前教辅图书粗制滥造的编写模式,每一个例题、变式题、巩固训练题都经过编者的精心研究,从备战高考的三个复习阶段入手,从不同角度给学生全程、全方位的辅导.笔者多年致力于高考数学教学与研究,通过对优秀考生的调查统计,发现大多数考生在复习中经历了一个“发现自我,改造自我,突破自我”的过程,即不知道自己做什么(全面复习)—知道自己做什么(重点突破)—知道自己不知道什么(冲刺高考)—全知道(决胜高考),而我们寻求的正是这种应对考试的复习之道.

第一轮复习的重点是“三基”训练,目标是全面、扎实、系统、灵活,即夯实基础,全面复习.学生应该重点建构自己的知识体系,弄懂高考考什么,怎么考?与第一轮复习配套的用书为《新课标高考数学习题全归纳》,采用“题型+模型”的编写模式.全书以200个题型为主线,总结了高考所有重要考点和题型的解题思路及科学有效的套路方法.对于重要的题型,我们给出“分析”,引导学生自己找到解题的突破口,还给出“评注”来升华解题方法,从而达到归纳解题方法的目的.有些评注写得入木三分,直接揭示了高考题母题的来源.书中的“模型”部分,更是将许多相关问题一网打尽,使考生能以不变应万变,达到“无招胜有招”的境界.

第二轮复习的重点是专题强化训练,目标在于提高学生解决高考解答题的能力,重点突破.考生要集中练习高考的核心考点,不求面面俱到,但是一定要把重要考点各个击破,真正做到触类旁通、闻一知十.与第二轮复习配套的用书为《30分钟拿下高考数学选择题、填空题》、《洞穿高考数学解答题核心考点》.这两本辅导书从高考数学选择题、填空题与解答题的实战角度进行编写,对于选择题、填空题,我们的目标是30分钟轻取70分.《30分钟拿下高考数学选择题、填空题》一书通过方法篇、题组篇与实战篇的训练,能让考生在考场上高效地解答选择题、填空题;《洞穿高考数学解答题核心考点》一书能帮助考生快速掌握“秒杀”高考解答题的方法与技巧.为了提高考生解决解答题的能力,我们从历年高考真题和众多模拟题中筛选核心考点,归纳总结出各种解题方法和技巧,以求达到口述解答题的从容境界.

经过两轮复习后,很多考生仍然感觉做题时心中没谱,那么,这就需要第三轮复习:模拟、强化.这是第一、二轮复习的提升,不仅要检验对各考点的掌握情况,更重要的是对知识的融会贯通、查漏补缺

缺、答题技巧的训练乃至对学生智能、情感和意志等进行调节.因此,我们悉心研发了**第三轮复习用书——《高考数学临门一脚》**.本书整合了全国各地权威数学名家的研究成果,研发出最后 30 题,将最前沿的考试方向与命题趋势以密押题的形式呈现给大家,密押试题的考点相互补充,形成整体,是一份临考前不可或缺的重要材料,希望同学们在使用时一定要做到“卷做三遍,题后三思”.

总之,这三轮复习用书功能各异,但合起来又构成一个有机整体.这就是倾心为你打造的成功计划的三部曲,按我们的计划,一步一个脚印,结果定在掌控中!希望中国千万名高考考生通过使用这四本书,考进自己理想的大学,这是我们最开心、最幸福的事情.希望大家能从中得到启发,并肯定我们的成果.当然,我们也会继续努力前进,“做最好的高考数学书”是我们不变的信念,永恒的追求.

为了满足理科和文科考生的学习需要,上述每一个阶段的复习用书均分为理科版和文科版两个分册,欢迎广大考生订购.同时,第一阶段复习用书《新课标高考数学题型全归纳》还有配套电子课件免费赠送,为教学提供了便利,让老师备课变得轻松而高效!

高考长路,拼搏依旧,温柔依旧——因为有你相伴!

温家宝总理曾以诗明志,今天,我们把这句诗转赠给紧张备考的高三学子,也送给辛勤教学、默默无闻、无私奉献的高中毕业班园丁们.

“华山再高,顶有过路.”

张永辉

2013 年 9 月

前 言

为了满足高三考生的高考数学复习要求,我们专门编写了《新课标高考数学题型全归纳》、《30分钟拿下高考数学选择题、填空题》和《洞穿高考数学解答题核心考点》以及《高考数学临门一脚》作为贯穿高三不同复习阶段的四本辅导丛书。

在高考冲刺阶段时间紧、任务重的情况下,为了帮助同学们赢得时间,快速击破高考的最后壁垒,我们悉心研究了近六年来的高考数学试题,并经过层层筛选,提炼出核心考点,构造常考模型,才有了《洞穿高考数学解答题核心考点》的问世。相信本书在启迪思维、开拓思路、提高应试技巧诸方面将起到良师益友的作用。

本书特点:

1. 内容系统、全面。本书系统介绍了高考数学解答题的六大板块,即三角函数、立体几何、概率统计、解析几何、函数与导数、数列与不等式及创新题的命题规律和解题方法,研究并挖掘出重要模型,旨在帮助考生“秒杀”高考解答题,以达到口述解答题的从容境界。

2. 解法快捷。本书针对各种题型均总结出解题方法、规律和技巧(如数列与不等式中经典不等式的应用,独特的解题方法会令读者有耳目一新的感觉),这是本书的精华之一。编者以实用性、针对性和高效性为原则,帮助读者掌握解题规律和方法,做到举一反三、触类旁通,大大提高解题能力。

3. 精选典例。本书编者以近六年的高考数学真题和模拟题为素材,通过分析、归纳,遴选出高考解答题六大板块的核心考点(题型)及例题,所选例题极具典型性和代表性。例题的解答以题型所总结出的“思路提示”的解题方法和规律为指导,体现通解通法,考生可从中体会该题型的解题方法,丰富解题经验。

4. 针对性强。本书除了在“第一部分”各章节设有“核心考点”及其“思路提示”外,还在“第二部分”相应地设置了“核心预测题”。编者将近几年高考试题和模拟题中的相关问题收集到一起提供给读者,以求快速掌握高考命题思路和解题方法。其中在2010—2013年高考试题中,众多省(市)的高考题被直接命中。

本书适合参加高考的文科考生在第二轮复习时研读,也可作为高中数学教师的教学参考资料。编者相信,书中所总结的解题方法对读者提高解题能力一定有所帮助,所以本书不仅是广大考生的良师益友,也是教师的得力助手。

编者虽倾心倾力,但能力有限,若有疏漏和不妥之处,敬请广大读者和数学同行指正。

愿此书伴随莘莘学子步入理想的大学!

张永辉

2013年11月于北京

目 录

第一部分 数学解答题核心考点

第一章 三角函数	2
核心考点一 三角函数的图像和性质	2
核心考点二 解三角形	9
第二章 立体几何	14
核心考点一 空间中平行与垂直的位置关系	14
核心考点二 空间角及空间距离的计算	25
第三章 统计、统计案例、概率	30
核心考点一 统计基础	30
核心考点二 概率基础	38
核心考点三 统计概率知识的综合应用题	44
第四章 解析几何	48
核心考点一 求椭圆标准方程的方法	48
核心考点二 定点、定值、定直线问题	53
核心考点三 解析几何中的最值及范围问题	62
第五章 函数与导数	71
核心考点一 含参函数的单调性(区间)与极值、最值	71
核心考点二 含参函数在区间上具有单调性、无单调性或存在单调区间,求参数范围	76
核心考点三 方程解(函数零点)的个数问题	79
核心考点四 不等式恒成立与存在性问题	80
核心考点五 利用导数证明不等式	87
第六章 数列与不等式及创新题	91
核心考点一 等差数列与等比数列的综合	91
核心考点二 数列通项公式的求解	96
核心考点三 数列的前 n 项和 S_n 的求解	101
核心考点四 数列与不等式的综合及创新题	107

第二部分 数学解答题核心预测题

第七章 三角函数核心预测题	118
第八章 立体几何核心预测题	122
第九章 统计、统计案例、概率核心预测题	127
第十章 解析几何核心预测题	133
第十一章 函数与导数核心预测题	139
第十二章 数列与不等式及创新题核心预测题	143

第三部分 参考答案

变式题参考答案	150
第一章 三角函数变式题参考答案	150
第二章 立体几何变式题参考答案	153
第三章 统计、统计案例、概率变式题参考答案	159
第四章 解析几何变式题参考答案	163
第五章 函数与导数变式题参考答案	173
第六章 数列与不等式及创新题变式题参考答案	183
核心预测题参考答案	199
第七章 三角函数核心预测题参考答案	199
第八章 立体几何核心预测题参考答案	202
第九章 统计、统计案例、概率核心预测题参考答案	206
第十章 解析几何核心预测题参考答案	209
第十一章 函数与导数核心预测题参考答案	215
第十二章 数列与不等式及创新题核心预测题参考答案	220