高等学校规划教材

应用型本科电子信息系列

安徽省高等学校“十二五”规划教材

安徽省高等学校电子教育学会推荐用书

总主编　吴先良

信号与系统

XINHAO YU XITONG

主 编　林其斌　樊晓宇

北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
安徽大学出版社

高等学校规划教材

应用型本科电子信息系列

安徽省高等学校
安徽省高等学校电

总主编　吴先良

信号与系统

XINHAO YU XITONG

主　编　林其斌　樊晓宇
副主编　彭　靳　温　艳
张玉山　冯　浩

北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
安徽大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/林其斌，樊晓宇主编. —合肥:安徽大学出版社，2015.2
高等学校规划教材. 应用型本科电子信息系列/吴先良总主编
ISBN 978-7-5664-0885-3

Ⅰ.①信… Ⅱ.①林…②樊… Ⅲ.①信号系统—高等学校—教材 Ⅳ.①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 038064 号

信号与系统

吴先良　总主编
林其斌　樊晓宇　主　编

出版发行:北京师范大学出版集团
安 徽 大 学 出 版 社
(安徽省合肥市肥西路 3 号 邮编 230039)
www.bnupg.com.cn
www.ahupress.com.cn
印　　刷:安徽省人民印刷有限公司
经　　销:全国新华书店
开　　本:184mm×260mm
印　　张:15
字　　数:358 千字
版　　次:2015 年 2 月第 1 版
印　　次:2015 年 2 月第 1 次印刷
定　　价:30.00 元
ISBN 978-7-5664-0885-3

策划编辑:李　梅　张明举
责任编辑:张明举
责任校对:程中业
装帧设计:李　军
美术编辑:李　军
责任印制:赵明炎

编写说明

Introduction

当前我国高等教育正处于全面深化综合改革的关键时期,《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020年)》的颁发再一次激发了我国高等教育改革与发展的热情。地方本科院校转型发展,培养创新型人才,为我国本世纪中叶以前完成优良人力资源积累并实现跨越式发展,是国家对高等教育做出的战略调整。教育部有关文件和国家职业教育工作会议等明确提出地方应用型本科高校要培养产业转型升级和公共服务发展需要的一线高层次技术技能人才。

电子信息产业作为一种技术含量高、附加值高、污染少的新兴产业,正成为很多地方经济发展的主要引擎。安徽省战略性新兴产业"十二五"发展规划明确将电子信息产业列为八大支柱产业之首。围绕主导产业发展需要,建立紧密对接产业链的专业体系,提高电子信息类专业高复合型、创新型技术人才的培养质量,已成为地方本科院校的重要任务。

在分析产业一线需要的技术技能型人才特点以及其知识、能力、素质结构的基础上,为适应新的人才培养目标,编写一套应用型电子信息类系列教材以改革课堂教学内容具有深远的意义。

自2013年起,依托安徽省高等学校电子教育学会,安徽大学出版社邀请了省内十多所应用型本科院校二十多位学术技术能力强、教学经验丰富的电子信息类专家、教授参与该系列教材的编写工作,成立了编写委员会,定期开展系列教材的编写研讨会,论证教材内容和框架,建立主编负责制,以确保系列教材的编写质量。

该系列教材有别于学术型本科和高职高专院校的教材,在保障学科知识体系完整的同时,强调理论知识的"适用、够用",更加注重能力培养,通过大量的实践案例,实现能力训练贯穿教学全过程。

该教材从策划之初就一直得到安徽省十多所应用型本科院校的大力支持和重视。每所院校都派出专家、教授参与系列教材的编写研讨会,并共享其应用型学科平台的相关资源,为教材编写提供了第一手素材。该系列教材的显著特点有:

1. 教材的使用对象定位准确

明确教材的使用对象为应用型本科院校电子信息类专业在校学生和一线产业技术人员,所以教材的框架设计主次分明,内容详略得当,文字通俗易懂,语言自然流畅,案例丰富

多彩，便于组织教学。

2. 教材的体系结构搭建合理

一是系列教材的体系结构科学。本系列教材共有 14 本，包括专业基础课和专业课，层次分明，结构合理，避免前后内容的重复。二是单本教材的内容结构合理。教材内容按照先易后难、循序渐进的原则，根据课程的内在联系，使教材各部分之间前后呼应，配合紧密，同时注重质量，突出特色，强调实用性，贯彻科学的思维方法，以利于培养学生的实践和创新能力。

3. 学生的实践能力训练充分

该系列教材通过简化理论描述、配套实训教材和每个章节的案例实景教学，做到基本知识到位而不深难，基本技能训练贯穿教学始终，遵循"理论一实践一理论"的原则，实现了"即学即用，用后反思，思后再学"的教学和学习过程。

4. 教材的载体丰富多彩

随着信息技术的飞速发展，静态的文字教材将不再像过去那样在课堂中扮演不可替代的角色，取而代之的是符合现代学生特点的"富媒体教学"。本系列教材融入了音像、动画、网络和多媒体等不同教学载体，以立体呈现教学内容，提升教学效果。

本系列教材涉及内容全面系统，知识呈现丰富多样，能力训练贯穿全程，既可以作为电子信息类本科、专科学生的教学用书，亦可供从事相关工作的工程技术人员参考。

特此推荐！

吴先良

2015 年 2 月 1 日

前言

Foreword

《信号与系统》是电子信息类专业的重要专业基础课，主要任务在于研究信号与系统理论的基本概念和基本分析方法，其基本概念和方法也广泛应用于其他相关领域。本课程以高等数学、线性代数、电路分析等课程为基础，同时又是数字信号处理、通信原理、自动控制原理等专业课的基础，在教学环节上起着承上启下的作用。

本教材是安徽省“十二五”规划教材。在内容取舍上，以国家高校教学改革，大力培养应用型人才为背景，在强调学科知识体系完整性的同时，重视基础，突出应用，以学生能理解与够应用为目标。

全书共分 7 章。第 1 章主要介绍信号与系统的基本概念，讨论常用的连续时间信号和离散时间信号、线性时不变系统的特性；第 2 章主要介绍连续时间系统的时域分析方法，详细分析冲激响应的计算和卷积积分的求解；第 3 章介绍傅里叶变换及其应用，重点讨论常用连续时间信号的傅里叶变换及傅里叶变换的特性与应用；第 4 章介绍拉普拉斯变换及其应用，主要讨论拉普拉斯正变换与反变换的定义、性质及应用；第 5 章介绍离散时间系统的时域分析方法；第 6 章介绍 Z 变换及其应用，重点讨论 Z 变换的性质及离散时间系统的 Z 域分析方法；第 7 章介绍系统的状态变量分析，重点讨论系统在状态空间的描述方法、连续与离散时间系统的状态方程分析等。

本书由林其斌、樊晓宇主编。第 1、3 章由滁州学院的林其斌、彭靳编写，第 2、4 章由宿州学院的温艳、冯浩编写，第 5、6、7 章由安徽科技学院的樊晓宇、张玉山编写。全书由林其斌、樊晓宇负责通稿。

本书的出版得到了安徽省应用型本科高校联盟、安徽大学出版社的大力支持，在此致以诚挚的谢意。

由于编者水平有限，书中难免有错误与不妥之处，恳请读者批评指正。

编　者

2015 年 2 月 1 日

编委会名单

目录

Contents

第1章 Chapter 1 信号与系统的基本概念

很多学科都需要信号与系统的概念和原理。本章介绍了信号的基本概念、分类及常用典型信号；讨论了系统的基本概念、分类、特性及描述方法。

1.1 信号的概述

1.1.1 信号的基本概念

人们通过各种各样的通信方式，进行信息交流，这种信息往往是通过各种各样的信号进行传输。因此我们首先要弄清楚 3 个概念：消息、信息、信号。

消息是来自外界的各种报道，例如：短信（又称作“短消息”）。信息是消息中有意义的内容。信号是信息的载体，人们通过信号传递信息。信号的形式多种多样，有声音信号（如铃声）、光信号（如红绿灯）等。为了有效地传递和利用信息，常常需要将信息转换为便于传输和处理的信号。

在数学上，信号可以表示为一个或多个变量的函数。例如：语音信号是空气压力随时间 t 变化的一维函数 $f(t)$，而静止单色图像是亮度随空间位置变化的二维函数 $B(x,y)$。本教材主要讨论随时间 t 变化的一维信号，而且“信号”和“函数”两个名词可互相通用。

1.1.2 信号的分类

信号的分类方法很多，可以从不同的角度对信号进行分类。在信号与系统分析中，根据信号和自变量的特性，信号可以分为确定信号和随机信号、连续信号和离散信号、周期信号和非周期信号、能量信号和功率信号等。

一、确定信号与随机信号

按某一时间信号取值是否确定表示，信号可分为确定信号和随机信号。

确定信号是指能够以确定的时间函数表示的信号，不同的时刻其函数值是确定的，是可以事先预知的，如正弦信号、脉冲信号等。随机信号在不同时刻其函数值是未可预知的、不确定的、随机的，通常无法用确定的时间函数来表示，只能用概率统计的方法去研究，如噪声、打靶环数等。本教材主要研究确定信号。

二、周期信号与非周期信号

按周期性划分，信号可分为周期信号和非周期信号。周期信号是以一定的时间间隔周而复始、无始无终的信号，一般表示为

$$f(t) = f(t + nT) \quad n = 0, \pm 1 \cdots, -\infty < t < \infty \tag{1.1-1}$$

其中 T 为最小重复时间间隔，也称为“周期”。不满足式(1.1－1)的信号就为非周期信号。

如果若干周期信号的周期具有公倍数，则它们叠加后仍为周期信号，叠加信号的周期是所有周期的最小公倍数。因此我们得出比较实用的两个周期信号叠加后周期性的判断方法。

两个周期信号 $x(t)$，$y(t)$ 的周期分别为 T_1 和 T_2，若 T_1/T_2 为有理数，则 $x(t)+y(t)$ 仍为周期信号，其周期是 T_1 和 T_2 的最小公倍数。

例 1.1-1 判断下列信号是否为周期信号，如果是，求出其周期。

(1) $f_1(t) = a\sin 5t + b\cos 8t$

(2) $f_2(t) = 3\cos 1.2t - 5\sin 5.6\pi t$

解：

(1) $f_1(t)$ 的前半部分分量的周期为 $T_1 = \frac{2\pi}{5}$，后半部分分量的周期为 $T_2 = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$，$\frac{T_1}{T_2} = \frac{8}{5}$，是有理数。

因此，$f_1(t)$ 是周期信号，周期为 T_1 和 T_2 的最小公倍数：$T = 2\pi$。

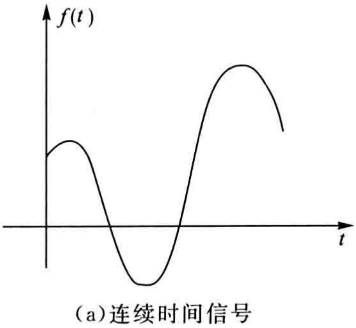
(2) $f_2(t)$ 的前半部分分量的周期为 $T_1 = \frac{5\pi}{3}$，后半部分分量的周期为 $T_2 = \frac{5}{14}$，$\frac{T_1}{T_2} = \frac{14}{3\pi}$，是无理数。

因此，$f_2(t)$ 是非周期信号。

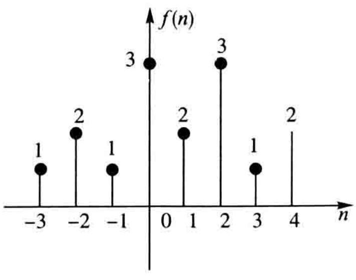
三、连续时间信号与离散时间信号

按信号定义域是否连续来划分，信号可分为连续时间信号和离散时间信号。连续时间信号是指在信号的定义域内，除有限个间断点外，信号的任意时刻都有函数值(如图 1.1-1(a))，如正弦信号、脉冲信号等。

离散时间信号是指在信号的定义域内一些离散时刻有函数值，而在这些离散时刻点以外无定义(如图 1.1-1(b))，如离散正弦信号、离散指数信号等。离散信号又称为“序列”，用 $f(n)(n = 0, \pm 1, \pm 2\cdots)$ 表示。



(a)连续时间信号



(b)离散时间信号

图 1.1-1 连续时间信号和离散时间信号

四、能量信号与功率信号

根据信号的能量、功率是否有界，信号可分为能量信号和功率信号。

如果把信号 $f(t)$ 看作是电压或电流信号,则信号 $f(t)$ 通过 1Ω 电阻上的能量或平均功率称为"归一化能量"或"功率",$f^2(t)$ 称为"$f(t)$ 在单位电阻上的瞬时功率",而 $f(t)$在区间 $-T/2 < t < T/2$ 上的平均功率 P 为

$$P = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f^2(t)\mathrm{d}t \tag{1.1-2}$$

$f(t)$在区间 $-\infty < t < \infty$ 上的能量 E 为

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\mathrm{d}t \tag{1.1-3}$$

若信号 $f(t)$ 的能量有界,且功率为零(即 $0 < E < \infty, P = 0$),则称其为"能量信号";若信号 $f(t)$ 的能量无界,且功率有限(即 $0 < P < \infty, E \to \infty$),则称其为"功率信号"。通常,直流信号和周期信号都是功率信号。一个信号不可能既是能量信号又是功率信号,但可能既不是能量信号又不是功率信号(如 e^{-2t})。

五、因果信号与非因果信号

按信号所存在的时间范围,可以把信号分为因果信号和非因果信号。当 $t < 0$ 时,连续信号 $f(t) = 0$,信号 $f(t)$ 是因果信号,反之为非因果信号;当 $n < 0$ 时,离散信号 $f(n) = 0$,则信号 $f(n)$ 是因果信号,反之为非因果信号。

1.2 典型信号

1.2.1 常用信号

一、实指数信号

实指数信号的表达式为

$$f(t) = k\mathrm{e}^{\alpha t} \tag{1.2-1}$$

式中,$\alpha > 0$ 时,$f(t)$ 随时间增长;$\alpha < 0$ 时,$f(t)$ 随时间衰减;$\alpha = 0$ 时,$f(t)$ 不变。常数 k 表示 $t = 0$ 时的初始值;$|\alpha|$ 的大小反应信号随时间增、减的速率。实指数信号如图 1.2-1 所示。

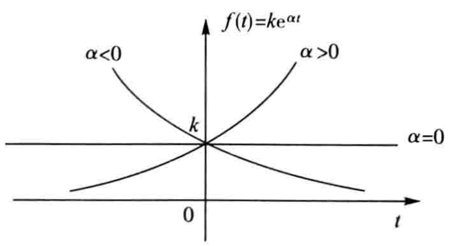


图 1.2-1 实指数信号

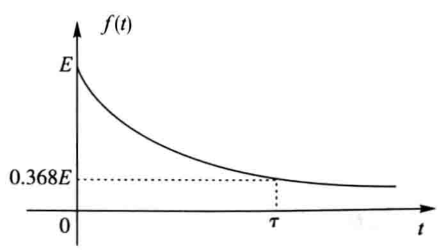


图 1.2-2 单边指数信号

为了表达指数函数增长或衰减的速率快慢,还定义了时间常数 τ,$\tau = 1/|\alpha|$,τ 取值越小,函数变化速率越快。在今后的计算当中,遇到的多是单边指数信号,如图 1.2-2 所示,其表达式为

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ E\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}, & t > 0 \end{cases} \tag{1.2-2}$$

在 $f(0)=E$ 时,

$$f(t)\big|_{t=\tau}=f(\tau)=\frac{E}{\mathrm{e}}\approx 0.368E$$

二、正弦信号

正弦信号的表达式为

$$f(t)=k\sin(\omega t+\theta) \tag{1.2-3}$$

其中,k 是振幅、ω 是角频率、θ 是初相,周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{1}{f}$。这里需要注意的是,我们说的正弦信号也包含余弦信号,因为两者只在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$。其波形如图 1.2-3 所示。

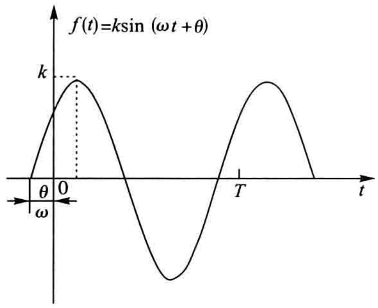


图 1.2-3　正弦信号

三、复指数信号

如果指数信号的指数为复数,则称之为"复指数信号",可表示为:

$$f(t)=k\mathrm{e}^{st} \tag{1.2-4}$$

式中 k 为常数,$s=\sigma+\mathrm{j}\omega$ 为复数,σ 为 s 的实部,ω 为 s 的虚部。可以用欧拉公式展开为

$$f(t)=k\mathrm{e}^{st}=k\mathrm{e}^{(\sigma+\mathrm{j}\omega)t}=k\mathrm{e}^{\sigma t}\cos(\omega t)+\mathrm{j}k\mathrm{e}^{\sigma t}\sin(\omega t) \tag{1.2-5}$$

复指数信号可分解为实部和虚部两个部分,其实部包含余弦信号,虚部包含正弦信号。当 $\sigma>0$ 时,正、余弦信号为增幅振荡;当 $\sigma<0$ 时,正、余弦信号为减幅振荡;当 $\sigma=0$ 时,为等幅振荡。

四、抽样信号

抽样信号,可以用 $\mathrm{Sa}(t)$ 函数表示,它的定义如下:

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t} \tag{1.2-6}$$

$\mathrm{Sa}(t)$ 函数是偶函数,在 t 的正负两个方向都是衰减的,当 $t=\pm\pi,\pm2\pi,\cdots,\pm n\pi$ 时,其函数值都等于零,且其信号能量主要集中在第一个零点内。$\mathrm{Sa}(t)$ 信号还具有以下性质:

$$\int_0^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t=\frac{\pi}{2} \tag{1.2-7}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t=\pi \tag{1.2-8}$$

其波形如图 1.2-4 所示。

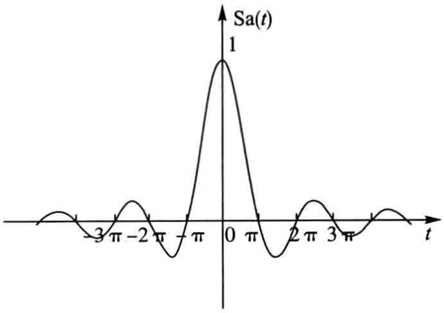


图 1.2-4 抽样信号

1.2.2 奇异信号

除了上节介绍的信号外，还常常会遇到这样一些信号，其导数、积分有间断点，这样的信号称为“奇异信号”。下面将介绍一些典型的奇异信号。

一、单位阶跃信号

单位阶跃信号用 $u(t)$ 表示，定义为

$$u(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ 1, & t>0\end{cases} \tag{1.2-9}$$

单位阶跃信号可用图 1.2-5 表示，$t=0$ 时没有定义。单位阶跃信号在时间轴上向右平移 t_0（$t_0>0$）可表示为 $u(t-t_0)$，如图 1.2-6 所示。

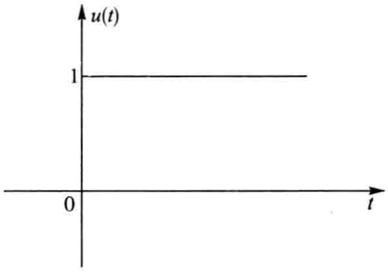


图 1.2-5 单位阶跃信号 $u(t)$

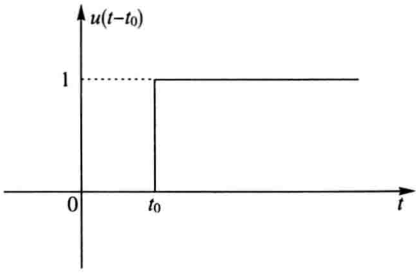


图 1.2-6 右移阶跃信号 $u(t-t_0)$

单位阶跃信号可以很方便地表示某些信号。如图 1.2-7 所示信号，就可以表示为

$$f(t)=2u(t)-3u(t-1)+u(t-2)$$

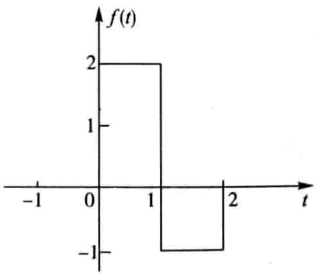


图 1.2-7 信号 $f(t)$

阶跃信号还能表示出信号的作用区间。如图 1.2-8 所示，表示 $f(t)$，$f(t)u(t)$ 及 $f(t)[u(t-t_1)-u(t-t_2)]$ 三个不同作用区间的图形。

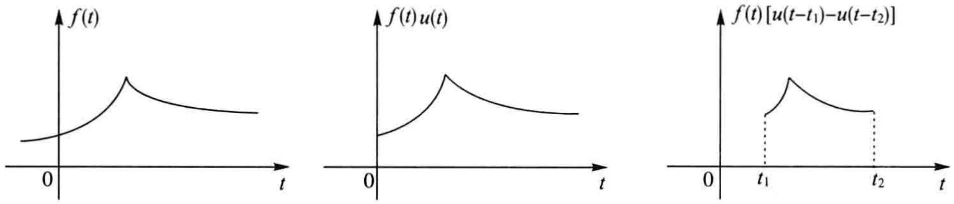


图 1.2-8　阶跃信号表示作用区间

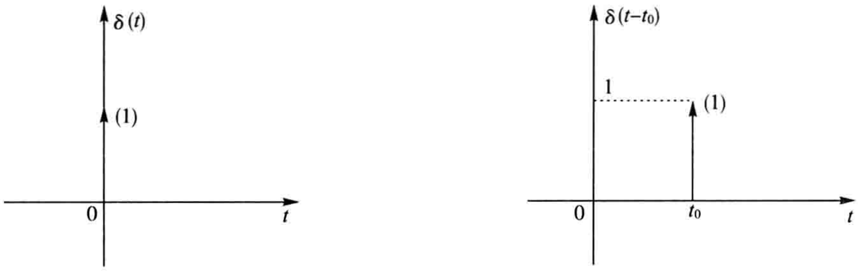
二、单位冲激信号

1. 单位冲激信号的定义

单位冲激信号是对强度极大、作用时间极短的一种信号的理想化模型。常用的定义是狄拉克定义，表达式为

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\mathrm{d}t = 1 \\ \delta(t) = 0, \quad t \neq 0 \end{cases} \tag{1.2-10}$$

冲激信号 $\delta(t)$ 波形如图 1.2-9(a)所示，此信号在非零点的值为零，在整个区间内积分面积为 1。冲激信号 $\delta(t)$ 的作用时间极短，但其值为无穷。冲激信号的移位用 $\delta(t-t_0)$ 表示，如图 1.2-9(b)所示。



(a)单位冲激信号　　(b)单位冲激信号位移

图 1.2-9　单位冲激信号及其位移

冲激信号 $\delta(t)$ 可利用偶函数对称矩形脉冲信号取极限的方法得到，如图 1.2-10 所示。这是一个宽度为 τ，幅度为 $1/\tau$ 的对称矩形脉冲信号。当保持矩形脉冲面积 $\tau \cdot \frac{1}{\tau} = 1$ 不变，而令宽度 $\tau \to 0$ 时，其幅度 $1/\tau$ 趋于无穷大，这个极限情况即为单位冲激信号，也称为"狄拉克函数"。

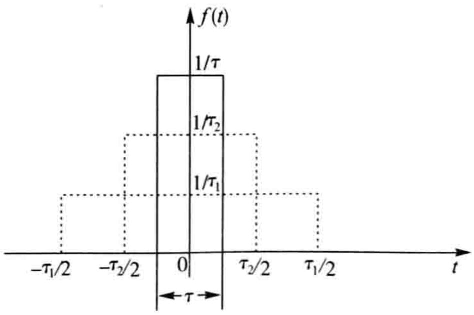


图 1.2-10　冲激信号的得到

由冲激函数和阶跃函数的定义，容易推出它们之间的关系如下

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\mathrm{d}\tau = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} = u(t) \tag{1.2-11}$$

$$\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} = \delta(t) \tag{1.2-12}$$

上式表明单位冲激函数是单位阶跃函数的导数，而单位阶跃函数是单位冲激函数的积分。

2. 冲激函数的性质

(1)取样性

如果将连续的普通信号 $f(t)$ 与冲激信号 $\delta(t)$ 作乘积运算，由冲激函数的定义可知它只有在 $t=0$ 时有意义，即有

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t) \tag{1.2-13}$$

如果将上式两边进行积分得

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} f(0)\delta(t)\mathrm{d}t = f(0) \tag{1.2-14}$$

如果将 $f(t)$ 与冲激函数的移位 $\delta(t-a)$ 乘积有

$$f(t)\delta(t-a) = f(a)\delta(t-a) \tag{1.2-15}$$

如果将上式两边进行积分得

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-a)\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} f(a)\delta(t-a)\mathrm{d}t = f(a) \tag{1.2-16}$$

可见，冲激函数具有取样性质，它可以将函数 $f(t)$ 任意一点的值 $f(a)$ 取样出来。这一性质在连续信号的抽样和信号分解时很有用。

(2)偶函数

$$\delta(-t) = \delta(t)$$

证明：根据冲激函数的取样性，可得

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta\mathrm{d}t = f(0)$$

又因

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(-t)\mathrm{d}t &= \int_{-\infty}^{\infty} f(-\tau)\delta(\tau)\mathrm{d}\tau \\ &= f(0)\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau \\ &= f(0)\end{aligned}$$

所以得

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)\,\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(-t)\mathrm{d}t$$

即

$$\delta(-t) = \delta(t)$$

(3)尺度特性

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$$

证明：

当 $a>0$ 时

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(at)\mathrm{d}t = \frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau = \frac{1}{a}$$

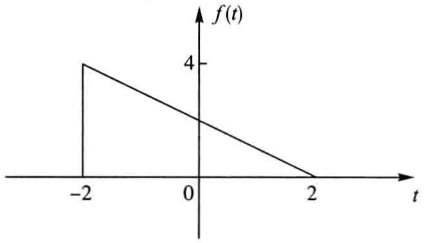
当 $a<0$ 时

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(at)\mathrm{d}t=\frac{1}{a}\int_{\infty}^{-\infty}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=-\frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=-\frac{1}{a}$$

所以

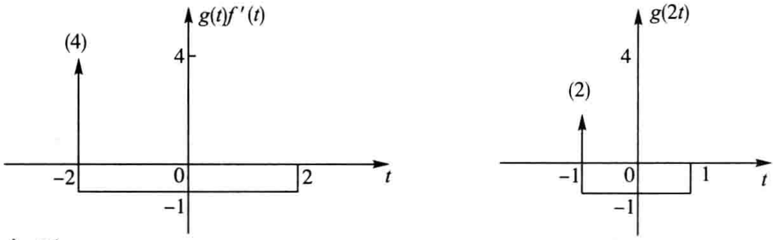
$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$$

例 1.2-1 已知 $f(t)$ 图形如下图所示，作出 $g(t)=f'(t)$ 和 $g(2t)$ 图形。



解：

所得图形如下。



计算方法如下：

$$f(t)=(-t+2)[u(t+2)-u(t-2)]$$
$$f'(t)=-u(t+2)+u(t-2)+(-t+2)[\delta(t+2)-\delta(t-2)]$$

其中

$$\begin{aligned}(-t+2)[\delta(t+2)-\delta(t-2)]&=-t\delta(t+2)+t\delta(t-2)+2\delta(t+2)-2\delta(t-2)\\&=2\delta(t+2)+2\delta(t-2)+2\delta(t+2)-2\delta(t-2)\\&=4\delta(t+2)\end{aligned}$$

所以

$$f'(t)=-u(t+2)+u(t-2)+4\delta(t+2)$$

三、单位斜坡信号

单位斜坡信号的定义为

$$R(t)=tu(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ t, & t>0\end{cases}\tag{1.2-17}$$

任意时刻的斜坡信号可以表示为

$$R(t-t_0)=(t-t_0)u(t-t_0)=\begin{cases}0, & t<t_0\\ t-t_0, & t>t_0\end{cases}\tag{1.2-18}$$

波形图如图 1.2-11 和图 1.2-12 所示。