

全世界孩子最喜爱的大师趣味科学丛书④

趣味几何学

ENTERTAINING GEOMETRY

[俄] 雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼◎著 项丽◎译

畅销20多个国家，全世界销量超过2000万册



做一个了不起的科学少年!

其实啊，几何哪有那么难

新奇、有趣、充满想象力的科学玩耍手册！
与教科书上复杂难解的几何题说“再见”，
兴致勃勃地学几何，激发无限科学想象力。

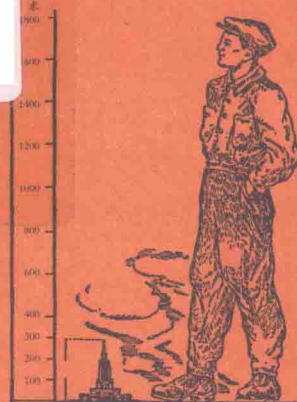
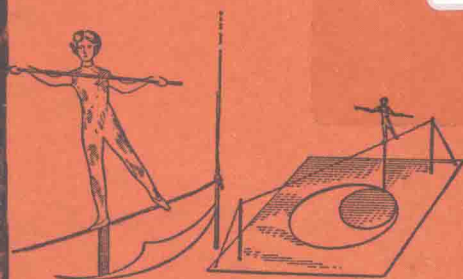
世界经典科普名著

世界科普大师、趣味科学奠基人别莱利曼的
代表作品，对全世界青少年的科学学习产生
了深远的影响。



送给孩子最好的礼物

培养善于发现问题的眼睛和
勇敢探索的心灵，让每一个
少年都成为“小牛顿”。



中国妇女出版社

全世界孩子最喜爱的大师趣味科学丛书④

趣味几何学

ENTERTAINING GEOMETRY

〔俄〕雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼◎著 项 丽◎译

中国妇女出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

趣味几何学 / (俄罗斯) 别莱利曼著 ; 项丽译. —
北京 : 中国妇女出版社, 2015.1
(全世界孩子最喜爱的大师趣味科学丛书)
ISBN 978-7-5127-0945-4

I. ①趣… II. ①别… ②项… III. ①几何学—青少年读物 IV. ①O18-49

中国版本图书馆CIP数据核字 (2014) 第238412号

趣味几何学

作 者 : [俄] 雅科夫 · 伊西达洛维奇 · 别莱利曼 著 项丽 译

责任编辑 : 应 莹

封面设计 : 尚世视觉

责任印制 : 王卫东

出版发行 : 中国妇女出版社

地 址 : 北京东城区史家胡同甲24号 邮政编码 : 100010

电 话 : (010) 65133160 (发行部) 65133161 (邮购)

网 址 : www.womenbooks.com.cn

经 销 : 各地新华书店

印 刷 : 北京联兴华印刷厂

开 本 : 170 × 235 1/16

印 张 : 17.5

字 数 : 260千字

版 次 : 2015年1月第1版

印 次 : 2015年1月第1次

书 号 : ISBN 978-7-5127-0945-4

定 价 : 32.00元

版权所有 · 侵权必究 (如有印装错误, 请与发行部联系)

编者的话

“全世界孩子最喜欢的大师趣味科学”丛书是一套适合青少年科学学习的优秀读物。丛书包括科普大师别莱利曼的6部经典作品，分别是：《趣味物理学》《趣味物理学（续篇）》《趣味力学》《趣味几何学》《趣味代数学》《趣味天文学》。别莱利曼通过巧妙的分析，将高深的科学原理变得简单易懂，让艰涩的科学学习题变得妙趣横生，让牛顿、伽利略等科学巨匠不再遥不可及。另外，本丛书对于经典科幻小说的趣味分析，相信一定会让小读者们大吃一惊！

由于写作年代的限制，本丛书还存在一定的局限性。比如，作者写作此书时，科学研究远没有现在严谨，书中存在质量、重量、重力混用的现象；有些地方使用了旧制单位；有些地方用质量单位表示力的大小，等等。而且，随着科学的发展，书中的很多数据，比如，某些最大功率、速度等已有很大的改变。编辑本丛书时，我们在保持原汁原味的基础上，进行了必要的处理。此外，我们还增加了一些人文、历史知识，希望小读者们在阅读时有更大的收获。

在编写的过程中，我们尽了最大的努力，但难免有疏漏，还请读者提出宝贵的意见和建议，以帮助我们完善和改进。

目 录

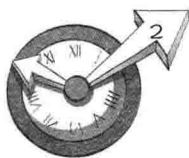
Chapter 1 森林中的几何学 → 1

- 利用阴影的长度来测量 → 2
- 测量大树两个便捷方法 → 6
- 凡尔纳的测高法 → 8
- 侦察小分队的简易测高法 → 10
- 利用记事本测量大树的高度 → 12
- 不靠近大树也能测量树高 → 13
- 森林作业者的测高工具 → 14
- 利用镜子测量高度 → 17
- 两棵松树之间的距离 → 18
- 深奥的树干体积计算方法 → 19
- 万能公式 → 20
- 如何测量生长中的大树的体积和质量 → 22
- 树叶几何学 → 24
- 六条腿的大力士 → 26

Chapter 2 河畔几何学 → 29

- 不渡河测量河宽的方法 → 30
- 帽檐测距法 → 35
- 小岛有多长 → 36
- 对岸的路人有多远 → 37
- 最简易的测远仪 → 39
- 小河蕴含着巨大的能量 → 42
- 测一测水流的速度 → 43
- 河水的流量有多大 → 45
- 水涡轮如何旋转 → 48
- 彩虹膜有多厚 → 49
- 水纹是一圈圈圆吗 → 50
- 榴霰弹爆炸时的形状 → 52
- 由船头浪测算船速 → 53
- 炮弹的飞行速度 → 55
- 用莲花测算池水的深度 → 56
- 倒映在河面上的星空 → 57
- 在什么地方架桥距离最短 → 59
- 架设两座桥梁的最佳地点 → 60





Chapter 3 旷野中的几何学 → 61

月亮看起来有多大 → 62

视角与距离 → 64

月亮和盘子 → 65

月亮和硬币 → 65

电影拍摄中的特技镜头 → 66

人体测角仪 → 68

雅科夫测角仪 → 71

钉耙式测角仪 → 72

炮兵使用的测角仪 → 73

视觉的灵敏度 → 75

视力的极限 → 76

从地平线上看到的月亮和星星 → 78

月亮影子的长度 → 80

云层距离地面有多高 → 81

根据照片计算出塔高 → 85

Chapter 4 路途中的几何学 → 87

怎样步测距离 → 88

目测练习 → 89

铁轨的坡度 → 92

如何测算一堆碎石的体积 → 94

“骄傲的土丘”有多高 → 95

公路的转弯有多大 → 97

铁路转弯半径的计算 → 98

洋底是平的吗 → 100

“水山”真的存在吗 → 102

Chapter 5 不用工具和函数表的三角学 → 105

正弦值的计算方法 → 106

不用函数表开平方根 → 110

由正弦值计算角度 → 111

太阳的高度是多少 → 113

到小岛的距离 → 114

湖水的宽度 → 115

三角形区域的测算 → 117

不进行任何测量的测角法 → 119

Chapter 6 地平线几何学 → 121

地平线 → 122

轮船的距离 → 125

地平线离我们有多远 → 126

果戈里的塔有多高 → 129

站在普希金的土丘上 → 130

两条铁轨在什么地方并成一个点 → 131

指挥员眼中的灯塔 → 132

距离多远能看到闪电 → 133

帆船消失了 → 134

月球上的“地平线” → 135

月球环形山上的“地平线”距离 → 135

木星上的“地平线”距离 → 136

Chapter 7 鲁滨孙几何学 → 137

星空几何学 → 138

神秘岛纬度的测算 → 141

神秘岛经度的测算 → 144

Chapter 8 黑暗中的几何学 → 147

少年航海家遇到的难题 → 148

如何测量水桶中有多少水 → 149

自制测量尺 → 150

少年航海家又遇到了新难题 → 152

木桶容积的验算 → 154

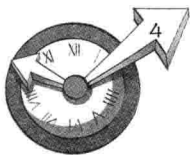
马克·吐温夜游记 → 158

在黑暗中绕圈子 → 161

徒手测量 → 168

在黑暗中作直角 → 170





Chapter 9 关于圆的旧知与新知 → 171

- 埃及人和罗马人使用的几何学知识 → 172
- 圆周率的精确度 → 173
- 杰克·伦敦也会犯错 → 174
- 投针实验 → 175
- 绘制圆周展开图 → 178
- 方圆问题 → 179
- 宾科三角板法 → 182
- 谁走了更多的路，是头还是脚 → 184
- 赤道上的钢丝降温 1°C ，会发生什么变化 → 185
- 为什么事实和计算不一样 → 186
- “吊索人偶”的制作原理 → 189
- 飞越北极的路线 → 191
- 传动皮带有多长 → 196
- “聪明的乌鸦”真的能喝到水吗 → 198

Chapter 10 无须测算的几何学 → 201

- 不用圆规也能作图 → 202
- 薄片的重心在哪里 → 203
- 拿破仑也感兴趣的题目 → 204
- 最简单的三分角器 → 206
- 用怀表将角三等分 → 207
- 怎样等分圆周 → 208
- 打台球时的几何学 → 210
- 让“聪明的台球”来倒水 → 211
- 一笔画出来 → 217
- 柯尼斯堡的7座桥 → 220
- 几何学吹牛 → 221
- 如何检查正方形 → 222
- 下棋游戏中的“常胜将军” → 222

Chapter 11 几何学中的“大”“小” → 225

1立方厘米中有 27×10^{18} 个…… → 226

体积与压力的关系 → 227

比蛛丝还细、钢丝还结实的丝线 → 229

两个容器哪个大 → 231

巨大的卷烟 → 232

鸵鸟蛋的体积是鸡蛋的几倍 → 232

隆鸟蛋的体积有多大 → 233

大小对比最显著的蛋是什么蛋 → 234

不打破蛋壳，就能测出壳的质量 → 235

不同面额硬币的大小 → 236

价值百万卢布的硬币有多高 → 236

夸张的比例图 → 237

超想象的体重与身高关系比 → 239

巨人和侏儒体重比相差50倍 → 240

《格列佛游记》的真相 → 241

云和尘埃为什么会浮在空中 → 243

Chapter 12 “极大值”和“极小值” → 245

巴霍姆买地的代价 → 246

巴霍姆应该走梯形还是矩形 → 250

正方形的特殊性质 → 251

什么形状的地是最佳选择 → 253

最大面积是多少 → 254

最难拔出的钉子 → 257

最大体积的物体是什么 → 258

和为定值时，乘数的最大乘积 → 258

最大面积的三角形 → 260

如何锯出最重的木梁 → 261

硬纸三角形 → 262

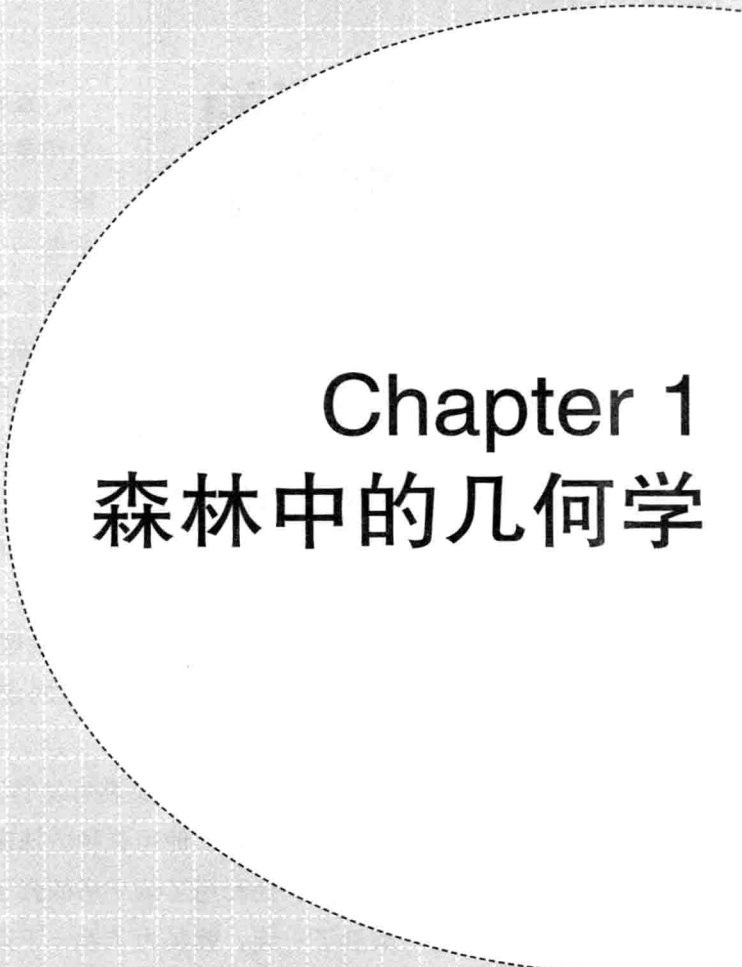
铁匠遇到的难题 → 263

车工遇到的难题 → 265

怎么接长短木板 → 267

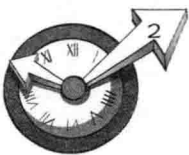
最短的路线 → 269





Chapter 1

森林中的几何学



利用阴影的长度来测量

直到现在，有一件事情给我留下的印象还非常深刻。在我还很小的时候，曾经看到一个秃顶的人，他手里拿着一个很小的仪器对着一棵很高的松树。他想测量这棵松树的高度。只见他拿起一块方形的木板，然后对

着松树瞄了一下。我还以为，这个人会拿着皮尺爬到树上去，可没想到，在做了这些后，他就把那个小仪器放回包里了，然后拍拍手说：“好了，测完了。”可我觉得他根本还没有开始测量呀！

当时，我的年龄还很小，对这个人的测量方法感到非常困惑，不知道究竟是怎么回事，觉得就好像是魔术一样。后来，我上了学，慢慢接触到了几何学，我才知道，这其实根本不是魔术，原理也很简单。测量树根本不需要进行实际的测量，只需要运用几种简单的仪器就可以了，而且方法有很多种。

在公元前6世纪，古希腊哲学家泰勒思发明了一个方法，也是现在被认为最古老、最容易的方法。当时，他用这种方法来测量埃及金字塔的高度。在测量金字塔高度的时候，他利用了金字塔的影子。当时，包括法老和祭司在内的很多人都聚集到了一起，就是为了看一下这位哲学家是怎么测量高大的金字塔的。据说，当时泰勒思选择了一个特殊的时间，在那个时间，他自己的影子长度正好跟自己的身高相等。这样，只要测量出金字塔影子的长度就可以了，因为这个长度正好也等于金字塔的高度。只不过，金字塔影子的长度要从塔底的正中心计算，而不是从金字塔的边缘计算。泰勒思正是从自己的影子中得到了灵感，发明了这个方法。

现在，对于这位哲学家发明的这个方法，即使是小孩子，也很容易明白其中的道理。但是，我们不得不承认，是因为我们学了几何学这门学科，才

做到的。在当时，可没有几何学。大约在公元前300年，古希腊数学家欧几里得写过一本书，对几何学进行了系统的论述，直到今天，还被我们学习运用。对于现在的中学生来说，书中的很多定理都非常简单，但是在泰勒思那个时代，还没有这些定理。而在测量金字塔高度的过程中，必须利用到其中的一些定理，也就是下面的这些三角形特性：

- 等腰三角形的两个底角相等。反过来，如果三角形有两个角相等，那么这两个角的对边也相等。

- 对于任意一个三角形，它的内角和等于 180° 。

泰勒思发明的测量高度的方法，正是建立在三角形的这两个特性之上的。当影子的长度等于他的身高时，就说明太阳照向地面的角度正好等于直角的一半，也就是 45° 。这时候，金字塔的高度和影子的长度正好是一个等腰三角形的两条边，所以它们是相等的。

如果天气比较好，在太阳的照射下，大树便会有影子。这时，便可以利用这种方法来测量大树的高度。不过最好是独立的大树，否则，它们的影子会重合，不便测量。但是，如果是在纬度比较高的地方，这个方法并不是很好用。这是因为，在这些地方，只有在夏天中午很短的一段时间里，影子的长度才会跟物体的高度相等。所以说，并不是所有的地方都可以用到这个方法。

不过，在这种地方，我们可以把这个方法改进一下，只要有影子就可以得到物体的高度。这时，需要做的工作就是，先分别测量出物体的影子和自己的影子的长度，然后利用下面的比例关系计算出物体的高度，如图1所示。

$$AB : ab = BC : bc$$

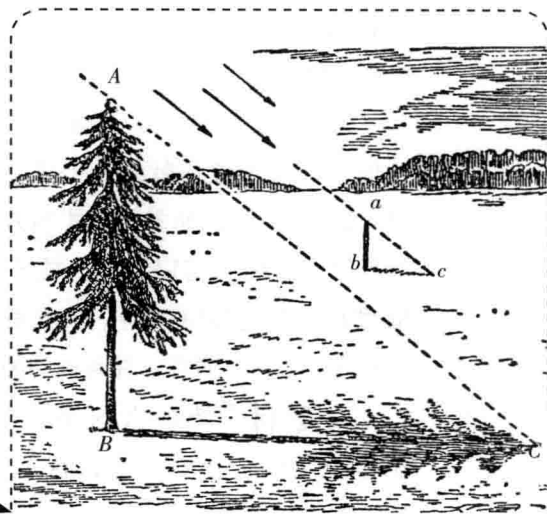


图1 利用阴影的长度来测量树的高度。



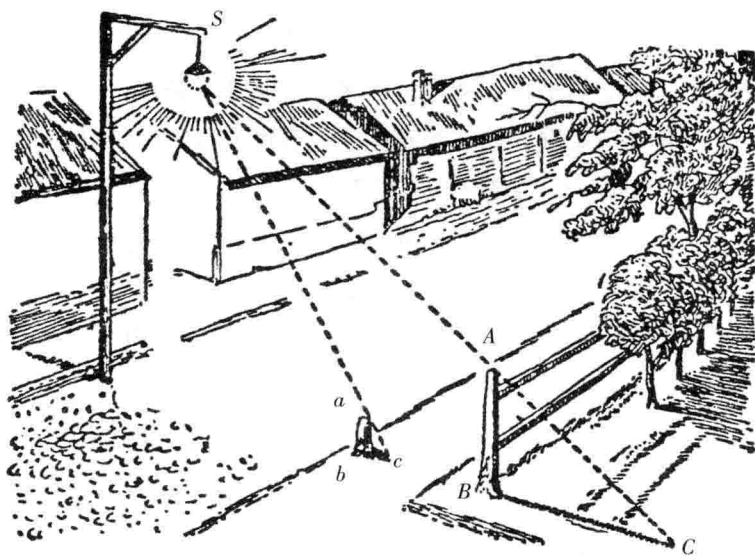
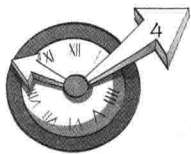


图2 为什么在路灯下这种测量方法不适用？

这个关系之所以成立，也是利用了几何学中的知识，如果两个三角形 ABC 和 abc 相似，那么它们的对应边就是成比例关系的。所以，物体的影子长度与身体的影子长度的比值，就等于物体的高度跟身高的比值。

你可能会疑惑，这么简单的道理，还需要用几何学来证明吗？如果没有几何学，难道我们就没有办法得到物体的高度了吗？其实，事实就是这样的。如图2所示，如果把刚才的方法运用到路灯以及它所形成的影子上，就不适用了。从图中可以看出，柱子 AB 的高度是矮木桩的3倍，但是它们的影子 BC 和 bc 却不是3倍的关系，而是差不多8倍的关系。如果没有几何学，要想充分解释这个方法的原理，并且说明为什么这个方法在此时行不通，是很难的。

【题目】为什么这个方法对路灯的影子就不适用了呢？跟前面测量大树的情形有什么区别？我们知道，我们都把太阳照射出来的光线看作是平行的，而路灯就不一样了，从路灯发出的光线并不平行，关于这一点，从图2中我们可以很明显地看出来。那么，为什么太阳发出的光线是平行的呢？太阳光不也是从同一个太阳发出来的吗？

【解答】我们之所以把太阳发出的光线看作是平行的，是因为从太阳发出的光线间的角度极小，几乎可以忽略。关于这一点，我们可以用几何学的知识进行证明。假设从太阳上发出了两条光线，照射到地球上的某两个点，不妨假定这两个点的距离有1000千米。如果我们有一个巨大的圆规，将其中的一只脚放到太阳的位置，另一只脚放到刚才的其中一个点上，画一个圆。很显然，这个圆的半径正好是地球到太阳的距离，也就是1500000000千米。换算一下，很容易得到这个圆的周长，它等于：

$$2 \times \pi \times 1500000000 \approx 9400000000 \text{ (千米)}$$

刚才选取的两点间的距离是1000千米，也就是圆上的一段弧长是1000千米的弧。我们知道，在圆周上的每一度对应的弧长都是圆周长的 $\frac{1}{360}$ 。换算一下，也就是：

$$9400000000 \times \frac{1}{360} \approx 2600000 \text{ (千米)}$$

每一分的弧长就是这个数值的 $\frac{1}{60}$ ，约为43000千米，每一秒的弧长又是这个数值的 $\frac{1}{60}$ ，即720千米。

我们刚才提到的弧长只有1000千米，也就是说，它对应的角度是 $\frac{1}{720}$ 秒，这个角度几乎可以忽略不计，即便是用精密的仪器，也很难测量出这么小的角度。所以，在地球上看来，太阳发出的光线完全可以看作是平行的。

需要说明的是，太阳照射到地球直径两端的光线之间的夹角大约是17秒，这个角度可以用仪器测量出来，科学家也正是利用这个角度才计算出地球与太阳之间的距离的。

由此可见，如果没有几何学的知识，对于前面提到的测量高度的方法，我们根本没有办法解释。

不过，在实际运用这个方法进行测量的时候，并不是一件容易的事情。这是因为影子边缘的分界线并不是十分分明，所以在测量影子的长度的时



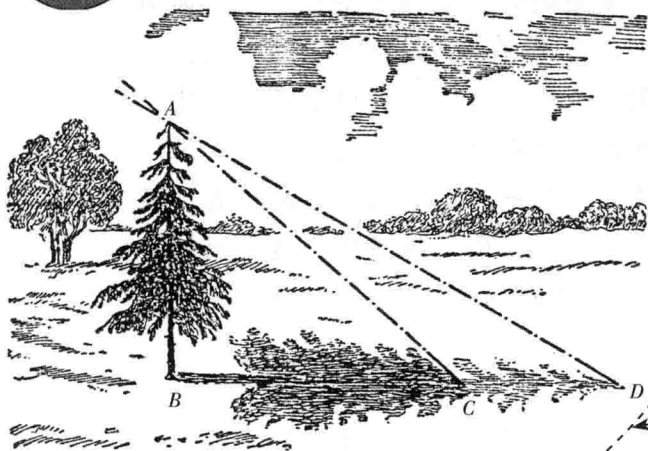
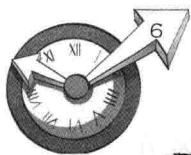


图3 半影是如何形成的？

候，就很难测量准确。太阳照射到物体上的时候，形成的影子边缘会有一个轮廓，这个轮廓呈现出的是半影，这就使我们很难准确地找到影子的边缘。之所以会产生半影，是因为太阳这个发光体太大了，光线不是从一个点上发出来的。如图3所示，

树的影子 BC 在边缘处会多出来一段若隐若现的半影 CD 。实际上，半影 CD 的两端与树梢形成的夹角 CAD 与我们看向太阳直径两端形成的夹角是相等的，这个度数大约是半度。即使是在太阳的位置比较高的时候，也会存在半影，所以这时候就会产生测量误差。有时候，这个误差可能会达到5%，甚至更多。再加上其他因素的影响，比如，地面凹凸不平，就会导致误差更大。所以，如果在丘陵地带，这个方法是不适用的。

测量大树的两个便捷方法

前文中，我们讲到了利用影子来测量物体的高度。其实，测量物体高度的方法还有很多，下面我们来介绍两种最简单的方法。

第一种方法是利用等腰直角三角形的性质来测量的。

这里会用到一个简单的仪器，很容易制作。如**图4**所示。只需要一块木板和3个大头

针就可以，在这块木板上画一个等腰直角三角形，然后把这三个大头针分别钉在三角形的顶点上。如果没有办法画出这个直角，可以找一张纸，把这张纸对折一下，横过来再对折一下，就可以得到这个直角，而且还可以用这张纸在木板上画出相等的距离，作为等腰直角三角形的两条边。所以，即便是在野外，没有任何工具，也可以很容易地制作出一个这样的仪器。

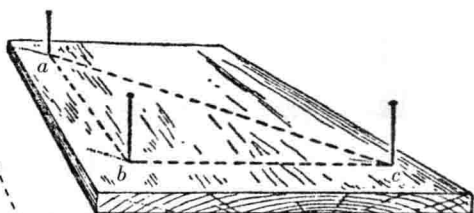


图4 三针仪。

利用这个仪器进行测量的方法也很简单，回到最开始的测量大树高度的例子。首先，把这个仪器拿在手上，站到大树附近的位置，在等腰直角三角形一条直角边顶端的大头针上拴上一条细绳，下面绑一个小石头什么的，让这条直角边跟细绳重合，这样就可以保证直角是竖直的，然后，从刚才站立的位置向前或者向后移动，找到第一个点A，如**图5**所示。这时从点A通过

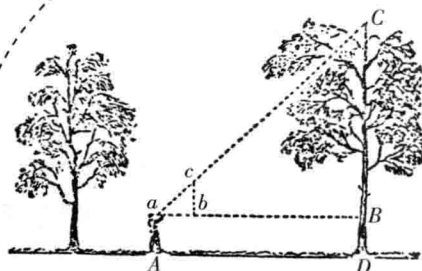


图5 三针仪的使用方法图示。

大头针a和c看向大树的时候，树梢C正好跟这两个大头针在同一条直线上，点C在等腰直角三角形ac边的延长线上。这时候，由于角a等于 45° ，所以aB和CB的长度是相等的。

只要量出aB的长度，然后再加上BD，也就是眼睛到地面的距离，就可以得到树的高度了。

第二种方法也很简单，甚至不需要事先制作仪器，只要一根细长的木杆就可以了。把这根木杆插到地里，使它露在地上的长度正好等于你的身高（严格意义上，这个高度应该是从地面到你眼睛的高度）。如**图6**所示，仰面躺到地面上，脚跟抵住木杆的

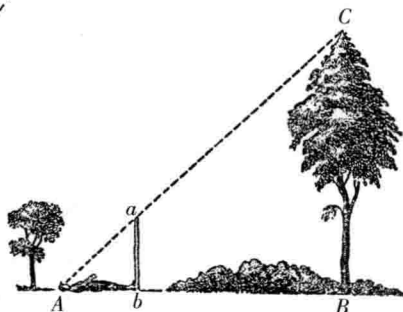
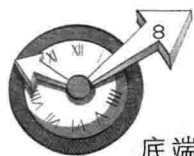


图6 第二种测量树高的方法。



底端，使眼睛看向木杆顶端的时候，树梢正好在这条直线的延长线上。这时，三角形 Aba 不仅是等腰三角形，而且也是直角三角形，所以角 A 等于 45° ， $AB = BC$ ，眼睛平视到树的距离等于树的高度。

凡尔纳的测高法

儒纳·凡尔纳（1828~1905），法国著名小说家、剧作家及诗人，被称为“科幻”小说之父，代表作有《格兰特船长的儿女》《海底两万里》《神秘岛》《气球上的五星期》《地心游记》等。

在**凡尔纳**的小说《神秘岛》中，工程师和赫伯特之间有过一段有趣的对话：

工程师对赫伯特说：“走，今天我们去测量一下瞭望塔的高度。”

“用什么仪器测量？”

“不需要仪器。今天我们换个方法，一样可以得到准确的数值。”

赫伯特是个好学的年轻人，他跟着工程师，想看看工程师是怎么测量的。

只见工程师先做了一个悬锤，其实就是在绳子的一端拴了一块石头。工程师让赫伯特拿着，然后又拿起一根木杆，长度大概有12英尺，两个人一前一后向瞭望塔走去。

两个人来到距离瞭望塔大概500英尺的一个地方。工程师把木杆的一头插到土里，插下去的深度大概是2英尺。接着，工程师从赫伯特手里接过悬锤，对木杆进行校正，直到木杆完全竖直，之后对木杆插到土里的部分进行了固定。

固定好木杆后，工程师朝着远离木杆的方向走了几步，仰