

初級中學課本

平面几何

PLNGMIAN JIHE

(上册)

浙江省中小学教材編輯委员会編

浙江教育出版社

目 录

緒論	1
第一章 直線	4
引言	4
I. 直線、射線、綫段	4
II. 兩直線的相交	18
III. 兩直綫被第三條直綫所截	36
IV. 關於軸對稱的幾何圖形	48
第二章 三角形	53
引言	53
I. 三角形的一般性質	54
II. 三角形的邊與角的关系	67
III. 三角形兩邊的和與差	72
IV. 三角形的全等	73
V. 兩對邊對應相等的兩個三角形	78
VI. 幾何作圖	85
VII. 以全等三角形為基礎的若干定理	92
VIII. 關於點和綫段的射影	98
IX. 綫段垂直平分綫的性質和角的平分綫的性質	100
第三章 四邊形和多邊形	108
I. 四邊形的一般性質	108
II. 梯形	111
III. 平行四邊形	114
IV. 幾種特殊的平行四	123

V. 多边形.....	133
第四章 圓.....	144
引言.....	144
I. 圓的概念.....	144
II. 圓的一般性質.....	147
III. 直綫和圓的相互位置.....	154
IV. 和圓有关的角.....	162
V. 两个圓的相互位置.....	169
VI. 用軌跡法作图.....	191
VII. 圓与多边形.....	195

緒 論

我們偉大的祖國在黨的領導下，在政治、經濟、文化科學等方面出現了史无前例的全面大躍進，人民公社化運動僅在短短的時間內在全國各地開展並鞏固起來了。全民搞鋼鐵，糧食產量翻一番，大搞尖端科學等這些想也想不到的事情現在都已經成為事實了。特別是在黨的八屆六中全會作出決議以後，更給我們美好光明的未來畫出了一個樣子，因此全國人民現階段的任務就是要貢獻出一切力量，迅速建成社會主義並逐步過渡到共產主義社會去，為此，就要高速度地發展工農業生產，在科學文化事業方面也要達到世界最先進的水平。到了那時我們就有可能逐步地消滅工業與農業、城市與鄉村、腦力勞動與體力勞動的差別。人類向往了幾千年的“大同世界”，共產主義者不惜犧牲一切為之奮鬥了一百多年的共產主義理想，將在我們這一代親手使它實現了。

黨中央和毛主席把最大的希望寄托在我們青年人的身上，我們偉大祖國的前途是無限光明的，我們的前途也是無限光明的，正是毛主席說的：“世界是你們的、也是我們的，但歸根結底是你們的。你們青年人朝氣蓬勃，正在興旺時期，好象早晨八、九點鐘的太陽。希望寄托在你們身上”。

同學們！這項極其光榮而又艱巨的任務就是落在我們的肩上，祖國的社會主義與共產主義建設事業，對我們每一個人都提出了更高的要求，要求我們把自己鍛煉成為具有高度共產主義思想覺悟和道德品質的人，成為體力勞動與腦力勞動結合起來的新的一代，把勞動看成生活中的第一需要，努力學習，力求攀登世界科學的最高峰。

同學們！在勞動過程中，飛躍發展着的工農業生產，隨時會向我們提出新的問題，急待我們去解決，因此我們必須具備一定的解決這些實際問題的知識與技能。例如在全國範圍內開展着的群眾性的煉鋼煉鐵運動中，我們常常要把馬達與鼓風機用傳動皮帶聯起來，但傳動皮帶應該多長才適合呢？我們必須通過計算，因此必須具備一些計算知識；又如我們要在河流的某處建造一座水電站，必須測出河流在這一段範圍內的水位差及周圍地面的高度，故必須學會測量地面上兩點間的高度差；再如人民公社要在某地建造一處居民點，這就要會繪出地形的圖樣，同時還必須研究房子、馬路、公園、運動場、游泳池……它們的形狀應該怎樣？各須占多少地面？把它們怎樣安排最適當？……諸如此類的問題很多，這些都需要幾何知識。因此我們學習幾何就是研究各種物體的不同形狀、測量並計算它們的大小、確定它們之間的相互位置關係、繪出圖樣，並以此培養我們具有初步計算、測量、繪圖的能力。我們研究一切物體的形狀、大小、相互位置和它們在工農業生產方面的應用的科學就叫做幾何學，現在我們研究的是在同一个平面上的幾何圖形，所以叫做平面幾何學。

平面幾何知識是由于勞動人民在測量地形、計算地積上的需要而產生的。我國早在公元前三世紀到四世紀就有了計算各種形狀的土地面積的知識，但是在舊社會里剝削階級為了培養維護其階級統治的人材，把幾何知識的研究和教學，引導到嚴重的脫離實際的錯誤道路上去。解放以後，我們黨在教學上實現了一系列的重大改革，它的教學內容有很大的改變，它貫徹了黨的教育為無產階級政治服務，教育與生產勞動相結合的方針，把一些工農業生產上與進一步學習其他科學當中最需要用到的、最基本的幾何知識，作為它的內容。它不僅注意到教給大家一些幾何知識，更着重注

意到培养大家应用这些知識去解决实际問題的能力，以便更好地为社会主义共产主义建設事业服务。

解放以后，我国劳动人民不仅在政治、經濟等方面翻了身，同时也在文化上翻了身，学得了許多几何知識，同时，他們的发明創造，也大大地丰富了几何这門課程的教学內容，关于劳动人民的这方面的新成就，以后将会介紹。如邮电工人張宝观利用勾股定理制成“拉綫长度速算尺”就是一个明显的例子。学了这些內容，同学们可以进一步体会到为什么說劳动人民是一切科学的創造者，生产力的发展如何促进文化科学事业的发展。

为了要通过几何知識的学习，培养大家应用几何知識去解决工农业生产中所遇到的有关問題的实际工作能力，以便大家更出色地为社会主义而进行劳动，因此学习中很重要的一点就是学做結合，理論联系实际，使得我們所学得的知識与生产实践密切結合起来，同时也只有这样，才能学习得更好，达到上面所說的学习几何的目的。过去有的同学在学习过程中有这样的偏向，即满足于定理的証明，过多地在房間里钻一些脱离实际的难题，輕視实际进行实习作业，这是我們要在学習过程中注意防止的。

同学们！随着我們祖国社会主义建設事业一日千里地跃进，随着我国及世界劳动人民的不断創造，几何的內容也不断地在充实、丰富，也希望同学们在学习过程中發揮敢想、敢說、敢作、敢为的共产主义风格，对它作出宝貴的貢獻，預祝你們在这方面获得新的成就！

第一章 直 綫

§1. 引言:

党中央指出,我們为完成 1959 年的生产任务,要認真提倡实干、苦干、巧干的精神,我們不仅要發揮冲天干劲,而且要有钻劲,要不断的进行技术革命. 例如:深耕犁要使它省力、耕得深,使制造简单、省料、使用牢固、方便,那我們对深耕犁要进行研究. 研究它的形状、大小,和它們各部分間的位置关系,比如犁刀如何根据当地具体情况来确定它的寬狭;把它装在什么位置最恰当;犁刀而弯的好呢? 还是直的好等等.

我們用来研究它的大小、形状,和位置关系的物体,叫做几何体. 每一个几何体都有許多大大小小的面,在这些面中,象犁刀而是弯的,叫它为**曲面**. 象桌面,平靜的水面等,我們都叫它为**平面**. 在两个平面的相交处,就得出一条綫,例如:墙壁与地面的相交处就是一条綫,这种綫当然不可能脱离几何体而单独存在,但为了便于学习,我們把它想象成是象縫紉用的綫一样,如果我們把綫放寬一些就变成了一条曲綫,紧紧拉着的綫或从一个小孔透进来的光綫等,我們都理解为**直綫**. 直綫是最简单的綫,也是我們最熟悉的綫,在画机械图,地区平面图,房屋設計图等等方面以及日常生活中亦經常用到的. 两条直綫相交就得到一个点.

I. 直綫、射綫、綫段

§2. 直綫:

在操場上画 100 公尺的跑道;在紙上画各种表格等,都是先固定两点,然后沿着繩子或直尺边作出綫条来的. 因为通过两个固定

点,只能作出一条直线来,这是人类在无数次的实践中总结出来的一条真理,即:经过两点可以作一条直线,并且只能作一条直线。象这个事实,多少年来,千百万劳动人民经过亿万次的实践,证明它是正确的,这样的断语,我们叫它为公理。

这条公理在我们日常生产,生活中也是经常用到的。如木工将墨线的一端固定在木料的一头,另一端拉紧,在木料上画出直线来。

同时这条公理也是我们以后学习几何的基础。从上面这公理我们还可以推出:两条直线不能有一个以上的公共点,假设两条直线,有两个公共点,那末过两点就可以引两条直线,这与上面公理不符,所以是不可能的,即:两条直线最多只有一个交点。

如果一条直线通过平面内的任意两点,那末这条直线上所有的点都在这个平面内。这也是一条公理。

我们利用这条公理可以来检查,铅丝是否直,三角板、直尺的边是否直,也可检查,刨过的木板边是否直等等,如果是直的话,将它们放到平面上去,这条边处处都紧贴在这个平面上。

我们把直线想象成向两方无限地伸长着的,在黑板上或纸上所画的直线,只能表示直线的一部分,直线通常用它的任何两点的两个大写字母来表示,例如:“直线 AB ”,或者“直线 BA ”(图—1)。有时也可以用小写字母来表示,例如“直线 a ”(图—2)。



图—1



图—2

在纸上画直线大家都已会画,但是在各种图样当中都要求把它画得正确美观,就必须掌握一定的方法。



图—3

画直线用的铅笔，铅心不能太硬或太软，一般可选用 *HB* 或 *B* 号的铅笔，因为再软容易弄脏图纸，所以不适宜用。铅笔的铅心要削成如图—3 的形状，太钝太尖都不好；画直线用的直尺，必须经过校验，校验直尺的方法要这样：把一张纸铺在光滑的平面上，用削好的铅笔尖端沿着直尺的一边画一条直线，且在直线上任取二点，然后仍用它的一边从另一侧靠近所取直线上的两点，沿着直尺的边重新画一条直线。如果这次画的线和第一次所画的线是同一条直线，那末证明直尺是直的。

画直线时，要用左手按住直尺或三角板，右手执笔，很自然的使削好的铅笔尖端靠着尺边，由左向右画线。执铅笔的方法是：用大拇指、食指和中指捏住铅笔上端略向右斜，但不要向外或向里倾斜和摆动。

画直线，有时需要用鸭嘴笔（如图—4），鸭嘴笔是描绘墨线的工具。



图—4

§3. 射线、线段：

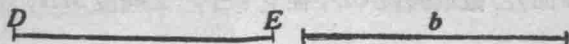
手电筒投射到黑暗天空中的光线，它的一端是有界限的，另一端是没有界限的。类似的直线上某点一旁的部分，我们叫它为半直线（如图—5），也叫做射线。



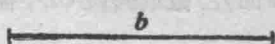
图—5

课桌，课本等物体的棱，它的两端都有界限的。它是直线上某两点间的部分。在直线上任意二点间的部分叫做线段。线段通常用它的两个端点的大写字母来表

示,例如“綫段 DE ”或者“綫段 ED ”(图一—6);有时也可用一个
小写字母来表示,例如“綫段 b ”(图一—7);两点間可以引許多条綫
(图一—8)。这些綫的长短显然不同的,其中以連接两点間的綫段
为最短,連接两点間的綫段长叫做这两点間的距离。

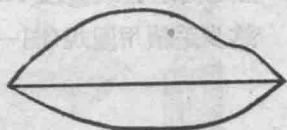


图一—6



图一—7

例如,从甲地出发到乙地去,有
两条路好走,一条是直的,一条是弯
弯曲曲的,大家总喜欢走直的这条
路。(为什么?)

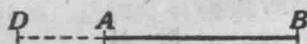


图一—8

利用直尺,我們可以把一条綫
段向两方延长到任意长。例如,我們可以过 B 点把綫段 AB 延长
(图一—9),也可以过 A 点把它延长(图一—10)。在前一种情形,我
們說是延长 AB ;在后一种情形,我們說是延长 BA ,或者說是反
向延长 AB 。延长的部分叫做原綫段的**延长綫**(图中用虛綫表示
的即是)。



图一—9



图一—10

§4. 綫段的相等和不等:

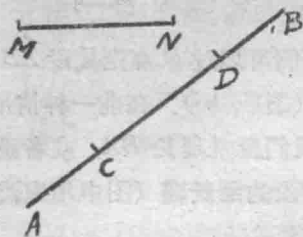
我們說繩子某一段的长为一尺,这就是說,当我們用尺去量这
段繩的时候,尺的两端剛好与这段繩的两端重合,如果把这段繩子
与尺理解为两綫段,把它們叠合在一起,而它們的两端都相重合,
那末这两条綫段就叫做**相等的綫段**。

我們說这段繩有一尺多长,或者說不到一尺,这就是說用尺去

量繩時，即繩子的二端與尺的兩端不完全相重合，也就是把兩條綫段疊合在一起，它們的一端重合，而另一端不相重合，那末這兩綫段就叫做不相等的綫段。

在繪畫工件圖樣時，我們常要在直綫 AB 上(圖一—11)從 C 點起向右(或者向左)截取綫段 CD ，使它等於已知綫段 MN ，我們的作法是這樣：

先利用刻度尺量出綫段 MN 的長，然後將直尺靠緊直綫 AB ，從 C 點起向右截取綫段 CD ，使 CD 等於已量出的綫段 MN 的長。這步手續用圓規(圖一—12)來做很方便。



圖一—11



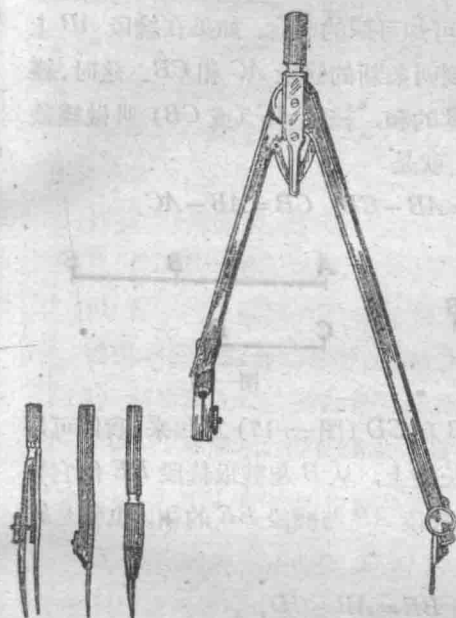
圖一—12

將圓規的尖端放在 M 上，使圓規的另一個腿上的鉛筆尖放在 N 上，然後不改變圓規兩腳間的距離，將圓規移轉到直綫 AB 上，使圓規的一個尖端放在 C 上，另一個腿上的鉛筆尖，在 AB 上 C 點的右邊作一標記，得 D 點，這時綫段 CD 就等於綫段 MN 。簡單的可以這樣寫： $CD = MN$ 。

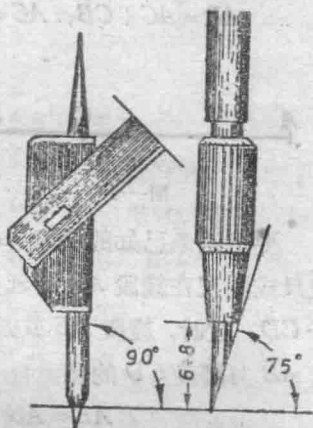
這樣我們已經知道在已知直綫 AB 上自 C 點起，可以截取綫段 CD 等於 MN 。

圓規是畫圖的工具(如图——13 所示的圓規),可以更換鉛筆腿,鴉嘴筆腿和針尖腿等三種插腿。把鉛筆腿取下,換上鴉嘴筆腿可以描墨;換上針尖腿可以用作分割規來量

取尺寸或分割綫段。圓規上鉛筆腿的鉛心,應斜磨成約 75° 角,斜面成扁圓形,如图——14。(怎樣算 75° 角,以后再講。)

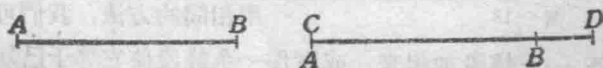


图——13



图——14

利用圓規可以區別兩條綫段的長短。已知兩條綫段 AB 與 CD (图——15),在 CD 上從 C 點起截取等於 AB 的綫段,也就是說把綫段 AB 重疊在 CD 上,而且 A 點落在 C 點上。如果端點 B 落在 C 點與 D 點之間,那末就說綫段 AB 小於綫段 CD 或綫段 CD 大於綫段 AB ,這時可以寫成:



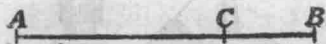
图——15

$$AB < CD \text{ 或 } CD > AB.$$

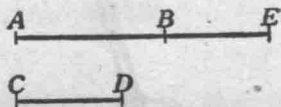
§5. 綫段的加減:

用尺量布, 給我們以綫段可加可減的概念. 如果在綫段 AB 上任取一點 C (圖一—16), 就得到兩條新的綫段 AC 和 CB . 這時, 綫段 AB 叫做綫段 AC 與綫段 CB 的和, 綫段 AC (或 CB) 叫做綫段 AB 與綫段 CB (或 AC) 的差. 就是

$$AB = AC + CB; \quad AC = AB - CB; \quad CB = AB - AC.$$



圖一—16



圖一—17

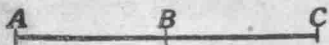
要把兩條已知的綫段 AB 和 CD (圖一—17) 加起來, 我們可用直尺或圓規在綫段 AB 的延長綫上, 從 B 起截取綫段 BE 使它等於 CD . 這時, 綫段 AE 就是綫段 AB 與綫段 BE 的和, 也就是綫段 AB 與綫段 CD 的和:

$$AE = AB + BE = AB + CD.$$

如果我們在綫段 AB 的延長綫上, 從 B 起截取綫段 BC 使它等於綫段 AB (圖一—18), 那末,

$$AC = AB + BC = AB + AB = 2AB.$$

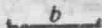
所以綫段 AC 等於綫段 AB 的 2 倍, 而綫段 AB (或者綫段 BC) 等於綫段 AC 的二分之一. 這時, 我們說 B 把綫段 AC 平分 (或者二等分). 平分一條綫段的點叫做這綫段的中點.



圖一—18

用相同的方法, 我們可以把三條、四條、……綫段加起來. 或者作一條綫段使它等於已知綫段的 3 倍、4 倍、……等等.

例題：已知綫段 a 和 b ，
 • ($a > b$)，作一條綫段使它等
 于 $3a - 2b$ 。



已知：綫段 a 和 b 。

求作：一條綫段使它等
 于 $3a - 2b$ 。



圖—19

作法：（用圓規，直尺）

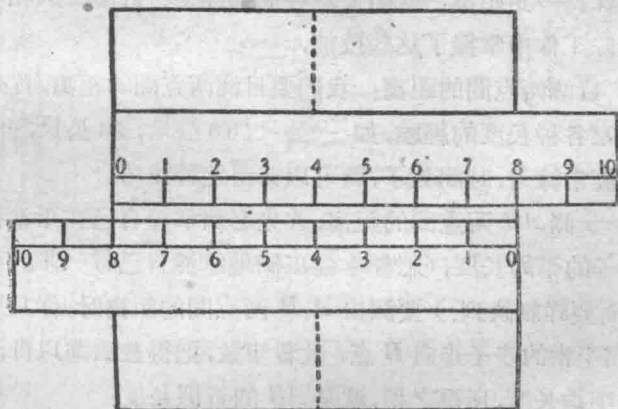
1. 作 $AB = 3a$ ，

2. 在 AB 上截取 $AC = 2b$ ，那末 CB 就是 $3a - 2b$ 。

通常我們近似地二等分，三等分，……一條綫段的方法如下：

1) 利用刻度尺 例如量得綫段 MN 長 35 厘米，那末 35 厘米
 的一半是 17.5 厘米，再在綫段 MN 上截取 MP 長 17.5 厘米，則
 P 就是綫段 MN 的中點，也就是說 $MP = \frac{1}{2} MN$ 。

2) 利用圓規 在綫段 MN 上用目測取一點 P ，然後用圓規
 檢查 MP 是否等於 PN ，如果它們不相等，那末移動 P 點直到 MP

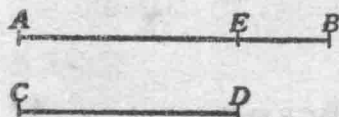


圖—20

$=NP$ 为止。

三等分或者更多等分一条綫段，都可以照以上方法来做。

木工常要二等分一块已知木板。他們利用两支同样大小的刻度尺，一支从木板的左端量起，另一支从木板的右端量起，那末这二支尺的相同的数碼，就是这綫段的中点(图一—20)。



图一—21

要从一条較长的綫段 AB 减去一条較短的綫段 CD (图一—21)，我們可以在綫段 AB 上，从 A 起截取綫段 AE 使它等于 CD ，这时，綫段 EB 就是綫段 AB 与綫段 AE 的差，也就是綫段 AB 与綫段 CD 的差：

$$EB = AB - AE = AB - CD.$$

§ 6. 目測、步測和用卷尺測：

在日常工作中，不用任何工具近似地、但是还須足够精确地測定某二物体間的距离，常常是很必要的。例如建造炼鉄炉群，各炉之間要保持一定距离，就需要这种簡易測量。許多工人和农民同志在实际工作中掌握了这些技能，

1) 目測两点間的距离：我們要目測两点間的距离，首先必須要有观察各种长度的經驗，如：一公尺，10 公尺，50 公尺，……，然后通过經常練習，時間久了，就可以获得这种技巧。

2) 步測 AB 两点間的距离，首先必須掌握自己在平常行走时每步步子的平均长度，(怎样才能正确地掌握自己每一步的平均长度，下面要詳細談到。) 要測出 A 、 B 两点間的距离时，你只要从 A 点起，用平常的步子走向 B 点，数着步数，把得数去乘以自己每步步子的平均长度，所得之积，就是 AB 的近似长度。

測定自己平常行走时步子的大小，方法与步骤是这样的：

选定一段距离例如 60 米，用寻常的步子测这段距离三四次，并且把结果填在表里（假定各次行步的步数如下表）：

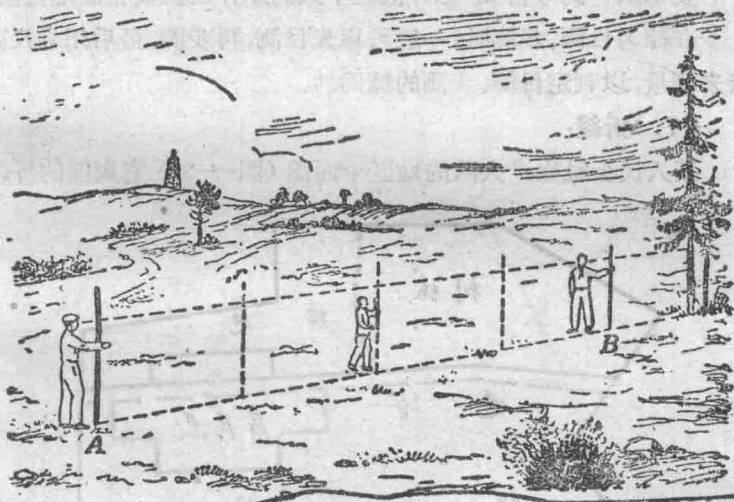
测量的号次	I	II	III	IV	平均
步 数	88.5	92.0	90.5	91.5	90.6

计算每步的平均长度为：

$$60 \div 90.6 = 0.662 \text{ (米)}.$$

如果不需要很高的精确度，测量的最后结果可以四舍五入到十分位（在上述的例子是 0.7 米）。

3) 用卷尺测 A、B 两点间的距离（图—22）。



图—22

工具：标杆 3—4 支，卷尺或测绳，测针若干支

方法：

1. A、B 两处各插标杆一支；第一人（甲）立在 A 处，第二人

(乙)左手持卷尺尺盒与测针,右手携标杆前进;第三人(丙)携尺端(零点)暂立A处。

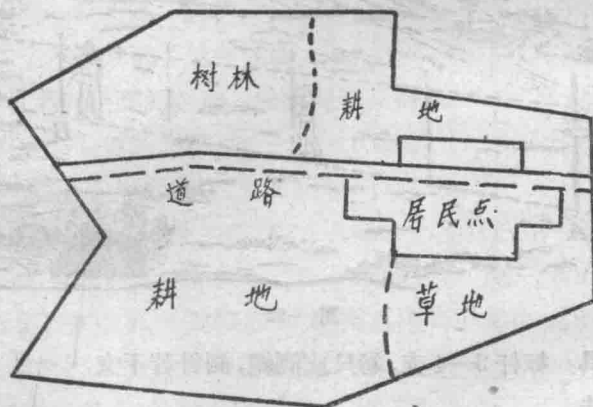
2. 乙进至一“卷尺”距离时,使标杆直立,甲从A向B的方向眺望。如果乙所立标杆脚确已放在AB线上时,做一手势(两手放下),乙丙即可自A起量第一“卷尺”距离,如标杆脚不在AB线上,甲挥动左右手要乙把标杆作相应的移动,使标杆放到AB线上为止。第一“卷尺”量完后,乙丙照此继续前进量度,而甲仍站在A处,每测完一“卷尺”,乙即在此尺终点插一测针后携标杆前进,而丙跟随前进至所插测针处作为下一“卷尺”的起点,完成后由丙收集所插测针,进行计算。

要求从B到A再测一次,但三个人的工作应该要相应地交换。

在练习目测、步测时,一般可以先目测,再步测,最后用卷尺直接来测量,以判定目测、步测的精确性。

§7. 折线:

某人民公社生产大队的地区平面图(图—23)它周围的界线



图—23