

胡 狄 著

# 混凝土结构徐变效应理论



科学出版社

# 混凝土结构徐变效应理论

胡 狄 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书系统、深入地阐述了混凝土结构徐变效应基本概念及计算方法，主要内容包括：混凝土结构徐变效应基本概念，预应力混凝土梁徐变效应分析的全量形式自动递进法，自动递进法与有限元法相结合的徐变效应混合分析，预应力混凝土桥梁徐变效应近似分析的钢筋影响系数法，考虑剪力滞、徐变、预应力筋松弛影响的预应力混凝土箱梁徐变效应分析，考虑徐变和收缩影响的钢筋混凝土梁长期变形和裂缝宽度计算，以及钢筋混凝土板的徐变效应分析等。

本书基本概念阐述清晰，公式推导详尽，便于自学。可供土木、交通、市政等系统的桥梁与结构设计、研究、教学人员参考，亦可作为相关专业本科生和研究生的参考书。

---

### 图书在版编目(CIP)数据

---

混凝土结构徐变效应理论/胡狄著. —北京：科学出版社, 2014

ISBN 978-7-03-042988-9

I. ①混… II. ①胡… III. ①混凝土结构-研究 IV. ①TU37

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 310398 号

---

责任编辑：刘凤娟 / 责任校对：彭 涛

责任印制：肖 兴 / 封面设计：陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

文林印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2015 年 3 月第 一 版 开本：720×1000 1/16

2015 年 3 月第一次印刷 印张：12 3/4

字数：238 000

定价：69.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

## 前　　言

1996 年 9 月 26 日, 帕劳共和国 Koror-Babeldaob 桥垮塌, 震惊世界桥梁界。Koror-Babeldaob 桥于 1977 年竣工, 主跨  $72\text{m}+241\text{m}+72\text{m}$  为悬臂浇筑施工的预应力混凝土连续刚构, 由于混凝土徐变和收缩及预应力筋松弛作用, 18 年后与设计预拱度相比, 中跨跨中下挠 161cm, 预应力损失实测平均值为设计值的 2.04 倍。2008 年桥梁相关资料解密, Bažant 教授带领的团队对桥梁进行时变效应分析, 指出持荷 18 年时基于 CEB-FIP MC1999、ACI 209R-92、GL2000 和 B3 徐变与收缩模型的预应力损失理论值为实测平均值的 48%~80%, 跨中挠度理论值为实测平均值的 34%~57%。因此, 在 2011 年国际结构混凝土协会 (FIB) 会议上, Bažant 团队作了 “Wake-up call for creep, myth about size and black holes in safety: what to improve in FIB model code draft” 主旨发言, 呼吁重视混凝土徐变及混凝土结构徐变效应研究。

混凝土徐变及混凝土结构徐变效应研究随混凝土材料学、力学、数值分析、计算机、有限元等学科的发展而发展, 大致可分为三个阶段。从 1907 年 Hatt 报道混凝土徐变现象至 1937 年 Dischinger 用徐变率法求解钢筋混凝土构件截面内钢筋和混凝土应力重分布问题为第一阶段, 此期间建立了徐变基本概念, 开始徐变特性研究及探索求解实际混凝土结构徐变效应。1937 年至 1970 年前后为第二阶段, 此期间有三大特点: 一是通过拟合试验数据用指数函数、双曲函数、幂函数和对数函数等数学表达式描述徐变特性; 二是相当一部分徐变效应分析方法与徐变特性描述方法相关, 提出了老化理论、先天理论、混合理论、流动率法、继效流动理论、有效模量法、Dishinger 法、扩展 Dishinger 法等徐变效应分析经典方法; 三是将徐变效应理论应用于实际结构的设计等工程实践。1967 年 Trost 引入老化系数概念, 将积分形式的混凝土时变应力-应变关系写为代数形式, 1972 年 Bažant 对之进行了严格的论证, 形成 Trost-Bažant 方程, 开启了用解析法更准确、更简便分析复杂混凝土结构徐变效应的时代。1970 年前后至今为第三阶段, 运用力学方法研究混凝土徐变特性并获得成功, 典型成果如根据混凝土徐变流变性质采用 Kelvin 链和 Maxwell 链模型较准确描述徐变规律, 根据混凝土凝结硬化机理采用固结理论建立至今预测精度最高的 B3、B4 徐变与收缩模型等; 徐变效应的解析分析方法考虑因素更全面, 计算精度更高; 基于杆系结构 (平面或空间梁元) 的徐变效应分析软件广泛应用于工程结构设计; 可考虑徐变非线性、开裂等影响的基于率型本构关系的三维有限元逐步计算法等应用于复杂混凝土结构的时变效应分析。

但应该看到, 混凝土徐变机理至今尚未完全被人们所认识, 混凝土徐变和收缩的预测精度尚待进一步提高, 计算简便、计算精度高的混凝土结构徐变效应解析方法尚需完善, 全方位考虑实际工程结构开裂、环境湿度变化速率和结构中湿度梯度变化、环境温度变化速率和结构中温度梯度变化、高应力下徐变非线性、反复荷载作用对结构徐变和收缩效应影响等的时变效应数值分析方法尚需深入研究。目前, 少数设计规范给出了考虑混凝土徐变与收缩的长期变形(挠度或拱度)近似计算公式, 但这些公式难以较准确预测结构某一时刻的变形, 更难以用之进行大跨或复杂结构的施工监控。我国近年来大量建设高速铁路, 规范对无砟轨道预应力混凝土简支箱梁的工后徐变上拱有非常严格的规定, 但相应规范并未给出箱梁徐变上拱的计算方法和计算公式。因此, 开展提升混凝土结构徐变效应预测精度的研究具有迫切的现实意义。

本书是在作者博士学位论文、博士后研究报告的基础上, 结合 10 多年来与混凝土结构徐变效应相关研究的一个总结。全书共 8 章。

第 1 章: 以荷载持续作用及卸载后的混凝土时变应变变化规律为基础, 介绍混凝土徐变特性及其描述方法, 全面总结了混凝土徐变系数、徐变柔量的定义及各徐变模型计算公式的特点; 讨论了徐变对混凝土结构的影响, 简要阐述了混凝土结构徐变效应的经典分析方法和现代分析方法。

第 2 章: 简要介绍了现有预应力筋长期预应力损失计算方法, 指出现有计算方法存在的缺陷; 基于截面内力平衡条件和钢筋与混凝土间的变形协调条件及按龄期调整有效模量法思想, 建立了预应力筋重心处的预应力筋长期预应力损失统一计算模式; 通过引入预应力筋固有松弛计算模式, 根据计算时刻预应力筋有效应力的发展特征, 建立了混凝土徐变、收缩对预应力筋松弛折减系数的分析模型, 推导出计算公式, 解决了长期预应力损失统一计算的关键技术。

第 3 章: 通过将预应力混凝土结构中混凝土的积分形式时变本构方程改写成全量形式的代数方程, 结合截面特性和配筋特征, 建立了基于截面分析的预应力混凝土简支梁徐变效应分析的全量形式自动递进法, 推导出计算公式, 可方便计算任意时刻全量形式的混凝土和钢筋应力与应变、截面曲率、跨中挠度等参量; 计算式中考虑了钢筋、混凝土弹性模量时变、预应力筋应力松弛、混凝土收缩等影响, 可使用任何形式的徐变特性表达式, 计算精度可方便地通过时段的细分来控制。

第 4 章: 介绍了将全量形式自动递进法与有限元法相结合的预应力混凝土桥梁徐变效应混合分析法; 其中, 有限元方程中不考虑徐变、收缩及预应力筋应力固有松弛的影响, 结构弹性响应的计算精度由有限元法来保证; 进行徐变效应分析时, 两计算点间考虑混凝土徐变、收缩及预应力筋应力松弛、配筋率、截面钢筋布置特性等综合影响的结构时变分析, 运用有限元法通过时段的细分来达到期望的计算精度。

第 5 章：在第 2 章建立的任意时刻构件任意截面处徐变引起的混凝土应变增量、截面曲率增量计算式的基础上，提出预应力筋与普通钢筋对预应力混凝土受弯构件中徐变应变、徐变曲率和徐变挠度影响系数的概念及其计算方法，建立了相应的计算公式；结合我国工程中预应力混凝土结构常用混凝土、预应力筋和普通钢筋的材料特性，得出影响系数的近似计算公式。

第 6 章：运用能量变分法，进行了考虑普通钢筋、预应力筋配筋率等影响的加载时刻配设抛物线型预应力筋的后张预应力混凝土等截面简支箱梁的剪力滞效应分析，通过引入 Trost-Bažant 方程，建立了全面考虑配筋率、截面钢筋布置、混凝土徐变与收缩及预应力筋应力松弛等综合影响的箱梁剪力滞效应分析方法，给出了任意时刻混凝土与钢筋的应力、箱梁挠度计算公式。

第 7 章：基于现有短期荷载作用下裂缝计算理论研究成果，通过引入 Trost-Bažant 方程进行钢筋混凝土开裂截面和未开裂截面的徐变效应分析，建立了考虑徐变、收缩影响的钢筋混凝土受弯构件在长期荷载作用下裂缝计算模型，推导出计算公式；结合试验研究结果，引入修正系数对建立的公式进行修正，得到了物理意义明确、能反映截面特性与截面配筋及混凝土徐变、收缩特性的持续荷载作用下的长期裂缝宽度实用计算公式。

第 8 章：运用按龄期调整的有效模量法思想，基于弹性薄板理论，建立了考虑徐变和钢筋影响的钢筋混凝土四边简支、四边夹支矩形薄板的弹性曲面微分方程，推导出了任意时刻混凝土和钢筋应力及薄板挠度的解析计算公式。

值此成书之际，特别感谢我的博士指导老师陈政清教授、博士后研究指导老师余志武教授在我学术研究路上的启蒙、启发、启明。

研究生卢钦先、郭吉平、翁运新、高永亮参与部分内容的研究工作，研究生朱伟、赵国华参与插图绘制工作，在此表示感谢。

由于作者水平有限，书中难免存在不妥之处，恳请读者批评指正。

# 目 录

## 前言

<b>第 1 章 混凝土徐变及徐变效应分析基本概念</b>	1
1.1 混凝土徐变	1
1.1.1 混凝土徐变的概念	1
1.1.2 混凝土徐变特性描述	1
1.1.3 混凝土徐变对结构的影响	7
1.2 混凝土结构徐变效应分析方法	8
1.2.1 混凝土的应力应变关系	8
1.2.2 混凝土结构徐变效应分析方法	9
参考文献	18
<b>第 2 章 预应力筋长期预应力损失统一计算</b>	22
2.1 预应力筋长期预应力损失现有计算方法简介	22
2.1.1 预应力筋长期预应力损失基本概念	22
2.1.2 部分设计规范预应力筋长期预应力损失计算方法简介	23
2.2 预应力筋长期预应力损失统一计算方法	28
2.2.1 截面时变变形分析	28
2.2.2 预应力筋长期预应力损失统一计算	31
2.2.3 松弛折减系数的计算	33
2.2.4 讨论	36
2.3 算例	37
2.3.1 公路桥梁算例	37
2.3.2 铁路桥梁算例	39
2.3.3 预应力筋松弛折减系数影响因素讨论	44
2.3.4 关于欧洲混凝土结构设计规范 (EN1992) 公式中系数 0.8 的讨论	47
参考文献	49
<b>第 3 章 预应力混凝土简支梁徐变效应分析的全量形式自动递进法</b>	52
3.1 概述	52
3.2 任意时刻截面内混凝土全量形式的应力、应变关系	53
3.2.1 任意时刻全量形式混凝土的应力、应变关系	53
3.2.2 任意时刻考虑截面内力平衡与变形协调的混凝土应力、应变方程	54

---

3.3 全量形式自动递进计算 .....	57
3.3.1 一次加载时全量形式徐变效应分析的广义计算式 .....	57
3.3.2 多次加载时全量形式徐变效应分析的通用计算式 .....	58
3.3.3 卸载(反向加载)时全量形式计算式 .....	59
3.3.4 梁体长期变形计算 .....	61
3.4 算例 .....	62
参考文献 .....	65
<b>第 4 章 预应力混凝土桥梁徐变效应混合分析法 .....</b>	<b>68</b>
4.1 概述 .....	68
4.2 预应力混凝土桥梁的单元模型及其刚度矩阵 .....	69
4.2.1 组合梁单元的位移模式 .....	70
4.2.2 混凝土对组合单元刚度的贡献 .....	70
4.2.3 普通钢筋对组合单元刚度的贡献 .....	71
4.2.4 预应力筋对组合单元刚度的贡献 .....	72
4.2.5 有限元计算时组合梁单元刚度矩阵的调整 .....	74
4.3 预应力筋的初始有效应力及其等效节点荷载 .....	75
4.3.1 预应力筋的初始有效应力 .....	75
4.3.2 预应力筋等效节点荷载 .....	78
4.4 混合分析法的思路、步骤及 ASUMACS 程序 .....	79
4.4.1 混合分析法的思路和步骤 .....	80
4.4.2 基于混合分析法的徐变效应分析程序 ASUMACS .....	85
4.5 算例 .....	85
4.5.1 预应力混凝土简支梁 .....	85
4.5.2 预应力混凝土连续梁 .....	87
参考文献 .....	88
<b>第 5 章 预应力混凝土结构徐变效应近似分析——钢筋影响系数法 .....</b>	<b>91</b>
5.1 概述 .....	91
5.2 钢筋对结构徐变效应约束影响系数的计算 .....	91
5.2.1 钢筋对徐变应变约束影响系数的计算 .....	91
5.2.2 钢筋对徐变曲率约束影响系数的计算 .....	93
5.3 预应力混凝土结构徐变效应近似分析 .....	94
5.3.1 任意时刻混凝土应变、应力的近似计算 .....	94
5.3.2 任意时刻钢筋应力及挠度增量的近似计算 .....	95
5.3.3 超静定结构徐变次内力近似计算 .....	97
5.3.4 关于约束影响系数的讨论 .....	98

5.4 算例与讨论 .....	99
5.4.1 基于模型试验梁的钢筋对徐变应变约束影响系数理论值的讨论 .....	99
5.4.2 基于模型试验梁的钢筋对徐变曲率约束影响系数理论值的讨论 .....	100
5.4.3 钢筋约束对徐变次内力计算值的影响 .....	101
5.4.4 徐变上拱试验结果与理论计算值的比较 .....	102
参考文献 .....	104
<b>第 6 章 等截面预应力混凝土简支箱梁徐变效应分析 .....</b>	105
6.1 概述 .....	105
6.2 分布荷载作用下初始时刻考虑钢筋影响的剪力滞效应分析 .....	107
6.2.1 加载时刻箱梁结构总势能 .....	107
6.2.2 加载时刻的基本方程 .....	111
6.2.3 加载时刻应力和挠度计算 .....	112
6.3 端弯矩作用下的剪力滞效应 .....	114
6.4 考虑剪力滞和钢筋影响的时变效应分析 .....	115
6.4.1 任意时刻混凝土、钢筋、预应力筋应力 .....	115
6.4.2 任意时刻截面内力平衡方程 .....	117
6.4.3 任意时刻梁体变形和应力求解 .....	123
6.5 轴向压力作用下截面应力分析 .....	125
6.6 任意时刻混凝土和钢筋的总应力 .....	125
6.7 算例 .....	126
参考文献 .....	131
<b>第 7 章 钢筋混凝土受弯构件长期裂缝宽度计算 .....</b>	133
7.1 概述 .....	133
7.2 短期裂缝宽度计算 .....	134
7.2.1 短期荷载作用下截面应力计算 .....	134
7.2.2 短期裂缝宽度计算 .....	138
7.3 长期裂缝宽度计算 .....	138
7.3.1 未开裂截面徐变效应分析 .....	138
7.3.2 开裂截面徐变效应分析 .....	140
7.3.3 长期裂缝宽度计算 .....	141
7.4 算例 .....	143
参考文献 .....	146
<b>第 8 章 钢筋混凝土矩形板徐变效应分析 .....</b>	149
8.1 概述 .....	149

---

8.2 任意时刻薄板弹性曲面微分方程的建立.....	149
8.2.1 截面时变变形分析.....	150
8.2.2 钢筋的应力及弯矩.....	151
8.2.3 弹性曲面微分方程.....	152
8.3 考虑典型边界的矩形板挠度解.....	152
8.3.1 四边简支矩形薄板的挠度解 .....	152
8.3.2 四边夹支矩形薄板的挠度解 .....	154
8.4 算例 .....	155
参考文献.....	158
<b>附录 A 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范 (JTG D62—2004)</b>	
徐变系数、收缩及预应力筋松弛计算公式 .....	160
A.1 混凝土徐变系数计算公式 .....	160
A.2 混凝土收缩计算公式 .....	161
A.3 预应力筋松弛应力计算公式 .....	162
<b>附录 B 铁路桥涵钢筋混凝土和预应力混凝土结构设计规范 (TB 10002.3—2005) 徐变系数、收缩及预应力筋松弛计算公式 .....</b>	163
B.1 混凝土徐变系数计算公式 .....	163
B.2 混凝土收缩计算公式 .....	165
B.3 预应力筋松弛应力计算公式 .....	165
B.4 混凝土弹性模量计算公式 .....	166
<b>附录 C 混凝土结构设计规范 (GB 50010—2010) 徐变系数、收缩及预应力筋松弛计算公式 .....</b>	167
C.1 混凝土徐变系数计算公式 .....	167
C.2 混凝土收缩计算公式 .....	168
C.3 消除应力钢丝、钢绞线的应力松弛计算公式 .....	169
<b>附录 D CEB-FIP MC2010 徐变系数、收缩及混凝土弹性模量计算公式 .....</b>	171
D.1 混凝土徐变系数计算公式 .....	171
D.2 混凝土收缩计算公式 .....	173
D.3 混凝土弹性模量计算公式 .....	174
D.4 徐变柔量计算公式 .....	175
<b>附录 E ACI 209R-92 徐变系数、收缩及混凝土弹性模量计算公式 .....</b>	176
E.1 混凝土徐变系数计算公式 .....	176
E.2 混凝土收缩计算公式 .....	177
E.3 混凝土弹性模量计算公式 .....	179

---

E.4 徐变柔量计算公式 .....	179
<b>附录 F AASHTO LRFD 2007 徐变系数、收缩及混凝土弹性模量计算公式 .....</b>	<b>180</b>
F.1 混凝土徐变系数计算公式 .....	180
F.2 混凝土收缩计算公式 .....	181
F.3 混凝土弹性模量计算公式 .....	181
<b>附录 G B3 与 B4 徐变与收缩模型 .....</b>	<b>182</b>
G.1 混凝土徐变柔量计算公式 .....	182
G.2 混凝土收缩计算公式 .....	183
G.3 B4 模型 .....	185
<b>附录 H GL2000 徐变与收缩模型 .....</b>	<b>186</b>
H.1 混凝土徐变系数计算公式 .....	186
H.2 混凝土收缩计算公式 .....	186
H.3 混凝土弹性模量计算公式 .....	187
<b>索引 .....</b>	<b>188</b>

# 第1章 混凝土徐变及徐变效应分析基本概念

## 1.1 混凝土徐变

### 1.1.1 混凝土徐变的概念

混凝土在恒荷载持续作用下，其变形随时间延续而增加的现象称为徐变。徐变是混凝土的固有特性，所有受荷载作用的混凝土必将发生徐变现象，徐变对混凝土结构的影响（称为徐变效应）将贯穿混凝土结构建造至整个服役期，且徐变效应依时而变。

由于产生混凝土徐变的机理至今尚没有完全被人们所认识，从 1907 年 Hatt<sup>[1]</sup>发现混凝土徐变现象至今的一个多世纪内，提出了混凝土徐变机理的各种理论和假设，如黏弹性理论、黏弹性流动理论、塑性流动理论、微裂缝理论、渗流理论、内力平衡理论、固结理论等<sup>[2-5]</sup>，虽然迄今为止尚没有一种被广泛接受，但普遍地认为，徐变的产生主要与混凝土中水分的迁移、水泥胶凝体的变形、集料的延迟弹性变形有关<sup>[5]</sup>。研究表明，影响混凝土徐变的因素可分为内部因素和外部因素<sup>[2,5,6]</sup>，内部因素包括材料特性（骨料种类、水泥品种、配合比、水灰比、外加剂等）、制作养护（养护方法、养护时间、养护湿度和温度等）和构件几何特性等，外部因素包括混凝土工作环境（环境湿度、温度）、荷载特征（加载时混凝土龄期、持荷时间、荷载应力、反复作用荷载的循环特征等）。

对于一般的混凝土结构，徐变应变（徐变引起的混凝土应变）通常为加载时产生的初始弹性应变的 1~3 倍，在较干燥环境条件下可能更大（Brooks<sup>[7]</sup> 长期试验研究中部分徐变应变为弹性应变的 4 倍以上），因此，徐变将对混凝土结构的工作性能产生不可忽视的影响。

混凝土受荷载作用后，徐变前期发展快、后期发展慢，持荷 30 年仍可观测到徐变现象<sup>[7]</sup>。对于混凝土徐变是否有终极值目前尚无定论，但对一般结构来说，一定时间（如 20 年或 30 年）后发生的徐变值对结构的影响很小，可以忽略不计。

### 1.1.2 混凝土徐变特性描述

混凝土徐变特性通常用徐变系数（creep coefficient）、比徐变（specific creep）和徐变柔量（creep compliance）来描述。

徐变系数是指在恒应力作用下，某一时刻混凝土徐变应变与加载时刻弹性应变

之比, 用  $\varphi(t, t_0)$  表示:

$$\varphi(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{\text{cr}}(t, t_0)}{\varepsilon_{\text{ce}}(t_0)} = \frac{\varepsilon_{\text{cr}}(t, t_0)}{\frac{\sigma_c(t_0)}{E_c}} \quad (1.1.1)$$

式中,  $\sigma_c(t_0)$  为混凝土龄期  $t_0$  时刻加载引起的混凝土应力;  $\varepsilon_{\text{ce}}(t_0)$  为  $t_0$  时刻由加载引起的混凝土弹性应变;  $\varepsilon_{\text{cr}}(t, t_0)$  为  $t_0$  时刻加载至  $t(t > t_0)$  时刻的徐变应变;  $E_c$  为混凝土弹性模量.

由于混凝土弹性模量随时间而变化, 为计算方便 (尤其采用规范计算公式及相应参数时), 规范对徐变系数定义中的  $E_c$  取值进行了规定, 典型方法有两种: 欧洲混凝土委员会-国际预应力协会规范 CEB-FIP Model Code1978—2010 等<sup>[8-11]</sup> 取为混凝土养护 28 天时的弹性模量  $E_c(28)$ ; 美国混凝土协会 ACI 209 委员会报告<sup>[12-14]</sup> 取为加载时刻混凝土的弹性模量  $E_c(t_0)$ (美国混凝土结构设计规范 ACI 318-08、美国公路桥梁设计规范 AASHTO LRFD 2007 等采用<sup>[15-17]</sup>).

比徐变是指在单位应力作用下某一时刻混凝土的徐变应变, 用  $C(t, t_0)$  表示:

$$C(t, t_0) = \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c} \quad (1.1.2)$$

徐变柔量是指在单位应力作用下某一时刻混凝土的总应变, 徐变柔量又叫徐变函数, 用  $J(t, t_0)$  表示:

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c} = \frac{1}{E_c} + C(t, t_0) \quad (1.1.3)$$

由于影响混凝土徐变特性的因素众多, 且一些因素相互耦合作用, 因而建立具有良好预测精度的徐变特性表达式的关键是在徐变模型中合理选取影响因素及处理各因素间的相互关系.ACI 209.2R-08 报告认为<sup>[14]</sup>, 徐变、收缩模型至少应包含下列信息: ① 混凝土配合比或力学性能 (如强度或弹性模量); ② 环境相对湿度; ③ 加载龄期; ④ 干燥持续时间; ⑤ 持荷时间; ⑥ 构件尺寸.

同时徐变、收缩模型还应具有下列功能: ① 允许用混凝土强度和弹性模量测试值替换; ② 能够将测试得到的徐变、收缩值通过扩展得到其长期值; ③ 可获得对输入参数值不敏感且易于使用的数学表达式.

水分迁移 (混凝土内部水分迁移及混凝土中水分与体外环境的交换) 是产生徐变现象最重要的原因之一, 因而水分迁移速率成为影响徐变特性的重要因素, 而水分迁移速率不仅与环境湿度有关, 还与构件截面几何特性有关, 因此, 徐变模型中必须有环境湿度参数; 通过引入“水力半径”(过水断面面积与湿周之比)的概念, 采用“构件理论厚度”(构件截面积与半周长之比)<sup>[8-11,18]</sup> 或“构件体表比”(构件体积与表面积之比)<sup>[12-17]</sup>, 来体现构件截面几何特性对水分迁移速率的影响. 对于骨料

种类、水泥品种、配合比、水灰比等内部影响因素，少部分徐变模型将它们单独考虑<sup>[3,4]</sup>，大部分徐变模型则用混凝土抗压强度来综合考虑<sup>[8-18]</sup>。湿养护结束前后混凝土水分迁移状况发生变化，因而湿养护结束时间往往是应单独考虑的因素，而制作养护其他因素的影响可通过混凝土抗压强度来体现。加载时混凝土龄期、持荷时间对徐变影响明显，必须单独考虑。因此，环境湿度、构件理论厚度或构件体表比、混凝土抗压强度、湿养护结束时间、加载时混凝土龄期及持荷时间等是目前常用徐变模型中的主要参量<sup>[8-18]</sup>，少部分徐变模型则单独考虑了水泥品种、配合比、水灰比、温度等影响因素<sup>[3,4]</sup>。

在徐变特性表达式上，曾提出指数函数表达式、双曲函数表达式、幂函数表达式和对数函数表达式等数学形式，表达式中各影响因素有的表示为连乘形式，有的表示为相加形式，对各因素耦合影响的处理则随不同徐变模型而异<sup>[3,4,8-18]</sup>。

混凝土徐变特性可以根据荷载作用下混凝土的变形规律进行描述，亦可根据卸载时混凝土的变形恢复特征进行描述。图 1.1 为单向受压混凝土试块的荷载-应变随时间变化示意图。在混凝土龄期  $t_0$  时刻施加应力  $\sigma_c(t_0)$ ，立刻在混凝土中产生弹性应变  $\varepsilon_{ce}(t_0)$ ；在任意  $t(t > t_0)$  时刻，与荷载有关的混凝土的总应变包括弹性应变和徐变引起的应变；若  $t_1$  时刻卸载，则部分应变即刻恢复，其值接近于  $t_0$  时刻所产生的弹性应变  $\varepsilon_{ce}(t_0)$ ，其后随着时间的增长，又有部分应变  $\varepsilon_{c,ce}(t_2, t_1)(t_2 \gg t_1)$  恢复，此部分称为滞后弹性应变（又称为徐弹），而有一部分应变  $\varepsilon_{c,cp}(t_2, t_1)$  无法恢复，此部分称为滞后塑性应变（又称为徐塑）。

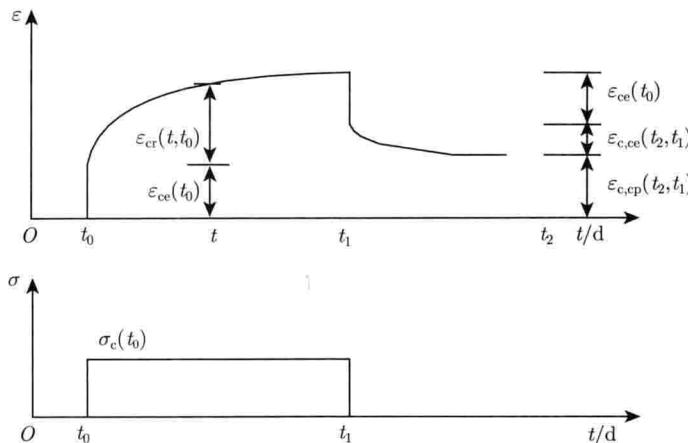


图 1.1 单向受压混凝土试块的荷载-应变随时间变化示意图

在常应力  $\sigma_c(t_0)$  作用下，任意  $t(t > t_0)$  时刻混凝土总应变为

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \varepsilon_{ce}(t_0) + \varepsilon_{cr}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \varepsilon_{cr}(t, t_0)$$

则有

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \varepsilon_{ce}(t_0) \left[ 1 + \frac{\varepsilon_{cr}(t, t_0)}{\varepsilon_{ce}(t_0)} \right] = \varepsilon_{ce}(t_0) [1 + \varphi(t, t_0)] \quad (1.1.4)$$

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[ \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} \right] = \sigma_c(t_0) J(t, t_0) \quad (1.1.5)$$

在  $t_1$  时刻卸载至  $t_2 (t_2 > t_1)$  时刻, 有下述关系:

$$\varepsilon_{cr}(t_1, t_0) \approx \varepsilon_{c,ce}(t_2, t_1) + \varepsilon_{c,cp}(t_2, t_1) \quad (1.1.6)$$

如果将卸载后的徐弹和徐塑看成  $\sigma_c(t_0)$  持续作用引起的, 则式 (1.1.6) 可写成

$$\varepsilon_{cr}(t, t_0) \approx \varepsilon_{c,ce}(t, t_0) + \varepsilon_{c,cp}(t, t_0) \quad (1.1.7)$$

上述分析表明, 徐变特性描述方法可分为两大类: 一类为根据荷载作用下混凝土的变形规律 (图 1.1 中  $t_0 \rightarrow t_1$  时段) 或受荷时混凝土变形机理进行描述; 另一类为根据卸载时混凝土的变形恢复特征进行描述 (图 1.1 中  $t_1 \rightarrow t_2$  时段). 第一大类又可以分为两类: 一类是根据混凝土徐变在持荷阶段的表现特征, 整体描述徐变规律; 另一类是根据混凝土与环境有无水分散换条件下徐变呈现的不同性质, 将徐变分为基本徐变<sup>[19]</sup> (混凝土与环境无水分散换) 和干燥徐变<sup>[20]</sup> (又称 Pickett 效应). 因此, 描述混凝土徐变的表达式可分为三类<sup>[21]</sup>: 第一类为整体描述徐变规律, 不细分为基本徐变与干燥徐变或可恢复与不可恢复徐变; 第二类将徐变行为用基本徐变和干燥徐变来表示; 第三类将徐变行为用可恢复徐变与不可恢复徐变来表示.

目前描述混凝土徐变特性的表达式均为经验公式或半经验公式, 最复杂也最理论化的 B3 模型<sup>[3]</sup>、B4 模型<sup>[4]</sup> 仍是半经验半理论公式.

### 1. 第一类徐变特性表达式 —— 徐变规律整体描述

这类徐变模型主要有 CEB-FIP MC1990—2010、ACI 209R-92、AASHTO LRFD 2007、GL2000 等, 以及基于黏弹理论流变模型的徐变模型.

#### 1) CEB-FIP MC1990—2010 徐变模型

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{1}{E_c(28)} \cdot \varphi(\infty, t_0) \beta_c(t - t_0) \quad (1.1.8)$$

式中,  $\varphi(\infty, t_0)$  为名义徐变, 与环境湿度、构件理论厚度、混凝土强度有关;  $\beta_c(t - t_0)$  为徐变发展函数, 与加载龄期  $t_0$ 、持荷时间及环境湿度有关.

CEB-FIP MC1990 徐变模型由 Muller 和 Hilsdorf<sup>[22]</sup> 于 1990 年提出, 1999 年进行修正 (CEB-FIP MC1999), 新模型适用于高强度混凝土; CEB-FIP MC2010 徐变模型基本沿用 1999 版本, 修改较小.

### 2) ACI 209R-92 报告建议的徐变模型

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{1}{E_c(t_0)} \cdot \frac{(t - t_0)^{0.6}}{10 + (t - t_0)^{0.6}} \cdot \varphi(\infty, t_0) \quad (1.1.9)$$

上述徐变模型由 Branson 和 Christiason<sup>[23]</sup> 提出, 1971 年被 ACI 209 委员会采用, 1982 年略作修改, 1992 年进行修正后沿用至 ACI 209.2R-08, 并被 ACI 318-08 和 AASHTO LRFD 1994 等规范采用.

### 3) AASHTO LRFD 2007 徐变模型

根据 ACI 209 委员会建议的公式及结合发表的试验数据, 2007 年 AASHTO 将徐变模型计算公式进行修正:

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{1}{E_c(t_0)} \cdot 1.9 k_s k_{hc} k_f k_{td} t_0^{-0.118} \quad (1.1.10)$$

式中,  $k_s$  为构件体表比影响系数;  $k_{hc}$  为环境湿度影响系数;  $k_f$  为混凝土受压强度影响系数;  $k_{td}$  为持荷时间影响系数.

### 4) GL2000 徐变模型

为满足 1999 年 ACI 209 委员会通过的徐变预测模型应满足的若干准则 (包括适用于施工期间早龄期受载混凝土和高强混凝土), Gardner 和 Lockman 对 GZ Atlanta97 模式<sup>[24]</sup> 进行修正, 形成 GL2000 徐变模型, 2004 年进行一些修改<sup>[25]</sup>:

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{1}{E_c(28)} \cdot \phi(t_c) \beta_c(t - t_0) \quad (1.1.11)$$

式中,  $\phi(t_c)$  为考虑干燥龄期影响的修正函数;  $t_c$  为混凝土的干燥龄期 (湿养护结束时间);  $\beta_c(t - t_0)$  为徐变发展函数, 与持荷时间  $t - t_0$ 、环境湿度、混凝土 28 天抗压强度及构件体表比有关.

### 5) 基于黏弹理论的代数多项式表达式

由于混凝土徐变具有明显的流变性质, 许多基于流变模型的徐变模型被提出并进行了深入的研究<sup>[2]</sup>, 最常被讨论的是 Kelvin 链和 Maxwell 链模型. 文献 [26] 建立了基于 Maxwell 链模型的混凝土速率型徐变方程. 由于流变模型的解析解中均含有指数项, 受此启发, 混凝土徐变柔量有时被写成 Dirichlet 级数形式:

$$J(t, t_0) = \sum_{\mu=1}^n \frac{1}{C_\mu} \left\{ 1 - e^{-(y_\mu(t) - y_\mu(t_0))} \right\} \quad (1.1.12)$$

式中,  $y_\mu(t) = (t/\tau_\mu)^{q_\mu}$ ,  $q_\mu$  为小于等于 1 的正指数,  $\tau_\mu$  为滞后时间常数,  $C_1 = E_c(t_0)$ . 文献 [27] 讨论了式 (1.1.12) 与 Kelvin 链模型系数之间的关系. McHenry、Maslov、Arutyunyan 提出的计算式为上述形式中最简单的一种<sup>[2,6]</sup>.

## 2. 第二类徐变特性表达式——徐变用基本徐变和干燥徐变表示

混凝土加载时必将伴随徐变的产生(无论时间多短),因此实际应用中,总将基本徐变和干燥徐变包括在徐变柔量中。

Bažant 等于 1971 年开始进行基于徐变发生机理的徐变模型研究,1978 年 Bažant 和 Panula 提出了用基本徐变和干燥徐变表示的 BP 模型,1991 年 Bažant 等对 BP 模型进行修正,形成了 BP-KX 模型,1995 年 Bažant 和 Baweja 集 10 多年研究成果,提出了基于水泥浆固结理论的 B3 模型<sup>[3]</sup>,2005 年进行了修正:

$$J(t, t_0) = q_1 + C_0(t, t_0) + C_d(t, t_0, \tau) \quad (1.1.13)$$

式中,  $q_1$  为瞬时应变;  $C_0(t, t_0)$  为  $t_0$  时刻加载的基本徐变;  $C_d(t, t_0, \tau)$  为  $t_0$  时刻加载、 $\tau$  时刻混凝土开始干燥的干燥徐变。

基本徐变、干燥徐变与混凝土抗压强度、水灰比、骨灰比、构件截面形状、水泥浆种类、养护条件、环境湿度、混凝土开始干燥龄期、加载龄期、持荷龄期等有关。

B3 模型是国际材料与结构试验研究联合会(RILEM, 1995)推荐的徐变、收缩预测模型。2013 年, Bažant 等通过引入水泥类型、混合料参数等对 B3 模型进行扩展,将收缩细分为干燥收缩和自收缩,并结合数十年徐变数据和观测到的实际桥梁变形数据进行系统性校准,提出了预测精度更高的 B4 模型<sup>[4]</sup>。

## 3. 第三类徐变特性表达式——徐变用可恢复和不可恢复徐变表示

这类徐变特性表达式最常用的是 CEB-FIP MC1978 徐变模型:

$$J(t, t_0) = F_i(t_0) + \frac{1}{E_c(28)} \{ \varphi_d \beta_d(t - t_0) + \varphi_f [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] \} \quad (1.1.14)$$

式中,  $F_i(t_0)$  为瞬时弹性应变和最初几天产生的不可恢复的徐变之和;  $\varphi_d \beta_d(t - t_0)$  为可恢复徐变(徐弹, 图 1.1 中  $\varepsilon_{c,ce}$ );  $\varphi_f [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)]$  为不可恢复徐变(徐塑, 图 1.1 中  $\varepsilon_{c,cp}$ )。

需要说明的是,由于徐变的滞后特性,基于线性叠加原理计算结构徐变效应时,若存在卸载(或反向加载),则卸载步的计算结果将大于实际值(徐变恢复来不及产生),因此有学者提出了双函数徐变模型<sup>[28]</sup>,即在原有徐变模型基础上增加卸载时徐变的计算式。设  $t_0$  时刻施加常应力  $\sigma_0$ ,  $t_1(t_1 > t_0)$  时刻施加反向应力  $\Delta\sigma_r$ ( $t_1$  时刻混凝土应力为  $\sigma_1 = \sigma_0 - \Delta\sigma_r < \sigma_0$ ),则有

$$\varepsilon(t, t_0) = \sigma_0 J(t, t_0) \quad (t_0 \leq t \leq t_1) \quad (1.1.15a)$$

$$\varepsilon(t, t_0) = \sigma_0 J(t_1, t_0) + \sigma_1 [J(t, t_0) - J(t_1, t_0)] - \Delta\sigma_r \phi_r(t, t_0, t_1) \quad (t > t_1) \quad (1.1.15b)$$