



普通高等教育“十二五”规划教材

# 数字电子技术与逻辑设计 学习指导及习题解析

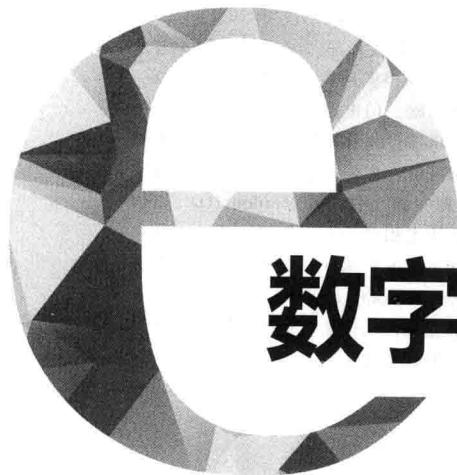
徐维 主编

蒋渭忠 关静 罗慧芳 副主编



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

普通高等教育“十二·五”



SHUZI DIANZI JISHU JICHI

# 数字电子技术基础

主编 高观望

副主编 任文霞 吕文哲

编写 张敏 李卿

主审 张凤凌



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

## 内 容 提 要

本书为普通高等教育“十二五”规划教材，是依据教育部“电子信息科学与电气信息类平台课程教学基本要求”和“进一步加强高校实践育人工作的若干意见”的要求编写的。主要内容包括：概述、逻辑代数基础、门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、半导体存储器、可编程逻辑器件、脉冲信号的产生与整形和数模与模数转换器。本书弱化了芯片内部电路的讲解，加强了芯片和数字电路在实际中应用的内容；增加了一定量的 Multisim 仿真实例，引入了 Verilog HDL 硬件描述语言；在一些章节的最后加入了与数字电子技术相关的人文知识，使读者从多角度理解和掌握数字电子技术。另外，本书配有免费电子课件和电子教案，凡是选本书作为教材的单位，均可登录 <http://jc.cepp.sgcc.com.cn> 注册、下载。

本书可作为高等学校电气信息类、电子信息类及自动化类专业数字电子技术基础课程的教材，也可供相关工程技术人员和电子爱好者参考。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

数字电子技术基础/高观望主编. —北京：中国电力出版社，  
2015. 2

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-5123-6780-7

I. ①数… II. ①高… III. ①数字电路-电子技术-高等学校-  
教材 IV. ①TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 010550 号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

\*

2015 年 2 月第一版 2015 年 2 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 17 印张 411 千字

定价 40.00 元

## 敬 告 读 者

本书封底贴有防伪标签，刮开涂层可查询真伪

本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

## 电类基础课教材编写小组

组 长 王培峰

成 员 马献果 王计花 王冀超 吕文哲  
曲国明 朱玉冉 任文霞 刘红伟  
刘 磊 安兵菊 许 海 孙玉杰  
李翠英 宋利军 张凤凌 张会莉  
张成怀 张 敏 岳永哲 孟 尚  
周芬萍 赵玲玲 段辉娟 高观望  
高 炒 焦 阳 蔡明伟

(以姓氏笔画为序)

# 序

电工、电子技术为计算机、电子、通信、电气、自动化、测控等众多应用技术的理论基础，同时涉及机械、材料、化工、环境工程、生物工程等众多相关学科。对于这样一个庞大的体系，不可能在学校将所有的知识都教给学生。以应用技术型本科学生为主体的大学教育，必须对学科体系进行必要的梳理。本系列教材就是试图搭建一个电类基础知识体系平台。

2013年1月，教育部为加快发展现代职业教育，建设现代职业教育体系，部署了应用技术大学改革试点战略研究项目，成立了“应用技术大学（学院）联盟”，其目的是探索“产学研一体、教学做合一”的应用型人才培养模式，促进地方本科高校转型发展。河北科技大学作为河北省首批加入“应用技术大学（学院）联盟”的高校，对电类基础课进行了试点改革，并根据教育部高等学校教学指导委员会制定的“专业规划和基本要求、学科发展和人才培养目标”，编写了本套教材。本套教材特色如下：

(1) 教材的编写以教育部高等学校教学指导委员会制定的“专业规划和基本要求”为依据，以培养服务于地方经济的应用型人才为目标，系统整合教学改革成果，使教材体系趋于完善，教材结构完整，内容准确，理论阐述严谨。

(2) 教材的知识体系和内容结构具有较强的逻辑性，利于培养学生的科学思维能力；根据教学内容、学时、教学大纲的要求，优化知识结构，既加强理论基础，也强化实践内容；理论阐述、实验内容和习题的选取都紧密联系实际，培养学生分析问题和解决问题的能力。

(3) 课程体系整体设计，各课程知识点合理划分，前后衔接，避免各课程内容之间交叉重复，使学生能够在规定的课时数内，掌握必要的知识和技术。

(4) 以主教材为核心，配套学习指导、实验指导书、多媒体课件，提供全面的教学解决方案，实现多角度、多层次的人才培养模式。

本套教材由王培峰任编写小组组长，主要包括电路（上、下册，王培峰主编）、模拟电子技术基础（张凤凌主编）、数字电子技术基础（高观望主编）、电路与电子技术基础（马献果等编），电路学习指导书（上册，朱玉冉主编；下册，孟尚主编）、模拟电子技术学习指导书（张会莉主编）、数字电子技术课程学习辅导（任文霞主编）、电路与电子技术学习指导书（马献果等编）、电路实验教程（李翠英主编）、电子技术实验与课程设计（安兵菊主编）、电工与电子技术实验教程（刘红伟主编）等。

提高教学质量，深化教学改革，始终是高等学校的工作重点，需要所有关心高等教育事业人士的热心支持。为此谨向所有参与本系列教材建设的同仁致以衷心的感谢！

本套教材可能会存在一些不当之处，欢迎广大读者提出批评和建议，以促进教材的进一步完善。

电类基础课教材编写小组

2014年10月

## 前 言

科技改变生活，科学技术飞速发展的今天，人们的生活可谓日新月异。电子技术在科技发展中更是起着龙头作用。例如，在通信、消费电子、汽车、航空航天、医疗及工业控制等领域无一不体现着电子技术发展的辉煌。而数字电子技术的发展把人们带进了信息时代、数码时代。几年前的手机只能打电话和发短信，而现在的智能手机几乎无所不能。智能交通、智能家居更是让我们享受着数码科技带来的便利。计算机和互联网的普及，为人们学习、检索知识提供了良好的平台。

“数字电子技术基础”是电气类、电子信息类及自动化类各专业的基础课程，着重讲述基本元件、基本电路、基本分析方法和设计方法。全书共分 10 章。第 1 章为数字电子技术概述，介绍了数字电子技术在电子系统中的位置和作用，数制和码制也在本章讲解；第 2 章详细介绍了数字电子技术用到的主要数学工具——逻辑代数；第 3 章介绍的门电路是构成组合逻辑电路的基本单元，本章介绍的很多专业术语为能看懂集成电路手册打下基础；第 4 章介绍了组合逻辑电路的分析和设计及译码器、数据选择器等常用的组合逻辑电路；第 5 章为触发器，主要介绍触发器的结构和动作特点；第 6 章为时序逻辑电路，主要介绍同步时序逻辑电路的分析和设计、计数器和寄存器的电路结构和应用；第 7 章为半导体存储器，主要介绍半导体存储器的种类、用 ROM 实现组合逻辑函数和存储器容量的扩展；第 8 章为可编程逻辑器件，主要介绍 PLD 的分类，PAL、GAL、CPLD、FPGA 的电路结构特点，并介绍了 Verilog HDL 基础；第 9 章为脉冲信号的产生和整形，主要介绍了 555 定时器的电路结构和应用，以及施密特触发器、单稳态触发器和多谐振荡器的特点；第 10 章为数模和模数转换器，主要介绍各种 A/D 转换器和 D/A 转换器的结构和原理。

本书弱化了芯片内部电路的讲解，加强了芯片和数字电路在实际中应用的内容；增加了一定量的 Multisim 仿真实例，引入了 Verilog HDL 硬件描述语言；在一些章节的最后加入了和数字电子技术相关的人文知识，提高可读性，并使读者从多角度理解和掌握数字电子技术。本书的建议课堂教学学时为 64 学时，根据专业不同和学时需要，第 8 章可作为学生自学内容，其他章节内容亦可做适当取舍。

高观望编写了第 7 章和第 8 章，并负责全书的组织和定稿工作。李卿编写了第 1 章和第 2 章，张敏编写了第 3 章和第 4 章，任文霞编写了第 5 章和第 6 章，吕文哲编写了第 9 章和第 10 章。

由河北科技大学张凤凌副教授担任本书主审，她提出了许多宝贵的改进意见和建议。在编写本书的过程中，还得到了王彦朋、王计花、曲国明、岳永哲、张会莉、高妙等老师的大力支持和帮助，在此一并表示衷心的感谢。

由于时间所限，不妥之处在所难免，恳请批评指正。

编 者

2014 年 10 月

# 目 录

序

前言

|                                      |    |
|--------------------------------------|----|
| <b>1 数字电子技术概述</b> .....              | 1  |
| 1.1 数字技术与数字信号 .....                  | 1  |
| 1.2 数制与编码 .....                      | 4  |
| 1.3 二进制的算术运算和逻辑运算 .....              | 12 |
| 本章小结 .....                           | 13 |
| 习题 .....                             | 14 |
| 拓展阅读 二进制的发明者——德国哲学家、数学家莱布尼茨 .....    | 15 |
| <b>2 逻辑代数基础</b> .....                | 16 |
| 2.1 逻辑代数概述 .....                     | 16 |
| 2.2 逻辑代数的三种基本运算 .....                | 16 |
| 2.3 逻辑代数的基本公式及定理 .....               | 20 |
| 2.4 逻辑函数及其描述方法 .....                 | 23 |
| 2.5 逻辑函数的化简 .....                    | 30 |
| 2.6 具有无关项的逻辑函数及其化简 .....             | 38 |
| 2.7 用 Multisim 进行逻辑函数的化简与变换 .....    | 40 |
| 本章小结 .....                           | 42 |
| 习题 .....                             | 43 |
| 拓展阅读 乔治·布尔 (G. Boole) 等几位科学家简介 ..... | 47 |
| <b>3 门电路</b> .....                   | 49 |
| 3.1 概述 .....                         | 49 |
| 3.2 半导体二极管、晶体管和 MOS 管的开关特性 .....     | 50 |
| 3.3 分立元器件门电路 .....                   | 54 |
| 3.4 TTL 集成门电路 .....                  | 56 |
| 3.5 CMOS 集成门电路 .....                 | 70 |
| 3.6 集成门电路使用中的一些问题 .....              | 77 |
| 本章小结 .....                           | 82 |
| 习题 .....                             | 83 |
| 拓展阅读 电子产业的“摩尔定律” .....               | 86 |

|                      |     |
|----------------------|-----|
| <b>4 组合逻辑电路</b>      | 88  |
| 4.1 概述               | 88  |
| 4.2 组合逻辑电路的分析        | 88  |
| 4.3 组合逻辑电路的设计        | 90  |
| 4.4 常用的中规模组合逻辑电路     | 93  |
| 4.5 用中规模组合电路设计一般组合电路 | 111 |
| 4.6 组合逻辑电路中的竞争—冒险    | 116 |
| 本章小结                 | 118 |
| 习题                   | 118 |
| 拓展阅读 数字电子技术的发展趋势     | 121 |
| <b>5 触发器</b>         | 122 |
| 5.1 触发器概述            | 122 |
| 5.2 触发器的电路结构与工作原理    | 122 |
| 5.3 触发器的逻辑功能         | 130 |
| 本章小结                 | 133 |
| 习题                   | 133 |
| 应用实例 用触发器设计四人抢答器     | 138 |
| <b>6 时序逻辑电路</b>      | 139 |
| 6.1 概述               | 139 |
| 6.2 时序逻辑电路的分析方法      | 142 |
| 6.3 若干常用的时序逻辑电路      | 145 |
| 6.4 时序逻辑电路的设计方法      | 161 |
| 6.5 用仿真软件分析时序逻辑电路    | 166 |
| 本章小结                 | 169 |
| 习题                   | 169 |
| 应用实例 交通灯控制电路设计       | 175 |
| <b>7 半导体存储器</b>      | 179 |
| 7.1 概述               | 179 |
| 7.2 只读存储器            | 180 |
| 7.3 随机存取存储器          | 183 |
| 7.4 存储器容量扩展          | 185 |
| 本章小结                 | 187 |
| 习题                   | 187 |
| <b>8 可编程逻辑器件</b>     | 189 |
| 8.1 概述               | 189 |
| 8.2 可编程阵列逻辑          | 191 |
| 8.3 通用阵列逻辑           | 194 |

|   |            |
|---|------------|
| 8.4 复杂可编程逻辑器件 .....                       | 198        |
| 8.5 现场可编程门阵列 .....                        | 203        |
| 8.6 Verilog HDL 语言基础与实例 .....             | 208        |
| 本章小结 .....                                | 217        |
| 习题 .....                                  | 217        |
| <b>9 脉冲信号的产生与整形 .....</b>                 | <b>219</b> |
| 9.1 概述 .....                              | 219        |
| 9.2 集成 555 定时器 .....                      | 219        |
| 9.3 施密特触发器 .....                          | 221        |
| 9.4 单稳态触发器 .....                          | 225        |
| 9.5 多谐振荡器 .....                           | 232        |
| 9.6 电路仿真 .....                            | 238        |
| 本章小结 .....                                | 241        |
| 习题 .....                                  | 241        |
| 拓展阅读 555 定时器的发明者——Hans R. Camenzind ..... | 244        |
| <b>10 数模与模数转换器 .....</b>                  | <b>245</b> |
| 10.1 概述 .....                             | 245        |
| 10.2 D/A 转换器 .....                        | 246        |
| 10.3 A/D 转换器 .....                        | 250        |
| 本章小结 .....                                | 259        |
| 习题 .....                                  | 259        |
| <b>参考文献 .....</b>                         | <b>261</b> |

# 1 数字电子技术概述



## 【引入】

当今的信息时代，人们的学习、生活、工作大量地利用互联网，可以在任何地点、任何时间通过使用通信设备获得所需的信息。那么我们是否知道互联网、家电内部电路是什么结构，信号又是什么形状，如何表示，电路如何计数，电路可传输几进制数，与十进制数之间又是什么关系？这些问题将在本章中找到答案。

## 1.1 数字技术与数字信号

### 1.1.1 数字技术的发展及应用

在信息时代的今天，无论生活还是工作，人们每天都需要获取大量的信息。信息获取离不开承载传输这些信息的设备，电视、广播、通信、互联网等都需要电路设备传输。而这些设备又无一不采用数字技术、数字电路、数字系统。因此数字电子技术是工业、农业、科研、医疗乃至每一个家庭不可缺少的一项技术。

#### 1. 数字技术的发展

数字技术（Digital Technology）是一项与电子计算机相伴相生的技术，它借助一定的设备将各种信息，包括图、文、声、像等，转化为电子计算机能识别的二进制数字“0”和“1”后，再进行运算、加工、存储、传送、还原。由于在运算、存储等环节中要借助计算机对信息进行编码、压缩、解码等，因此也称为数码技术、计算机数字技术等。数字技术也称为数字控制技术。

数字技术的发展历程与模拟技术相同，经历了由电子管、半导体分立元器件到集成电路的过程。集成电路发展非常迅速，很快占据了主导地位，因此数字电路的主流形式是数字集成电路。从20世纪60年代开始，数字集成器件以双极型工艺制成小规模逻辑器件，随后发展到中规模。20世纪70年代末RCA公司推出第一个CMOS微处理器，使得数字集成电路发生了质的飞跃。1988年，采用集成工艺可在 $1\text{cm}^2$ 的硅片上集成3500万个元器件，集成电路进入了超大规模阶段。当前的制造工艺已经使得集成电路芯片内部的布线细微到纳米量级。随着芯片上元件和布线的缩小，芯片的功耗降低而速度提高，最新生产的微处理器时钟频率超过3GHz ( $3\text{GHz}=3\times 10^9\text{ Hz}$ )。

数字技术的不断发展，也推动了计算机技术的发展，计算机将会更智能、更方便、更实用，并逐渐应用到很多具体的设备中，融入人们的生活中。这样的变革在我们的身边已经发生：以前的音乐信号都是模拟量，现在知道MP3存储的是数字量了；以前的视频都是模拟量，现在的VCD、DVD都是数字量了；以前一般都是看纸质图书，现在已经有电子图书了；以前的照片需要胶片，现在很多的照相机都是数字的；以前的冰箱、洗衣机、微波炉乃至一个小小的儿童玩具等家电都是模拟加机械的，现在控制电路都有微处理器，使得家电

更加智能化、数字化。人们已经进入数字化生活时代，数字技术的发展给人们的生活也带来了质的飞跃。

## 2. 数字电子技术的基本应用

数字电路是数字系统中不可缺少的组成部分。在各种自动调节系统中都存在数字电路。图 1-1 为温度自控系统的组成框图，其组成部分分别为温度传感器、信号采集与处理、接口电路（A/D 与 D/A 转换）、运算电路、波形产生与整形电路、分频电路、顺序脉冲发生器、存储电路及信号的驱动与执行。

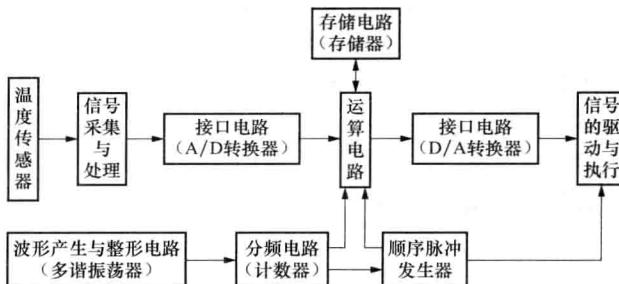


图 1-1 温度自控系统的组成框图

电路各部分功能分析如下：

(1) 温度传感器。传感器是将各种非电量转换为电信号的元器件和设备，此处的温度传感器将温度转换成电信号。

(2) 信号采集与处理。此电路对传感器输出的电信号进行处理，包括滤波、放大、运算、转换等。完成处理功能的电路一般为模拟电路。

(3) 接口电路——A/D、D/A 转换器。

1) A/D 转换器——将模拟信号转换为数字信号的电路。传感器输出的信号为模拟信号，数字电路无法处理，所以需要将模拟信号转换为数字信号。

2) D/A 转换器——将数字信号转换为模拟信号的电路。大多数控制系统的执行机构输入为模拟信号，所以数字系统处理后的信号需要再转换为模拟信号，才能控制执行机构动作。A/D 转换器及 D/A 转换器将在本书的第 10 章中介绍。

(4) 运算电路。运算电路可完成信号的算术运算和逻辑运算及比较分析等，这部分电路将在本书的第 2 章、第 4 章中介绍。

(5) 存储电路（存储器）。自动控制系统需要对大量的数据进行存储，系统需要分析的数据越来越多，分析速度越来越快，这就要求存储器的容量要大，存取速度要快。这部分内容将在第 7 章介绍。需要存储的大量数据，每个数据都需要存入一个存储单元，为方便存取，每个存储单元都需要编写一个地址编码。对存储器中的数据进行访问时，需要通过地址译码器寻找到相应的地址单元，译码器、编码器将在第 4 章中介绍。

(6) 波形的产生与整形电路。在自动控制系统中，多数数字电路正常工作时，需要一个统一协调电路正常工作的电信号，称为时钟信号。此信号由多谐振荡器产生。此外有些信号的波形不符合电路的要求，可通过整形电路进行变换。这部分内容将在第 9 章中介绍。

(7) 分频电路（计数器）。计数器用来对各种参数进行记录，将在本书第 6 章中介绍。

(8) 顺序脉冲发生器。系统各组成部分电路，需要按照事前设计好的顺序协调工作，顺序脉冲发生器可产生协调各电路顺序工作的信号，这部分内容将在本书第 6 章中介绍。

(9) 信号的驱动与执行。信号的驱动功能由功率放大器完成，经放大后的信号驱动执行机构按设计的要求动作，完成系统的控制功能。

实际中，任何自动控制系统都是模拟-数字混合系统，图 1-1 中的信号采集与处理部分、信号的驱动与执行部分一般为模拟电路，而其余部分都属于数字电路。本书将介绍数字电路

的结构、工作原理、参数分析及设计方法等。

图 1-2 为某空调器显示控制电路框图，该电路以单片机为控制核心，用单片机取代了图 1-1 中的运算电路，其余部分和图 1-1 中类似。

### 1.1.2 信号及电路

#### 1. 数字信号与模拟信号

自然界中存在各种物理信号，尽管其性质各异，但按其变化规律，基本可以分为两类。一类是在时间和数值上都连续变化的物理信号，如正弦信号、余弦信号，温度、流量、压力、速度等转换成的电信号，称为模拟信号。这类信号时间和数值上均不能间断，否则为故障信号。另一类是在时间和数值上都是断续变化的物理信号，如人的脉搏跳动信号、开关动作信号、统计物体数量的信号等，信号中间状态是无意义的，称为数字信号。常见的数字信号的波形有方波、矩形波两种，如图 1-3 所示。

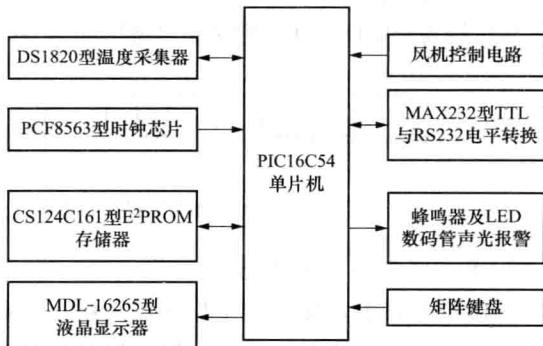


图 1-2 某空调器显示控制电路框图

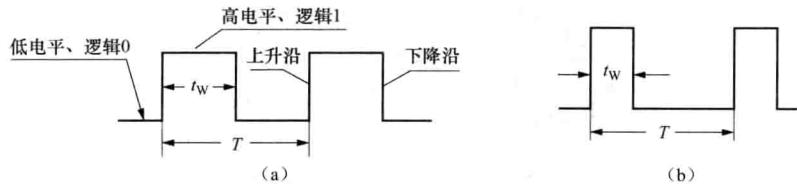


图 1-3 数字信号的波形  
(a) 方波 ( $t_w = T/2$ )；(b) 矩形波 ( $t_w \neq T/2$ )

由数字信号的波形可知，数字信号的特点是突变、间断，信号从无到有或从低电平到高电平不需要时间，即上升沿时间和下降沿时间等于零。在电路中持续高电平的时间称为脉冲宽度，用  $t_w$  表示，高电平用  $V_H$  表示，低电平用  $V_L$  表示。计算机电路传输的信号，只有方波和矩形波两种。此类信号无论如何变化，只有两种状态，即高电平状态和低电平状态，可以将高电平用“1”表示，低电平用“0”表示。注意“0”“1”只表示电路的状态，无数量的含义。

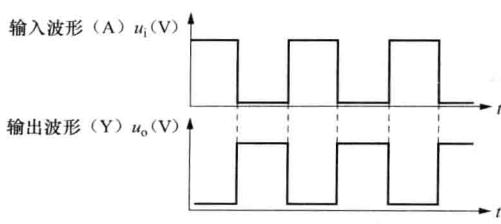


图 1-4 非逻辑波形图

数字信号在传输时，是以高电平、低电平两种形式出现的。高、低电平持续的时间长短，取决于输入信号的频率及输入信号和输出信号之间的逻辑关系。输入信号与输出信号按一定逻辑关系随时间顺序依次变化形成的波形，称为波形图或时序图。时序图在数字电子技术中应用非常广泛，图 1-4 为非逻辑波形图。

数字电路中传输的信号都是数字信号，图 1-5 所示为 16 位数字信号的时序图。

数字信号又称为脉冲信号，实际应用中只要时间和数值都具有不连续、突变、间断特点的信号都为脉冲信号。数字信号的上升沿和下降沿都很陡峭，像人的脉搏一样变化，脉冲二字由此得来。

理想的数字信号上升时间和下降时间均为零。但在实际中上升、下降都需要一定的时间，因为信号传输需要时间。实际数字信号波形如图 1-6 所示。

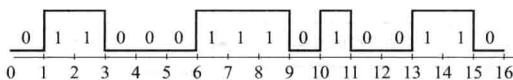


图 1-5 16 位数字信号时序图



图 1-6 实际数字信号波形

## 2. 数字电路与模拟电路

在模拟电路中，晶体管工作在放大状态；而在数字电路中，晶体管工作在饱和状态和截止状态。在设计电路时，数字电路与模拟电路对元器件参数的要求不同。模拟电路要求晶体管工作在放大状态且有合适的静态工作点；而设计数字电路时，要求在输入信号的作用下，晶体管工作在截止状态和饱和状态，并且要求可靠截止和饱和。

数字信号只有两个状态，传输数字信号的电路也只有两个状态，中间状态无意义，所

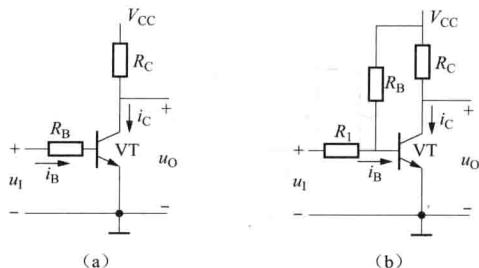


图 1-7 最基本的数字电路与模拟电路

(a) 数字电路；(b) 模拟电路

以数字电路对元器件参数精确度要求不高，而模拟电路恰相反。最基本的数字电路与模拟电路如图 1-7 所示。

由于数字电路只有两个状态，具有开关特性，因此数字电路又称开关电路。数字电路输入、输出之间又存在某种逻辑关系，因此又称为逻辑电路。

数字电路对电路参数精确度要求较低，结构简单，便于大规模集成。

## 1.2 数制与编码

### 1.2.1 常用数制及数制之间的转换

数制是人们对数量计数的一种统计规律，是进位计数制的简称。无论是哪种进位计数制都包含 3 个基本要素：数码、基数和位权。

数码：组成各种数制的基本单元，是数制中表示数字的符号。

基数：某种数制中所用到的数字符号的个数。在基数为  $N$  的数制中，包含数码的个数为 0, 1, 2, 3, …,  $N-1$  共  $N$  个数字符号，进位的规律是“逢  $N$  进一”、“借一当  $N$ ”，称为  $N$  进制。

位权：用来说明一组数码在不同数位上数码数值的大小，是一个以  $N$  为基数的固定常数。不同数位有不同位权，任何一组数码中，每位数码值的大小等于该位的数码乘以该位的位权值。 $N$  进制数的位权是  $N$  的整数次幂。

$N$  进制数  $D$  有两种表示方法：

1) 并列法，又称位置计数法，其表达式为

$$(D)_N = (K_{n-1} K_{n-2} \cdots K_1 K_0, K_{-1} K_{-2} \cdots K_{-m})_N$$

2) 多项式法，又称为位权展开法，其表达式为

$$(D)_N = K_{n-1} N^{n-1} + K_{n-2} N^{n-2} + \cdots + K_1 N^1 + K_0 N^0 \\ + K_{-1} N^{-1} + K_{-2} N^{-2} + \cdots + K_{-m} N^{-m}$$

即

$$N = \sum K_i N^i \quad (1-1)$$

式中， $N$  为计数制中的基数； $n$  为一组  $N$  进制数整数部分的位数； $m$  为小数部分的位数； $K_i$  为一组  $N$  进制数第  $i$  位的数码； $N^i$  为第  $i$  位的位权； $i$  为一组  $N$  进制数的位数。 $i$  的取值范围，整数部分  $i$  为从  $n-1$  到 0 所有整数，小数部分  $i$  为从  $-1$  到  $-m$  的所有整数。

### 1. 常用数制

常用的数制有十进制 (D)、二进制 (B)、八进制 (O)、十六进制 (H)。采用何种计数方法根据实际需要而定。在日常生活中人们习惯使用的是十进制。无论是何种数制，由电路完成计数时，必须转换为二进制，最后结果要显示还需要再转换为十进制。

(1) 十进制 (Decimal)。十进制数的基数  $N=10$ ，数码  $K$  从  $0 \sim 9$  共 10 个数字，位权为 10 的整数次幂。一位十进制数有  $0 \sim 9$  共 10 个数码，超过 9 就必须用多位数来表示，所以十进制数按“逢十进一”、“借一当十”的进位、借位规则进行计数和运算。在一组十进制数中，数码的位置不同，所表示的数值大小也不同，任意一个十进制数  $D$  都可用以下两种形式表示：

$$(D)_{10} = (K_{n-1} K_{n-2} \cdots K_1 K_0, K_{-1} K_{-2} \cdots K_{-m})_{10} \\ (D)_{10} = \sum K_i 10^i \quad (1-2)$$

式中， $i$  为十进制数  $D$  的位数； $K_i$  为第  $i$  位的数码，它可以是  $0 \sim 9$  这 10 个数码中的任意一个； $n$  为整数部分的位数； $m$  为小数部分的位数。 $i$  的取值与前相同。

**例 1-1** 写出十进制数 398.656 的两种表示形式。

解 并列表示为  $(398.656)_{10}$  或  $(398.656)_D$ ；

多项式表示为  $3 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 8 \times 10^0 + 6 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} + 6 \times 10^{-3}$ 。

3、9、8、6、5、6 为各位置的数码； $10^2$ 、 $10^1$ 、 $10^0$ 、 $10^{-1}$ 、 $10^{-2}$ 、 $10^{-3}$  为各位的位权。

十进制数是人们使用最多也最熟悉的一种数制，但是使用电路来完成十进制时，需要电路有 10 个状态。10 个状态的电路很难设计，使用电路来完成十进制数的四则运算更加困难，所以在数字电路中引入了二进制。

(2) 二进制 (Binary)。二进制数的基数  $N=2$ ，数码  $K$  只有 0、1 两个，位权是 2 的整数次幂。

一位二进制数码只有 0、1 两个数字，超过 1 就必须用多位数码来表示。二进制的计数和运算规律是“逢二进一”、“借一当二”。在一组二进制数中数码的位置不同，所表示的值也不同。任意一组二进制数  $D$  也有两种表示形式：

$$(D)_2 = (K_{n-1} K_{n-2} \cdots K_1 K_0, K_{-1} K_{-2} \cdots K_{-m})_2 \\ (D)_2 = \sum K_i 2^i \quad (1-3)$$

式(1-3)与式(1-2)只是基数不同,其他含义相同。

### 例1-2 写出二进制数110101.101的两种表示形式。

解 并列表示为 $(110101.101)_2$ 或 $(110101.101)_B$ ;

多项式表示为 $1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$ 。

二进制数的运算规则:

加法  $0+0=0, 0+1=1, 1+0=1, 1+1=0$  (向高位进位为1)

减法  $0-0=0, 1-0=1, 1-1=0, 0-1=1$  (向高位借位为1)

乘法  $0 \times 0=0, 0 \times 1=0, 1 \times 0=0, 1 \times 1=1$

除法  $0 \div 1=0, 1 \div 1=1$

二进制数的优点是无论多少位,每位只有两种不同数码,很容易用开关电路实现,只要元器件能有两个稳定状态,就可表示二进制数。例如,在模拟电子技术中学过的晶体管的截止与饱和、二极管的导通与截止、电路中的电压高与低、电流有与无、开关通与断等都可表示二进制数。二进制的存储和传输及运算电路都很容易实现。缺点是位数多时,书写、记忆都不方便。

为克服二进制位数多的缺点,引入了八进制和十六进制。

(3) 八进制(Octonary)。八进制数的基数 $N=8$ ,数码 $K$ 为 $0\sim 7$ 共8个数字,位权为8的整数次幂。一位八进制数 $K$ 为 $0\sim 7$ 八个数字,超过7必须用多位数来表示。所以八进制数的计数规则是“逢八进一”、“借一当八”。在一组八进制数中,数码的位置不同,所表示的值也不同。八进制数 $D$ 的表示方法如下:

$$(D)_8 = (K_{n-1} K_{n-2} \cdots K_1 K_0, K_{-1} K_{-2} \cdots K_{-m})_8$$

$$(D)_8 = \sum K_i 8^i \quad (1-4)$$

### 例1-3 写出八进制数357.62的两种表示形式。

解 并列表示为 $(357.62)_8$ 或 $(357.62)_O$ ;

多项式表示为 $3 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 6 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2}$ 。

(4) 十六进制(Hexadecimal)。十六进制比八进制更加方便。其基数 $N=16$ ,数码 $K$ 为 $0\sim 9$ 、A、B、C、D、E、F共16个数字,位权为16的整数次幂。一位十六进制数 $K$ 为 $0\sim 9$ 、A~F16个数字,超过15必须用多位数来表示,所以十六进制数的计数规则是“逢十六进一”、“借一当十六”。在一组十六进制数中,数码的位置不同,所表示的值也不同。十六进制数 $D$ 的表示方法如下:

$$(D)_{16} = (K_{n-1} K_{n-2} \cdots K_1 K_0, K_{-1} K_{-2} \cdots K_{-m})_{16}$$

$$(D)_{16} = \sum K_i 16^i \quad (1-5)$$

### 例1-4 写出十六进制数9D8.43A的两种表示形式。

解 并列表示为 $(9D8.43A)_{16}$ 或 $(9D8.43A)_H$ ;

多项式表示为 $9 \times 16^2 + 13 \times 16^1 + 8 \times 16^0 + 4 \times 16^{-1} + 3 \times 16^{-2} + 10 \times 16^{-3}$ 。

## 2. 不同数制之间的转换

(1) 任意进制转为十进制。将任意进制转为十进制时,只需将任意进制数按多项式形式展开,再按十进制计算方法求和即可。例如:

$$(11010.111)_B = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 \\ + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = (26.875)_{10}$$

$$(24.12)_0 = 2 \times 8^1 + 4 \times 8^0 + 1 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2} = (20.15625)_{10}$$

$$(2AD.C9)_H = 2 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 13 \times 16^0 + 12 \times 16^{-1} + 9 \times 16^{-2} = (685.7851)_{10}$$

(2) 十进制转为任意进制。将十进制数转为任意  $R$  进制数，需将十进制数整数部分和小数部分分别进行转换，然后将两部分结果相加即可。具体方法如下：

1) 整数部分：采用十进制数的整数部分除以  $R$  取余法。具体步骤如下：

① 将给定的十进制数的整数部分除以  $R$ ，余数作为  $R$  进制数整数部分的最低位；

② 将前一步得到的商再除以  $R$ ，余数作为次低位；

③ 重复上述过程，记录余数，直到商为 0，最后得到的余数为最高位。

2) 小数部分：采用十进制数的小数部分乘以  $R$  取整法。具体步骤如下：

① 将给定的十进制数的小数部分乘以  $R$ ，取出乘积的整数部分作为  $R$  进制小数部分的最高位；

② 将前一步乘积的小数部分继续乘以  $R$ ，乘积的整数部分作为  $R$  进制数小数部分的次高位；

③ 重复上述步骤，直到最后乘积为 0 或达到一定精确度。

**例 1-5** 将十进制数  $(93.3125)_{10}$  转为二进制数 ( $R=2$ )。

解 ① 整数部分为  $(93)_{10}$ ：

| 商         | 余数      |    | 商      | 余数        |
|-----------|---------|----|--------|-----------|
| $93/2=46$ | ..... 1 | 低位 | $2 93$ |           |
| $46/2=23$ | ..... 0 | ↑  | $2 46$ | ..... 1   |
| $23/2=11$ | ..... 1 | ↑  | $2 23$ | ..... 0   |
| $11/2=5$  | ..... 1 | ↑  | $2 11$ | ..... 1   |
| $5/2=2$   | ..... 1 | ↑  | $2 5$  | ..... 1   |
| $2/2=1$   | ..... 0 | ↑  | $2 2$  | ..... 1   |
| $1/2=0$   | ..... 1 | 高位 | $2 1$  | ..... 0   |
|           |         |    | 0      | ..... 1 高 |

$(93)_{10} = (1011101)_2$

② 小数部分为  $(0.3125)_{10}$

| 整数                           |
|------------------------------|
| $0.3125 \times 2 = 0.625$ 高位 |
| $0.625 \times 2 = 1.25$      |
| $0.25 \times 2 = 0.5$        |
| $0.5 \times 2 = 1.0$ 低位      |

$$(0.3125)_{10} = (0.0101)_2$$

$$\text{所以 } (93.3125)_{10} = (1011101.0101)_2.$$

将整数部分的结果和小数部分的结果相加，即得到十进制  $(93.3125)_{10}$  对应的二进制数  $(1011101.0101)_2$ 。小数部分在转换时，乘 2 取整直到积为 0，但有时积不能为 0，这时达到要求的精确度即可。也就是说，有些十进制小数无法准确地用二进制进行表达，所以转换时符合一定的精确度即可。

在将十进制数转换为八进制数和十六进制数时，方法同上，只是基数不同。八进制基数  $R=8$ ，十六进制基数  $R=16$ 。

十进制数转为二进制数还有另一种方法，称为组合法。按照二进制数转为十进制数的逆顺序可将十进制数转为对应的二进制数。表 1-1 是二进制数与十进制数之间的对应关系。

表 1-1 二进制数与十进制数之间的对应关系

| 位数   | 10 位整数 |                |                |                |                |                |                |                |                |                | 3 位小数           |                 |                 |
|------|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|      | 1      | 1              | 1              | 1              | 1              | 1              | 1              | 1              | 1              | 1              | 1               | 1               | 1               |
| 二进制数 | 1      | 2 <sup>8</sup> | 2 <sup>7</sup> | 2 <sup>6</sup> | 2 <sup>5</sup> | 2 <sup>4</sup> | 2 <sup>3</sup> | 2 <sup>2</sup> | 2 <sup>1</sup> | 2 <sup>0</sup> | 2 <sup>-1</sup> | 2 <sup>-2</sup> | 2 <sup>-3</sup> |
| 权重   | 512    | 256            | 128            | 64             | 32             | 16             | 8              | 4              | 2              | 1              | 0.5             | 0.25            | 0.125           |
| 十进制数 |        |                |                |                |                |                |                |                |                |                |                 |                 |                 |

由表 1-1 中的对应关系可知：一位二进制数能表示的十进制数最大值就是 1，两位二进制数可表示的十进制数最大值是 3。依此类推， $n$  位二进制数可表示的十进制数最大值为  $2^n - 1$ 。

#### 例 1-6 将十进制数 $(25)_{10}$ 转为二进制数。

解 由表 1-1 可知，5 位二进制数可表示的十进制数最大值为 31，31 大于 25，所以 5 位二进制数就可表示十进制数的 25，关键是这 5 位二进制数哪位该为 1，哪位该为 0。

由表 1-1 可知，第五位 1 对应十进制数为 16，第四位 1 对应十进制数为 8， $16 + 8 = 24$ ，再加最低位 1 即为十进制数的 25。所以  $(25)_{10} = (11001)_2$ 。

#### 例 1-7 将十进制数 $(109.75)_{10}$ 转换为二进制数。

解 由表 1-1 可知 7 位二进制数可表示的十进制数最大值为 127，大于 109.75。整数部分第七位 1 对应十进制数 64，第六位 1 对应十进制数 32， $64 + 32 = 96$ ，第四位 1 对应十进制数 8， $96 + 8 = 104$ ，再加 5 即为 109，第三位 1 对应十进制数 4，最低位 1 对应十进制数 1，其余为 0。小数部分，最高位 1 对应十进制数 0.5，次位 1 对应十进制数 0.25，所以小数部分有两位 1， $0.5 + 0.25 = 0.75$ 。所以十进制数  $(109.75)_{10} = (1101101.11)_2$ 。

(3) 二进制与八进制之间的转换。8 和 2 之间有一个固定的关系，即  $2^3 = 8$ ，3 位二进制从 000~111 有 8 组不同的排列组，一位八进制数 0~7 也是 8 个数码，所以可以用 3 位二进制数表示一位八进制数。并且，二进制与八进制之间的转换可按位进行。

1) 二进制转八进制。具体方法：以小数点为界，整数部分由最低位向左至最高位，每 3 位二进制为一组进行分组；小数部分由最高位向右至最低位，每 3 位二进制为一组进行分组；整数部分的最高位和小数部分的最低位不足 3 位时用 0 补足，然后写出每组对应的八进制数。

#### 例 1-8 将二进制数 $(11111101110.10001)_2$ 转换为八进制数。

解 二进制数为 11 111 101 110 . 100 01

八进制数为 3 7 5 6 . 4 2

转换时，每三位二进制数对应一位八进制数，将每组三位二进制数中每位 1 对应的十进制数相加而得到对应的八进制数。所以  $(11111101110.10001)_2 = (3756.42)_8$ 。

2) 八进制转二进制。转换过程是二进制转八进制的逆过程，每一位八进制数用三位二进制表示，对应转换。

#### 例 1-9 将八进制数 $(342.16)_8$ 转为二进制数。

解 八进制数为 3 4 2 . 1 6

二进制数为 011 100 010 . 001 110

所以  $(342.16)_8 = (11100010.00111)_2$ 。

转换为二进制数后最高位和最低位的 0 可舍去。

(4) 二进制与十六进制之间的相互转换。由于  $16 = 2^4$ ，所以二进制与十六进制之间的