

THE UNIVERSE IN ZERO WORDS  
THE STORY OF MATHEMATICS AS TOLD THROUGH EQUATIONS

# 无言的宇宙

## 隐藏在 24 个数学公式背后的故事

[美] 达纳·麦肯齐 Dana Mackenzie 著 李永学 译



北京联合出版公司

Beijing United Publishing Co., Ltd.

北京市科学技术委员会  
科普专项经费资助

ME PRES  
SAM TENEBRIS

# 无言的宇宙

隐藏在 24 个数学  
公式背后的故事

[美] 达纳·麦肯齐 著 李永学 译



北京联合出版公司  
Beijing United Publishing Co., Ltd.

图书在版编目(CIP)数据

无言的宇宙 / (美) 麦肯齐著 ; 李永学译. — 北京：  
北京联合出版公司, 2015.5  
ISBN 978-7-5502-4465-8

I. ①无… II. ①麦… ②李… III. ①数学家—列传  
—世界 IV. ①K816.11

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第008167号

The Universe in Zero Words by Dana Mackenzie  
Conceived and produced by Elwin Street Ltd  
Copyright Elwin Street Ltd 2012  
3 Percy Street  
W1T 1DE  
London  
www.elwinstreet.com <http://www.elwinstreet.com>  
Simplified Chinese edition copyright © 2015 by United Sky (Beijing) New Media Co., Ltd.  
All rights reserved.

北京市版权局著作权合同登记 图字：01-2014-5916



关注未读好书

无言的宇宙

作 者：(美) 达纳·麦肯齐  
译 者：李永学  
出 品 人：唐学雷  
策 划：联合天际  
特约编辑：边建强  
责任编辑：李 征 刘 凯

北京联合出版公司出版  
(北京市西城区德外大街83号楼9层 100088)  
小森印刷(北京)有限公司印刷 新华书店经销  
字数170千字 710毫米×1000毫米 1/16 14.5印张  
2015年5月第1版 2015年5月第1次印刷  
ISBN 978-7-5502-4465-8  
定价：49.80元

联合天际Club  
官方直销平台



未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书部分或全部内容  
版权所有，侵权必究  
本书若有质量问题，请与本公司图书销售中心联系调换  
电话：(010) 82060201

# 目录

序	6
---	---

引言：算盘 VS 阿拉伯数字	11
----------------	----



第一部分：古代的定理	17
------------	----

1. 我们为什么信赖算术：世界上最简单的公式	20
2. 抗拒新概念：零的发现	26
3. 斜边的平方：毕达哥拉斯定理	30
4. 圆的游戏： $\pi$ 的发现	40
5. 从芝诺悖论谈起：无穷的概念	46
6. 杠杆作用的重要性：杠杆原理	52



第二部分：探索时代的定理	57
--------------	----

7. 口吃者的秘密：卡尔达诺公式	60
8. 九重天上的秩序：开普勒的行星运行定律	68
9. 书写永恒：费马最后定理	74
10. 一片未曾探索过的大陆：微积分基本定理	80
11. 关于苹果、传说……以及彗星：牛顿定律	90
12. 伟大的探索者：欧拉定理	96

## 第三部分：普罗米修斯时代的定理

105



- |                      |     |
|----------------------|-----|
| 13. 新的代数：汉密尔顿与四元数    | 108 |
| 14. 两颗流星：群论          | 114 |
| 15. 鲸鱼几何与蚂蚁几何：非欧几何   | 122 |
| 16. 我们信赖质数：质数定理      | 128 |
| 17. 关于谱系的想法：傅立叶级数    | 134 |
| 18. 上帝之眼中看到的光：麦克斯韦方程 | 142 |

## 第四部分：我们这个时代的定理

151



- |                           |     |
|---------------------------|-----|
| 19. 光电效应：量子与相对论           | 154 |
| 20. 从劣质雪茄到威斯敏斯特大教堂：狄拉克公式  | 164 |
| 21. 王国缔造者：陈省身 - 高斯 - 博内公式 | 174 |
| 22. 有一点儿无限：连续统假说          | 182 |
| 23. 混沌理论：洛伦兹方程            | 194 |
| 24. 驯虎：布莱克 - 斯科尔斯方程       | 204 |

## 结论：将来会如何？

214

## 致谢

218

## 译者注释

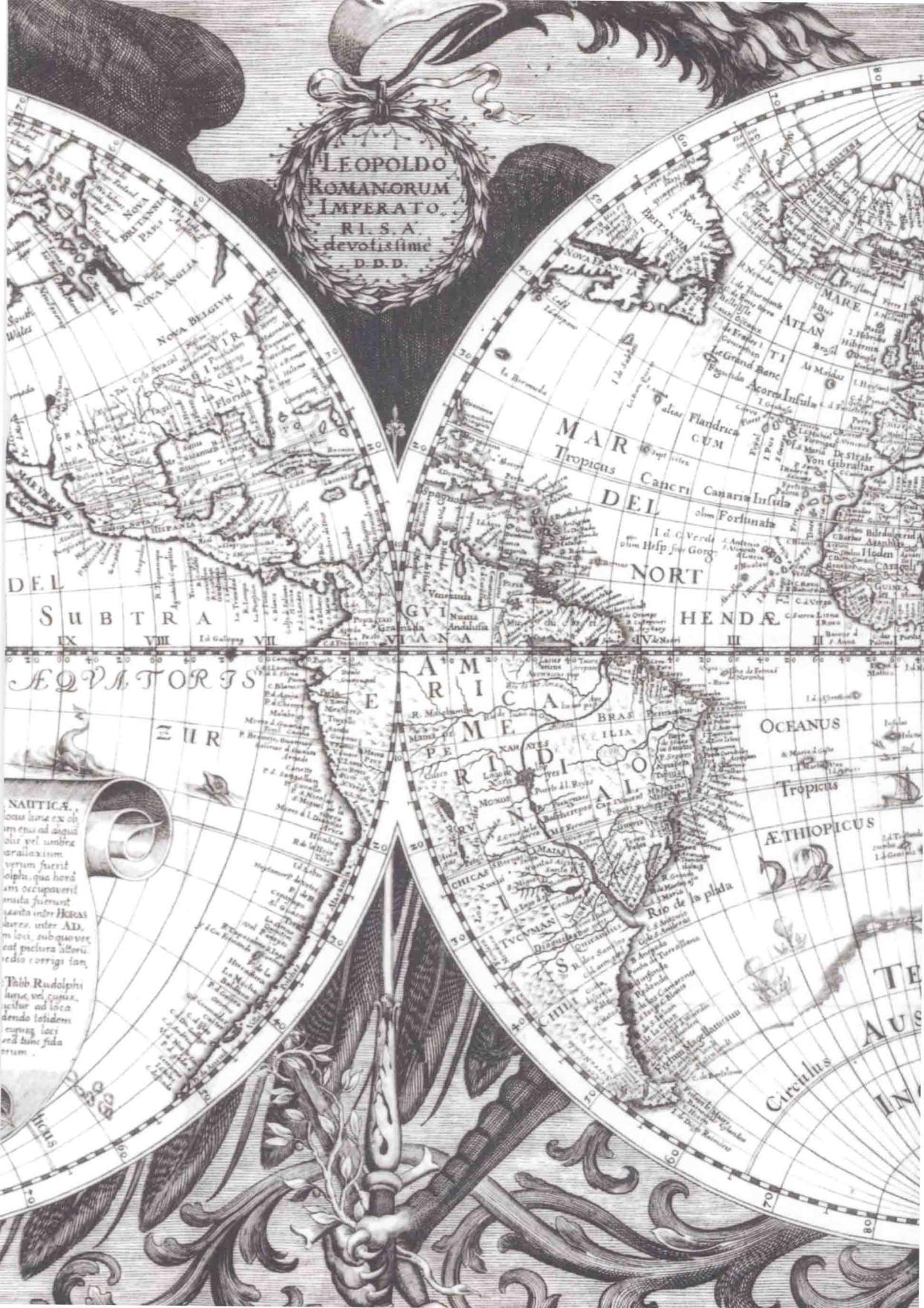
220

未讀 | 探索家  
未讀之書，未經之地

LEOPOLDO  
ROMANORUM  
IMPERATO

R. I. S. A.  
devotissime

D. D. D.



NAUTICA,  
occa luna ex ob-  
untra ad aqua-  
dile vel umbra  
arallecum  
verum fuerit  
oipis, qua herc  
im occupaverit  
munda fuerunt  
munda inter Heras  
littere, inter AD.  
in loci, sub quo ver  
ea pictura alterius  
cedio corrigi iam,

Tibb Rudolphus  
autem vel signa  
uester ad loca  
dendo latidem  
cavas loci  
sed tunc fida  
primum.

HICHLIS

ME PRES  
SAM TENEBRIS

# 无言的宇宙

隐藏在 24 个数学  
公式背后的故事

[美] 达纳·麦肯齐 著 李永学 译

# 目录

序	6
---	---

引言：算盘 VS 阿拉伯数字	11
----------------	----



第一部分：古代的定理	17
------------	----

1. 我们为什么信赖算术：世界上最简单的公式	20
2. 抗拒新概念：零的发现	26
3. 斜边的平方：毕达哥拉斯定理	30
4. 圆的游戏： $\pi$ 的发现	40
5. 从芝诺悖论谈起：无穷的概念	46
6. 杠杆作用的重要性：杠杆原理	52



第二部分：探索时代的定理	57
--------------	----

7. 口吃者的秘密：卡尔达诺公式	60
8. 九重天上的秩序：开普勒的行星运行定律	68
9. 书写永恒：费马最后定理	74
10. 一片未曾探索过的大陆：微积分基本定理	80
11. 关于苹果、传说……以及彗星：牛顿定律	90
12. 伟大的探索者：欧拉定理	96

## 第三部分：普罗米修斯时代的定理

105



- |                      |     |
|----------------------|-----|
| 13. 新的代数：汉密尔顿与四元数    | 108 |
| 14. 两颗流星：群论          | 114 |
| 15. 鲸鱼几何与蚂蚁几何：非欧几何   | 122 |
| 16. 我们信赖质数：质数定理      | 128 |
| 17. 关于谱系的想法：傅立叶级数    | 134 |
| 18. 上帝之眼中看到的光：麦克斯韦方程 | 142 |

## 第四部分：我们这个时代的定理

151



- |                           |     |
|---------------------------|-----|
| 19. 光电效应：量子与相对论           | 154 |
| 20. 从劣质雪茄到威斯敏斯特大教堂：狄拉克公式  | 164 |
| 21. 王国缔造者：陈省身 - 高斯 - 博内公式 | 174 |
| 22. 有一点儿无限：连续统假说          | 182 |
| 23. 混沌理论：洛伦兹方程            | 194 |
| 24. 驯虎：布莱克 - 斯科尔斯方程       | 204 |

## 结论：将来会如何？

214

## 致谢

218

## 译者注释

220

# 序

我希望，本书能揭开那围绕着数学和方程的神秘莫测的面纱，让那些对此有兴趣的人得以窥其真容。

首先让我简略讨论几个有关术语。“方程”“公式”和“恒等式”这几个词都用于数学中，并带有略微不同的意义。“公式”的实用意义略强，人们运用公式解方程。“恒等式”的意义不那么深刻，隐含着它们可以通过纯符号操作加以证明的意思。但我在本书内不会刻意强调这些词之间的差别。

你也经常会在本书中看到“公理”“定理”“假说”和“猜想”这些词。“公理”是数学家们认为对未经证实的事实的陈述。他们这样认为，是因为他们或者确实相信这一公理是普适的真理，或者他们是为方便起见而以此作为讨论的出发点。

“定理”是数学真相的金科玉律，它是根据特定公理体系正式推导所得的陈述。它不受实验误差或认知方式的影响……唯一例外的是，公理系统本身可能被时代所淘汰。数学确实会发生革命，这些革命通常不是因为定理不正确而发生的，而是因为人们确认，这些定理依据的基础过于严格或过于宽松，或过于不准确，或与实际情况不够吻合。

“假说”与“猜想”是同义词，它们是尚未证明的数学陈述，但有支持这些陈述的实质性证据。这些证据可能来自类似但较低层次的定理或经验观察或计算机实验。无论如何，数学中的事实永远不能用经验证据、表面上讲得通的道理或统计测试来证明。这是区分数学和实证科学包括物理、生物和化学的原则。

不可避免地，哪些方程入选与个人品味和喜好有关。有些方程几乎是笃定入选的，如爱因斯坦的质能方程  $E = mc^2$ ，这或许是所有方程中最著名的。其他方程则除了最懂行的读者以外大家都不熟悉，如“连续统假说”。以下是我为确定某方程是否伟大所采用的一些标准。

1. 令人惊讶。一个伟大的方程能够告诉我们一些过去不了解的东西。它看上去可能就像炼金术士的一份杰作；它能把一个量转化成另一个开始看上去与之风马牛不相及的量，并对每一步都解释得合情合理。这种魔力仅仅存在于能够发现其中联系的人的大脑之中。
2. 简洁。一个伟大的方程具有日本书法般的简朴美感，囊括其中的只有其核心精华。它所叙述的是简单而作用重大的事物。
3. 能够产生重大效果。我放弃了几个我认为优美而又发人深省的方程，因为它们最终只能进入寥寥几位鉴赏大家的法眼。让人留下最深刻印象的方程是那些让数学发生了革命性变化、改变了我们对世界的看法或者改变了我们物质生活的方程。
4. 具有普遍意义。数学的最大吸引力之一是：一个今天证明为真的方程将永远如此，它不受时尚潮流的影响，它放之四海而皆准，它不受审查删改或者立法控制。

本书呈献的一些方程并非数学定理，而是物理“定律”或理论，

如麦克斯韦方程。物理学理论通常是通过数据归纳或“科学方法”证实的，而不是从某套公理推导而来的。与数学定理不同，它们需要经过经验证据和统计检测确认，而且有时候，更为精确的实验会证明它们并非完美。

事实上，数学具有两重性。首先，它是因其本身而存在的一个知识体系；其次，它是表达宇宙知识的一种语言。如果你仅仅把方程视为传递科学信息的一种工具，那你就看不到数学解除我们头脑束缚的方式；如果你仅仅把方程视为智慧的结晶，那你就看不到自然对我们求索“正确”问题的微妙指引。

19世纪德国数学家利奥波德·克罗内克曾说：“上帝创造了整数，其他的都是人类的贡献。”尽管我们并不完全清楚应该在多大程度上接受他的这一名言，但在历史上提出数学的神灵起源的绝非仅此一人。古代美索不达米亚人认为，数学是书吏守护女神尼沙巴的礼物。公元前20世纪的一位书吏这样写道：“尼沙巴是一位喜气洋溢的女性、一位真诚的女性、一位女性书吏、一位通晓万事的女性；她指引着我们，把着我们的手指在陶土上书写。测量杆、闪光的测量员之线、码尺和带来智慧的写字板，这些都是尼沙巴的慷慨赠品。”在巴比伦的数学写字板上，只有当问题解答者在答案结尾处写下“赞美尼沙巴！”时，该问题才算解答完毕。

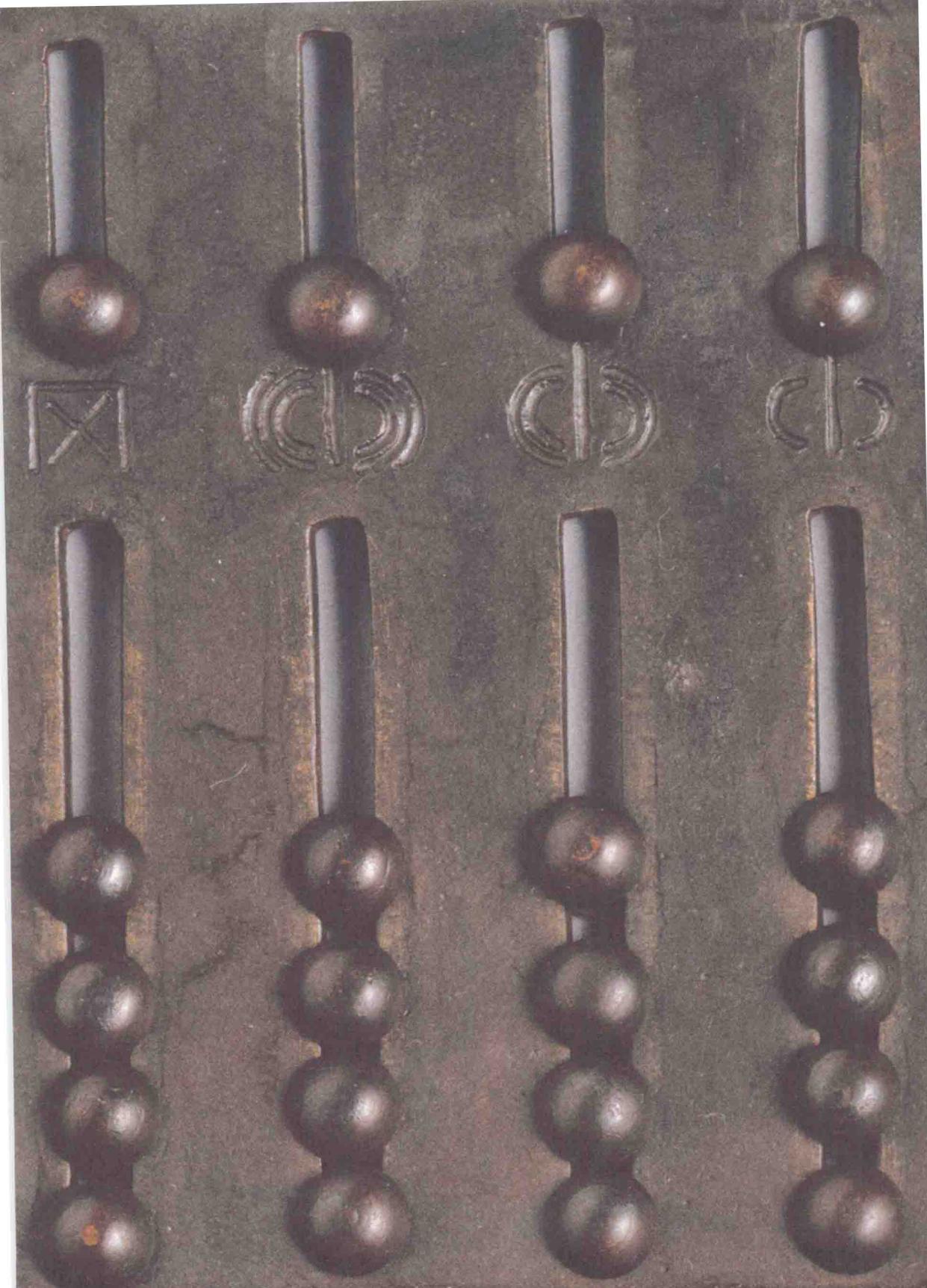
古代中国人认为，数学的创始人是伏羲，传说中中国的第一位皇帝。人们经常把他描绘为手拿一把矩尺的人。3世纪的数学家刘徽写道：“远古时代，伏羲创造了能与神灵沟通的八卦。”他还说，伏羲“发明了管控六十四卦变化的九九算法”。“八卦”和“六十四卦”是中国书法的基本单位，因此，这基本上等同于将文字的发明归功于伏羲；

而“九九算法”指的是乘法表。于是，数学并不仅仅是神灵的启迪，而是与文字一起由神灵发明的。

在这些说法中，我们已经可以认出从那时起便源远流长地发展着的三大数学支流。第一大支流为算术或代数，是数量的科学；第二大支流为几何，是形体的科学；第三大支流为应用数学，是将数学转化为解决工程学、物理学和经济学实际问题的手段的科学。

并未明显地表现在以上引文中的是第四大支流——无限的科学，即对无限大与无限小数量的分析，它对于理解任何连续运动或变化的过程来说是至关重要的。数学家简单地称这一分支为“分析”，尽管这个词在数学以外的世界中具有相当不同的含义。

由此，我认为数学的四个主要支流是代数、几何、应用数学和分析。以上四者全都相互交融，并以最为奇妙的方式相辅相成；而见证它们之间的相互作用，是作为数学家的一大幸事。差不多每个数学家都发现，自己受到这四大支流之一的吸引强于其他支流，但这一学科的美好与强大无疑来自所有四大分支。因此，本书四个部分中的每一个都有一个贯穿始终的主题或者说“故事情节”，它们与千百年来这四大分支的进化息息相关。





# 引言

# 算盘 VS 阿拉伯数字

里约热内卢的一个下午，诺贝尔奖得主、物理学家理查德·费曼<sup>1</sup>正在他喜欢的一家餐馆里用餐。其实此刻还不到吃晚饭的时间，所以餐厅里静悄悄的……但当一位算盘推销员走进来之后，一切就都不同了。侍应生们应该对买算盘没啥兴趣，但他们向推销员起哄，要他证明，他做算术题能比他们的一位顾客更快。费曼同意进行这一挑战。

开始时比赛完全一边倒。做加法时，费曼用笔算，算盘推销员把他打得“落花流水”。还不等费曼把数字写完，推销员就已经报出了答案。接着，推销员就趾高气扬起来了。他提出要跟费曼比赛乘法。这一盘费曼依旧败北，但输得没有第一次惨。推销员对自己没有大获全胜不满意，又不断地在越来越难的问题上向费曼挑战，但他的优势却越来越小，人也变得越来越慌张了。最后他祭出了撒手锏，“立方根！”推销员说。

显然，到了这一步，竞赛跟推销算盘已经没多大关系了，更重要的是荣誉之争。很难想象一家餐馆的经理为什么要计算立方根。但费曼同意了，条件是让兴致盎然地在周围观战的侍应生出题。他们选定了 1729.03 这个数字。

算盘高手热情洋溢地投入了工作。他伏在算盘上运指如飞，让观战者目不暇接。与此同时，费曼却坐在那里一动也不动。侍应生们问他干什么，他点了点自己的脑袋说：“思考！”几秒钟之内费曼就写出了答案（12.002）。过了一会儿，算盘推销员得意洋洋地喊出了“12”！几分钟后他又报出了“12.0”！但到这时，费曼的答案上已经又多出了几位数字。那位推销员惨败给了纯粹的思维，在侍应生们的嘲笑中铩羽而去。

这是一个很好的故事。一切好的故事都含有多少层意义，费曼与算盘高手对决的这一故事也不例外。从最表面上说，这是一个关