

21世纪高等学校规划教材



DIANLU FENXI JICHU

电路分析基础

(第二版)

李月玲 主 编

孙和茹 副主编



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

21世纪高等学校规划教材



电路分析基础

(第二版)

主 编 李月玲
副主编 孙和茹
编 写 董 爽 杨宏伟
主 审 公茂法



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书为 21 世纪高等学校规划教材。

全书共分九章，主要内容包括电路的基本概念和基本定律、简单电阻电路的分析、电阻电路的一般分析方法、一阶动态电路分析、正弦交流电路、三相电路、耦合电感电路、非正弦周期电流电路和二端口网络。每章后配有本章小结和习题，书后附有习题参考答案。

本书可供高等工程专科、高等职业技术学院、成人高等学校的电气、电子、自动化、机电、通信等专业作为教材使用，也可供有关科技人员和相近专业的本科生、自学考试者参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

电路分析基础/李月玲主编. —2 版. —北京: 中国电力出版社, 2014. 12

21 世纪高等学校规划教材

ISBN 978-7-5123-7070-8

I. ①电… II. ①李… III. ①电路分析—高等学校—教材 IV. ①TM133

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 306920 号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

北京丰源印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2009 年 2 月第一版

2014 年 12 月第二版 2014 年 12 月北京第三次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 15.5 印张 377 千字

定价 31.00 元

敬告读者

本书封底贴有防伪标签，刮开涂层可查询真伪
本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

第一版前言

本书以线性电路最基本的三部分内容:电阻电路分析、电路的正弦稳态分析和动态电路分析为主体,介绍基本电路理论及电路的基本分析方法,力求做到概念准确、内容精练、重点突出,注重理论联系实际,注意知识的内在联系和相互之间的逻辑关系;尽量避免繁杂的数学分析及推导,加强物理概念的阐述,力求深入浅出、通俗易懂;在各章节安排、习题选配和插图设置等方面都做了精心设计,便于自学;书中给出了较多的例题、习题,以帮助学生掌握和巩固所学知识。

本书可作为普通高等院校、成人高校相关专业的教学用书,也适用于高职高专院校电力技术类专业,还可供有关科技人员和相近专业的本专科学生、自学考试者参考。

本书的编写大纲由东北电力大学李月玲副教授起草,第1、5、6章由李月玲编写,第3、4、8、9章由东北电力大学孙和茹副教授编写,第7章和部分习题由东北电力大学荆忠胜副教授编写,第2章和部分习题由东北电力大学董爽老师编写。全书各章节安排及统稿、修改和定稿由李月玲完成。

本书在编写过程中承蒙山东科技大学公茂法审阅,并提出了宝贵意见,同时还得到诸多同仁的支持和帮助,在此一并表示衷心的感谢。

尽管编者做了很多努力,但由于水平和教学经验的限制,难免有疏漏和不妥之处,敬请读者批评指正。

编 者

2009年1月

前 言

根据近年来教学的需要,在充分吸取诸多教学成果的基础上,对第一版进行修订完善,使之更加适合本课程教学的要求。本版编写除保留了第一版内容中行之有效的部分外,还增减和调整了部分内容。

本书以线性电路最基本的三部分内容:电阻电路分析、电路的正弦稳态分析和动态电路分析为主体,介绍基本电路理论及电路的基本分析方法,力求做到概念准确、内容精练、重点突出、注重理论联系实际;注意知识的内在联系和相互之间的逻辑关系;尽量避免繁杂的数学分析及推导,加强物理概念的阐述,力求深入浅出,通俗易懂。在各章节安排、习题选配和插图设置等方面都做了精心设计,便于自学。书中给出了较多的例题、习题,以帮助学生掌握和巩固所学知识。

本书可供高等工程专科、高等职业技术学院、成人高等学校的电气、电子、自动化、机电、通信等专业作为教材使用,也可供有关科技人员和相近专业的本科学生、自学考试者参考。

本书的编写大纲由东北电力大学李月玲副教授起草,第1、5、6章由李月玲编写,第3、4、8、9章由东北电力大学孙和茹副教授编写,第7章和部分习题由东北电力大学杨宏伟副教授编写,第2章和部分习题由东北电力大学董爽老师编写。全书各章节安排及统稿、修改和定稿由李月玲完成。

本书在编写过程中,充分吸取了一些兄弟学校的教学经验,并采纳了同仁的宝贵意见,相关单位也提供了不少有益的新资料,对此深表感谢。

编 者

2014年7月24日

于东北电力大学

目 录

前言

第一版前言

第 1 章 电路的基本概念和基本定律	1
1.1 电路和电路模型	1
1.2 电路中的主要物理量	3
1.3 电路元件	6
1.4 基尔霍夫定律	15
本章小结	19
习题一	20
第 2 章 简单电阻电路的分析	24
2.1 等效电路的概念	24
2.2 电阻的串联和并联	25
2.3 电阻的星形(Y)连接和三角形(Δ)连接的等效变换	28
2.4 电源的等效变换	32
本章小结	37
习题二	38
第 3 章 电阻电路的一般分析方法	41
3.1 支路电流法	41
3.2 节点电压法	44
3.3 网孔电流法	49
3.4 叠加定理	53
3.5 置换定理	57
3.6 戴维南定理与诺顿定理	58
本章小结	67
习题三	69
第 4 章 一阶动态电路分析	75
4.1 换路定律及初始值的确定	76
4.2 一阶电路的零输入响应	79
4.3 一阶电路的零状态响应	85
4.4 全响应	91
4.5 求解一阶电路的三要素法	93
本章小结	96
习题四	97
第 5 章 正弦交流电路	103
5.1 正弦量的基本概念	103

5.2	正弦量的相量表示法	107
5.3	基本元件 VCR 的相量形式	112
5.4	基本定律的相量形式	115
5.5	阻抗与导纳及其等效变换	117
5.6	正弦稳态电路的分析	125
5.7	正弦交流电路中的功率	127
5.8	谐振电路	135
	本章小结	140
	习题五	143
第 6 章	三相电路	149
6.1	三相电源	149
6.2	三相负载的连接	152
6.3	三相电路的功率	158
	本章小结	162
	习题六	163
第 7 章	耦合电感电路	166
7.1	耦合电感元件	166
7.2	耦合电感的去耦等效	171
7.3	理想变压器	176
	本章小结	180
	习题七	181
第 8 章	非正弦周期电流电路	183
8.1	非正弦周期信号	183
8.2	周期函数的傅里叶级数	184
8.3	有效值、平均值和平均功率	189
8.4	非正弦周期电流电路的计算	192
8.5	对称三相非正弦周期电流电路	196
	本章小结	201
	习题八	202
第 9 章	二端口网络	204
9.1	二端口网络的方程与参数	205
9.2	二端口网络的连接	215
9.3	二端口网络的等效	220
9.4	有载二端口网络	223
	本章小结	227
	习题九	228
	习题参考答案	232
	参考文献	240

第 1 章 电路的基本概念和基本定律

学 习 目 标

- 深刻理解支路上电流、电压参考方向及电流、电压间关联参考方向的概念；掌握吸收、发出功率的表达式和计算方法，以及电位的求法。
- 理解电阻、电容、电感电路元件的特性。
- 理解理想电压源、理想电流源的伏安特性。
- 了解受控源特性及含受控源的电路。
- 熟练掌握基尔霍夫电流、电压定律，并能灵活地运用于电路的分析计算。

本章介绍电路和电路模型及电路的基本概念和基本变量，还将介绍电阻、电感、电容、独立电源和受控源等电路元件及其特性。最后介绍电路分析中的最重要的定律——基尔霍夫定律。

1.1 电路和电路模型

1.1.1 电路的组成和作用

1. 电路的组成

电路是为了完成某种功能，将电气设备和元器件按一定方式连接起来而形成的系统，用以构成电流的流通路径。从日常生活中使用的用电设备到工、农业生产中用到的各种生产机械的电气控制部分及计算机、电力系统中的输电电路等，都是实际电路。最简单的电路如图 1-1 (a) 所示的手电筒结构图和图 1-1 (b) 所示的手电筒电路图。

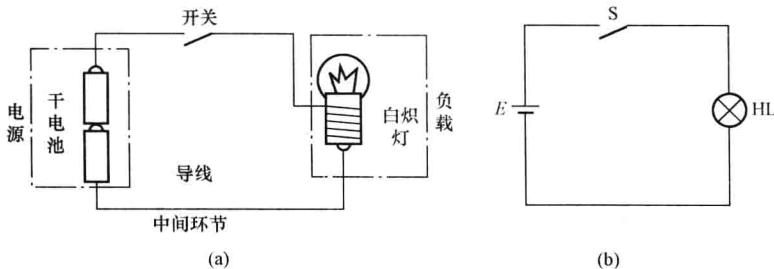


图 1-1 手电筒电路

(a) 结构图；(b) 电路图

从图 1-1 (a) 可知，电路主要由电源（如干电池）、负载（如白炽灯）、中间环节（导线、开关）三个部分组成。

(1) 电源——供给电路电能的设备，将化学能、光能、机械能等非电能转换为电能，如干电池、蓄电池、太阳能电池和发电机等。

(2) 负载——各种用电设备，将电能转换成其他形式的能量，如电灯、电炉等。

(3) 中间环节——把电源和负载连接起来，起传输和分配电能或对电信号进行传递和处理的作用，如导线、开关等。

2. 电路的作用

实际电路的种类繁多，但就其功能来说，可以概括为以下四个方面：

(1) 电能的转换、传输与分配。典型例子是电力系统中的输配电线路及用户负载构成的系统。在这一系统中，由发电机将其他形式的能量转换成电能，再通过变压器、输电线送到负载，负载将电能转换成光能、机械能、热能等（如电灯、电动机、电炉等），如图 1-2（a）所示。对于这类电路，一般要求在传输和转换过程中，尽可能地减少能量损耗以提高效率。

(2) 信息的传递与处理。典型的例子有电话、收音机、扩音器等，它们是将声音或图像等转换为电信号处理、放大后送到负载，负载将电信号转换成声音或图像等，如图 1-2（b）所示。这类电路，虽然也有能量的传输和转换问题，但是其数值很小，一般关心的是信号传递的质量，如要求不失真、准确、灵敏和快速等。

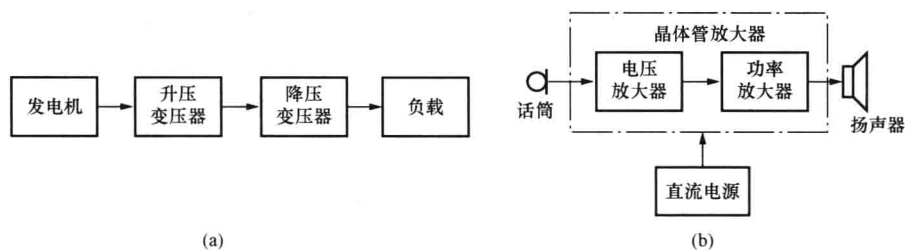


图 1-2 电路的功能
(a) 电力电路；(b) 扩音器电路

(3) 测量电路。用测量仪表来测量电压、电流、功率、电阻等的电路。

(4) 信息的储存、运算和设备运行的控制等。计算机中的寄存器和 CPU 就是典型的实现信息的储存和数学运算的电路，现实生活中实现控制功能的电路则不胜枚举。

1.1.2 电路模型

对各种各样的实际电路进行分析的办法有两种：一种是用电气仪表对实际电路进行测量；另一种更主要的办法是将实际电路抽象为电路模型，而后用电路理论进行分析计算。

将实际电路抽象为电路模型，需要将实际电路及其中的每一个实际电路器件的主要电磁性质进行科学的抽象和概括。理想电路元件正是将实际电路的主要电磁属性进行科学抽象后得到的。此处科学抽象的办法是：定义一些理想化的电路元件来近似地模拟电气器件的电磁特性，且每一个元件只表示一种电磁特性。在电路模型中用理想电阻元件来表示消耗电能这一电磁特性；电容元件表示其周围空间存在着电场、且可以储存电场能量的理想元件；电感元件是表示其周围空间存在着磁场、且可以储存磁场能量的理想元件。用电阻、电容、电感等理想电路元件近似模拟实际电路中每个电气器件和设备，再根据这些器件的连接方式，用理想导线将这些电路元件连接起来，就得到该实际电路的电路模型。图 1-1（b）就是图 1-1（a）的电路模型图。

应当指出，实际部件的运用一般都和电能的消耗现象和电磁能的存储现象有关，它们交

织在一起发生在整个部件中。“理想化”指的是：假定这些现象可以分别研究，并且这些电磁过程都分别集中在各元件内部进行，这样的元件称为集中参数元件，简称集中元件。由集中元件构成的电路称为集中参数电路。

以后本书所说电路一般均指由理想元件构成的抽象电路或电路模型，而非实际电路，同时将把理想电路元件简称为电路元件。

1.2 电路中的主要物理量

电路中有很多物理量，如电流、电压、电位、电荷量、电功率、电能、磁通和磁通链等等，但在电路分析中，人们通常关心的是电压、电流、功率和电位。

1.2.1 电流及其参考方向

在电场力的作用下，电荷的定向移动形成电流。电流大小等于单位时间内穿过导体横截面的电荷量，用符号 i 表示，即

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

电流的单位为 A（安培），还有 kA（千安）、mA（毫安）、 μA （微安）等。它们之间的换算关系是

$$1\text{kA} = 10^3\text{A}, 1\text{A} = 10^3\text{mA} = 10^6\mu\text{A}$$

关于电流的方向，人们把正电荷的运动方向规定为电流的实际方向。在导体中，带负电的自由电子在电场力的作用下，逆电场方向运动形成电流，此电流的实际方向就是自由电子定向运动的相反方向。

电流的实际方向是客观存在的，但在分析复杂电路时，电路中电流的实际方向很难事先判断出来，并且当电流是交流量时，电流的实际方向随时间不断变化。解决的办法是引入参考方向的概念，对于电流这种具有两个可能方向的物理量，可以任意选定一个方向作为某支路电流的参考方向，用箭头表示在电路图上。规定了参考方向以后，电流就是一个代数量了，若电流的实际方向与参考方向一致 [见图 1-3 (a)]，则电流为正值；若实际方向与参考方向相反 [见图 1-3 (b)]，则电流为负值。反之，若计算出电流 $i > 0$ ，表明电流的实际方向与所选参考方向一致；若计算出电流 $i < 0$ ，则表明电流的实际方向与所选参考方向相反。这样就可以利用电流的参考方向和正、负值来标明电流的实际方向。应当注意，在未规定参考方向的情况下，电流的正、负号是没有意义的。

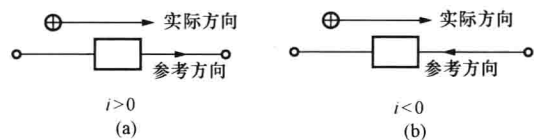


图 1-3 电流实际方向和参考方向的关系

(a) 方向相同；(b) 方向相反

1.2.2 电压及其参考方向

在电路中，当导体中存在电场时，单位正电荷在电场力的作用下从 a 点移动到 b 点电场力所做的功即为 a、b 两点间的电压，有

$$u_{ab} = \frac{dW}{dq} \quad (1-2)$$

电压的单位为 V（伏特），还有 kV（千伏）、mV（毫伏）、 μV （微伏）等。

如果正电荷由 a 点移动到 b 点，电场力做正功，则做功的结果是正电荷在 a 点的电位能

W_a 减小为 b 点的电位能 W_b ，差值 $W_a - W_b$ 等于这段电路所吸收的电能，则 a 点为高电位，即为正极，b 点为低电位，即为负极。反之，如果正电荷由 a 点移动到 b 点，电场力做负功，则 a 点为低电位，即为负极，b 点为高电位，即为正极。正电荷在电路中移动时体现为电位的升高或降低，即电压升或电压降。与电流类似，在电路分析中也要规定电压的参考方向或参考极性。

两点之间的电压参考方向可以用正“+”、负“-”参考极性表示，正极指向负极的方向就是电压的参考方向，当电压符号的下角标为两点的名称时，则第一个下标到第二个标的指向就是该电压的参考方向。以此参考方向来计算电路，若算得结果是 $u > 0$ ，则表示电压的实际方向与所选定的参考方向一致；若算得结果是 $u < 0$ ，则表示电压的实际方向与参考

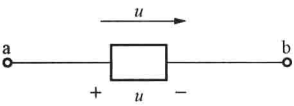


图 1-4 电压参考方向和参考极性的关系

方向相反。反之，若电压的实际方向与参考方向一致，则电压为正值；若实际方向与参考方向相反，则电压为负值。图 1-4 说明了电压的参考方向与参考极性的关系，图的上部为参考方向，下方为参考极性。掌握了电压的参考方向和参考极性的关系后，常将两者统称为电压的参考方向。

关于电流和电压的参考方向，还有几点需要说明：

- (1) 可以任意选定，但一经选定，在电路分析计算过程中不能改变。
- (2) 以后计算电路时，一般要先标出参考方向再进行计算。在电路图中，所有标有方向的电流、电压均可认为是电流、电压的参考方向，而不是指实际方向。
- (3) 同一段电路的电流和电压的参考方向可以各自选定，不必强求一致。但为了分析方便，常选定同一元件的电流参考方向与电压参考方向一致，即电流从正极性端流入该元件而从它的负极性端流出。这样选择的某一段电路的电压和电流的参考方向，称为相关联的参考方向（见图 1-5），否则为非关联的参考方向（见图 1-6）。

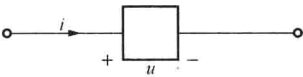


图 1-5 关联的参考方向

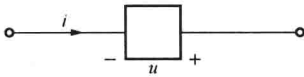


图 1-6 非关联的参考方向

1.2.3 电位

在图 1-7 所示电路中，当电场力移动正电荷从 a 点经过白炽灯到 b 点时，就将电能转换为光能和热能，所以正电荷在 a 点具有比 b 点更大的能量。把单位正电荷在电路中某点所具有的能量称为该点的电位，用 V 表示，如 a 点的电位为 V_a ，b 点的电位为 V_b 。由此可知，电路中两点之间的电压就是该两点的电位之差，即

$$U_{ab} = V_a - V_b \tag{1-3}$$

为了便于分析，在电路中常任选一点为参考点，其参考点电位为零，则电路中某点与参考点之间的电压就是该点的电位。参考点选择不同，同一点的电位就不同，但电压与参考点的选择无关。至于如何选择参考点，则要视分析计算问题的方便而定。电子电路中需选各有关部分的公共线作为参考点，常用符号“⊥”表示。

图 1-1 所示的手电筒电路中，白炽灯的发光是因为白炽灯中有电流通过，其两端存在电压，即

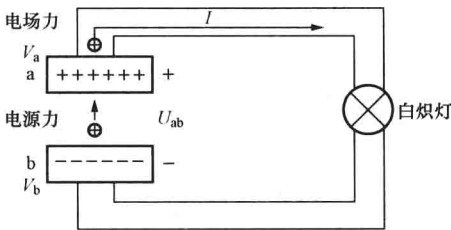


图 1-7 电路电压与电位

白炽灯两端的电位不同,这正是由电源(干电池)所引起的。

例 1-1 电路如图 1-8 所示,电源电压 $U_{s1}=10\text{V}$ 、 $U_{s2}=5\text{V}$,电阻电压 $U_1=3\text{V}$ 、 $U_2=2\text{V}$ 。分别取 c 和 d 为参考点时,求各点电位及电压 U_{ab} 、 U_{bc} 和 U_{da} 。

解 (1) 当选取 c 点为参考点,则 $V_c=0\text{V}$,于是有

$$V_a = U_{s1} = 10(\text{V})$$

$$V_b = -U_1 + U_{s1} = 7(\text{V})$$

$$V_d = U_2 = 2(\text{V})$$

$$U_{ab} = U_1 = V_a - V_b = 3(\text{V})$$

$$U_{bc} = U_{s2} + U_2 = V_b = 7(\text{V})$$

$$U_{da} = U_2 - U_{s1} = V_d - V_a = -8(\text{V})$$

(2) 当选取 d 点为参考点,则 $V_d=0\text{V}$,于是有

$$V_a = U_{s1} - U_2 = 8(\text{V})$$

$$V_b = U_{s2} = 5(\text{V})$$

$$V_c = -U_2 = -2(\text{V})$$

$$U_{ab} = U_1 = V_a - V_b = 3(\text{V})$$

$$U_{bc} = U_{s2} + U_2 = V_b - V_c = 7(\text{V})$$

$$U_{da} = U_2 - U_{s1} = V_d - V_a = -8(\text{V})$$

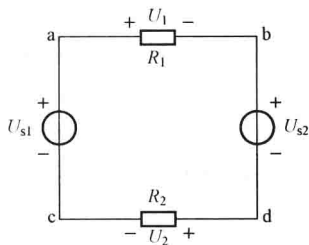


图 1-8 例 1-1 图

由例 1-1 可知,电路中某点的电位等于该点到参考点之间的电压,电位的大小与参考点的选择有关;电路中某两点间的电压等于该两点的电位差,电压的大小与参考点的选择无关。

1.2.4 功率

电功率是电路分析中常用到的一个物理量。将单位时间内电场力所做的功定义为电功率,用 p 或 P 表示。

对于一个二端元件或一段二端电路,电流和电压参考方向关联设定,如图 1-9 所示。在 dt 时间内由 a 点移动到 b 点的正电荷量为 dq ,且由 a 到 b 为电压降,其值为 u ,由式 (1-2)

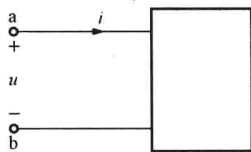


图 1-9 电路的功率

可知,电场力所做的功为

$$dW = udq$$

电场力做正功意味着这段电路吸收电能。因此,单位时间内电路吸收的电能,即吸收的电功率为

$$p = \frac{dW}{dt} = u \frac{dq}{dt}$$

由于

$$i = \frac{dq}{dt}$$

则

$$p = ui \quad (1-4)$$

功率的单位为 W (瓦特),还有 MW (兆瓦)、kW (千瓦)、mW (毫瓦) 等。

应该注意,只有在电压和电流参考方向关联设定时,式 (1-4) 才是计算二端电路吸收的功率。由于电压和电流均为代数量,显然功率也是代数量,二端电路是否真正吸收功率,还要看计算结果 p 的正负而定,若功率为正值时,表示为吸收功率;若功率为负值,表示为发出功率。

如果电压和电流参考方向为非关联，则计算吸收功率的公式应为

$$p = -ui$$

若算得的功率为正值，表示是吸收功率；若算得的功率为负值，表示为发出功率。

综上所述，根据参考方向是否为关联设定，可选用相应的公式计算功率，但无论哪一个公式，若算得的功率为正值，均表示为吸收功率；若算得的功率为负值，均表示实为发出功率。

例 1-2 (1) 在图 1-10 (a)、(b) 中，若电流 $I=3\text{A}$ ，且均由 a 点流向 b 点，求这两个元件吸收的功率；(2) 在图 1-10 (b) 中，若元件发出的功率为 4W ，求电流。

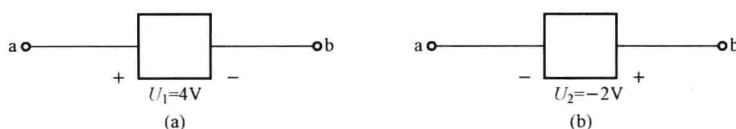


图 1-10 例 1-2 图

解 (1) 在图 1-10 (a) 中，由于电压、电流参考方向关联设定，因此吸收的功率为

$$P = U_1 I = 4 \times 3 = 12(\text{W})$$

在图 1-10 (b) 中，由于电压、电流非关联参考方向，因此吸收的功率为

$$P = -U_2 I = -(-2) \times 3 = 6(\text{W})$$

(2) 因元件产生功率 4W ，因此吸收功率 -4W ，由 $P = -U_2 I = -4\text{W}$ 可得

$$I = -\frac{P}{U_2} = -\frac{-4}{-2} = -2(\text{A})$$

负号表明电流的实际方向是由 b 指向 a。

以上我们学习了电路分析中常用的电流、电压、电位和功率的基本概念及相应的计算公式，应特别注意的是：电路中电流、电压的参考方向，原则上可以任意假设，但是为了避免公式中的负号可能对计算带来麻烦，习惯上凡是能确定电流、电压实际方向的，就将参考方向设得与实际方向一致；对于不能确定的，也不必花费时间去判断，只需任意假定一个参考方向。习惯上常把电流、电压参考方向设成关联的，有时为了简化，一个元件上只标出电流或电压一个量的参考方向，意味着省略的那个量的参考方向与标出的参考方向是关联的。

1.3 电 路 元 件

电路元件是电路中最基本组成单元。电路元件通过其端子与外部相连接，元件的特性则通过与端子有关的物理量描述。每一种元件反映某种确定的电磁性质。电路元件按与外部连接的端子数目可分为二端、三端、四端元件等。电路元件还可分为无源元件和有源元件，线性元件和非线性元件，时不变元件和时变元件，等等。

1.3.1 电阻元件

电阻元件是从实际电阻器抽象出来的理想化元件。如线绕电阻器、碳膜电阻器、金属电阻器等。习惯上人们常把一个电阻元件称为电阻。同时电阻又是电路的参数之一，它实际上是表征材料（或器件）对电流呈现的阻力，且损耗能量的一种参数，它的电流和电压的方向总是一致的。

线性电阻元件是这样的理想元件：在电压和电流取关联参考方向下，在任何时刻其两端

的电压和电流关系服从欧姆定律, 即有

$$u = Ri \quad (1-5)$$

线性电阻元件的图形符号如图 1-11 (a) 所示。式 (1-5) 中 R 称为元件的电阻, R 是一个正实常数。当电压单位用 V、电流单位用 A 时, 电阻的单位为 Ω (欧姆, 简称欧)。

由于电阻上电流与电压降的真实方向是一致的, 所以只有在关联参考方向的前提下才可运用式 (1-5), 如图 1-11 (a) 所示。如为非关联参考方向, 则应改用

$$u = -Ri$$

如果把电阻的电流取为横坐标 (或纵坐标), 电压取为纵坐标 (或横坐标), 可绘出 $u-i$ 平面上的曲线, 称为电阻的伏安特性曲线, 如图 1-11 (b) 所示。显然, 线性电阻的伏安特性曲线是一条经过坐标原点的直线, 直线的斜率与元件的电阻 R 有关。

当一个线性电阻元件的端电压不论为何值, 流过它的电流恒为零值, 就把它称为“开路”。开路的伏安特性在 $u-i$ 平面上与电压轴重合, 相当于 $R=\infty$, 如图 1-12 (a) 所示。当流过一个线性电阻元件的电流不论为何值, 它的端电压恒为零值, 就把它称为“短路”。短路的伏安特性在 $u-i$ 平面上与电流轴重合, 相当于 $R=0$, 如图 1-12 (b) 所示。

如果电路中的一对端子 1-1' 之间呈断开状态 [见图 1-12 (c)], 这相当于 1-1' 之间接有 $R=\infty$ 的电阻, 此时称 1-1' 处于“开路”状态。如果把端子 1-1' 用理想导线连接起来, 称这对端子 1-1' 被短路, 如图 1-12 (d) 所示。

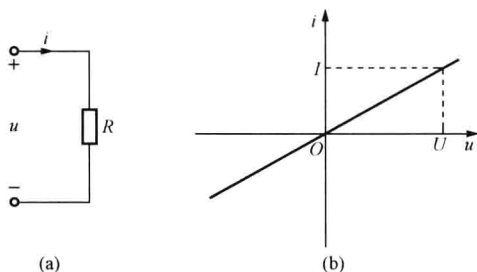


图 1-11 电阻元件及其伏安特性
(a) 电阻元件; (b) 电阻的伏安特性曲线

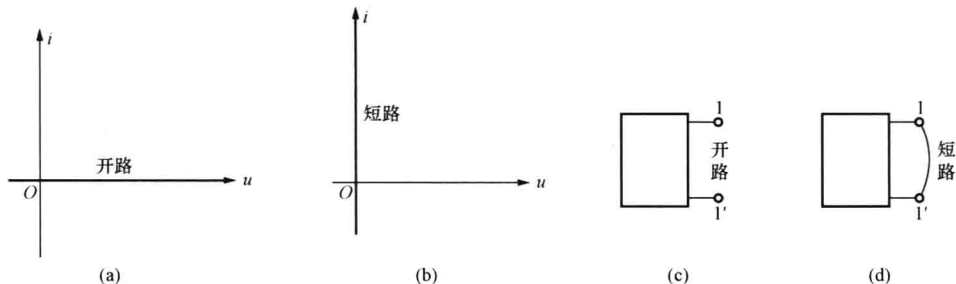


图 1-12 开路和短路的伏安特性
(a) 开路; (b) 短路; (c) 端子 1-1' 开路; (d) 端子 1-1' 短路

电阻的倒数叫电导, 用符号 G 表示, 即 $G = \frac{1}{R}$ 。电导的单位是 S (西门子, 简称西)。 R 和 G 都是电阻元件的参数。用电导参数来表示电流和电压之间的关系时, 欧姆定律形式可写为

$$i = Gu \quad (u, i \text{ 为关联参考方向})$$

或

$$i = -Gu \quad (u, i \text{ 为非关联参考方向})$$

当 u, i 为关联参考方向时, 电阻元件消耗的功率为

$$p = ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R} = Gu^2 = \frac{i^2}{G} \quad (1-6)$$

当 u 、 i 为非关联参考方向时, 电阻元件消耗的功率为

$$p = -ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R} = Gu^2 = \frac{i^2}{G}$$

上两式中对正电阻(或正电导)来说, 它吸收的功率总是大于等于零, 线性电阻元件是一种无源元件。但要注意: i 必须是流过电阻 R 的电流, u 必须是电阻 R 两端的电压。

电阻元件从 t_0 到 t 的时间内吸收的电能为

$$W = \int_{t_0}^t Ri^2(\xi) d\xi$$

电阻元件一般把吸收的电能转换成热能消耗掉了。

非线性电阻元件的伏安特性不是一条通过原点的直线。非线性电阻元件的电压电流关系一般可写为

$$u = f(i) \quad [\text{或 } i = h(u)]$$

如果一个电阻元件具有以下的电压电流关系

$$u(t) = R(t)i(t) \quad [\text{或 } i(t) = G(t)u(t)]$$

虽然 u 与 i 仍是呈比例关系, 但是比例系数 R 是随时间变化的, 因此称之为时变电阻元件。

1.3.2 电容元件

在工程技术中, 电容器的应用极为广泛。电容器虽然品种、规格各异, 但是就其构成原理来说, 电容器都是由间隔以不同介质(如云母、绝缘纸、电解质等)的两块金属极板组成。当在极板上加以电压后, 极板上就分别聚集起等量的正、负电荷, 并在介质中建立电场而具有电场能量。将电源移去后, 电荷可继续聚集在极板上, 电场继续存在。所以电容器是一种能储存电荷或者说储存电场能量的器件, 这就是电容器的基本电磁性能。但在实际中, 当电容器两端电压变化时, 介质中往往有一定的介质损耗, 而且介质也不可能完全绝缘, 因而也存在一定的漏电流。如果忽略电容器的这些次要性能, 就可以用一个代表其基本电磁性能的理想二端元件作为模型。电容元件就是实际电容器的理想化的电路模型。

线性电容元件的图形符号如图 1-13(a) 所示。其中, $+q$ 和 $-q$ 代表该元件正、负极板上的电荷量。若电容元件上的电压参考方向规定为由正极板指向负极板, 则在任何时刻都有以下关系

$$C = \frac{q}{u} \quad (1-7)$$

式中: C 是用以衡量电容元件容纳电荷本领大小的参数, 称为电容元件的电容量, 简称

电容。它是一个与电荷 q 、电压 u 无关的正实数, 但在数值上等于电容元件的电压每升高一个单位所容纳的电荷量。 C 是一个正实常数, 当电荷和电压的单位分别用 C 和 V 表示时, 电容的单位为法[拉], 符号为 F。

电容器的电容往往比 1F 小得多, 因此常采用 μF (微法) 和 pF (皮法) 作为其单位, 其换算关系为

$$1\text{F} = 10^6 \mu\text{F} = 10^{12} \text{pF}$$

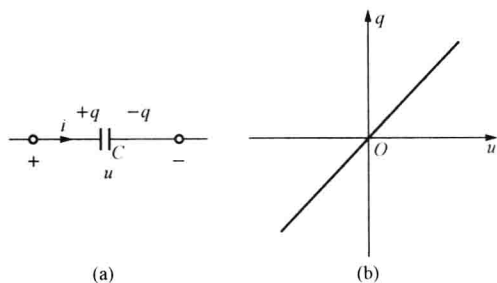


图 1-13 电容元件及其库伏特性

(a) 图形符号; (b) 库伏特性

图 1-13 (b) 中以 q 和 u 为坐标轴, 画出

了电容元件的库伏特性。线性电容元件的库伏特性是一条通过原点的直线。

如果电容元件的电流 i 和电压 u 取关联参考方向 [见图 1-13 (a)], 则根据电流强度的定义 $i = \frac{dq}{dt}$, 将式 (1-7) 代入可得

$$i = C \frac{du}{dt} \quad (1-8)$$

若 u 、 i 为非关联参考方向, 则有

$$i = -C \frac{du}{dt}$$

上式表明电流与电压对时间的变化率成正比。当电容上电压发生剧变 (即 $\frac{du}{dt}$ 很大) 时, 电流很大。当电压不随时间变化时, 电流为零。因此电容在直流情况下其两端电压恒定, 相当于开路或者说电容具有通交流隔直流的作用。

式 (1-8) 还表明了电容的一个重要性质: 如果在任何时刻, 通过电容的电流为有限值, 那么, $\frac{du}{dt}$ 就必须为有限值, 这就意味着电容两端的电压不可能发生跃变, 而只能是连续变化的。

对式 (1-8) 两边同时积分, 电容元件的伏安关系还可写成

$$u = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi \quad (1-9)$$

式 (1-9) 称为电容元件电压和电流关系的积分形式。式中把积分号内的时间变量 t 改用 ξ 表示, 以区别于积分上限 t 。积分下限 $-\infty$ 抽象表示电容未充电的时刻, 在该时刻电容电压 $u(-\infty) = 0$ 。

如果取 $t=0$ 作为研究电容电压变化规律的起始时刻, 可以把式 (1-9) 写为

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 i(\xi) d\xi + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi \\ &= u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (1-10)$$

将式 (1-10) 与式 (1-5) 比较可知, 电容元件的电压 u 与电流 i 具有动态关系, 因此, 电容元件是一动态元件。从式 (1-10) 可见, 电容电压除与 $0 \sim t$ 的电流值有关外, 还与 $u(0)$ 值有关, 因此, 电容元件是一种有“记忆”的元件。与之相比, 电阻元件的电压仅与该瞬间的电流值有关, 是一种无记忆的元件。

例 1-3 图 1-14 (a) 所示电路中 $C=1\text{F}$, $u(0)=0\text{V}$, 电流 i 的波形如图 1-14 (b) 所示, 试求电压 u 并画出其波形。

解 由电流波形图可知, 电流 i 的分段表达式为

$$i(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2t\text{A} & 0 \leq t < 1\text{s} \\ 0 & t \geq 1\text{s} \end{cases}$$

在 $0 \leq t < 1\text{s}$ 期间, 有

$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi = \int_0^t 2\xi d\xi = t^2\text{V}$$

当 $t=1\text{s}$ 时, $u=1\text{V}$ 。

当 $t>1\text{s}$ 时, $i=0$, 因此 $u=1\text{V}$ 保持不变。

综上所述, 有

$$u(t) = \begin{cases} t^2 \text{ V} & 0 \leq t < 1\text{s} \\ 1\text{V} & t \geq 1\text{s} \end{cases}$$

电压的波形图如图 1-14 (c) 所示。

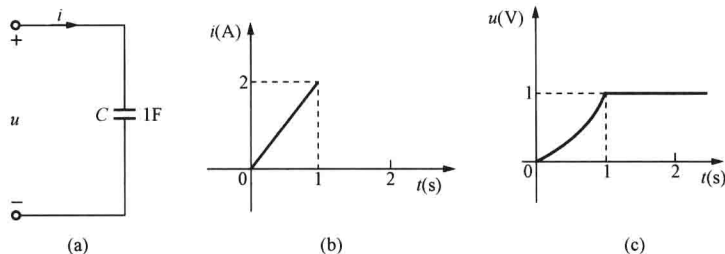


图 1-14 例 1-3 图

在电压和电流的关联参考方向下, 线性电容元件吸收的功率为

$$p = ui = Cu \frac{du}{dt}$$

从 $t=-\infty$ 到 t 时刻, 电容元件吸收的电场能量为

$$\begin{aligned} W_C &= \int_{-\infty}^t u(\xi) i(\xi) d\xi = \int_{-\infty}^t Cu(\xi) \frac{du(\xi)}{d\xi} d\xi \\ &= C \int_{u(-\infty)}^{u(t)} u(\xi) du(\xi) \\ &= \frac{1}{2} Cu^2(t) - \frac{1}{2} Cu^2(-\infty) \end{aligned}$$

电容元件吸收的能量以电场能量的形式储存在元件的电场中。可以认为在 $t=-\infty$ 时, $u(-\infty)=0$, 其电场能量也为零。这样, 电容元件在任何时刻 t 储存的电场能量 $W_C(t)$ 将等于它吸收的能量, 可写为

$$W_C(t) = \frac{1}{2} Cu^2(t) \quad (1-11)$$

从时间 t_1 到 t_2 电容元件吸收的能量为

$$\begin{aligned} W_C &= C \int_{u(t_1)}^{u(t_2)} u(\xi) du(\xi) = \frac{1}{2} Cu^2(t_2) - \frac{1}{2} Cu^2(t_1) \\ &= W_C(t_2) - W_C(t_1) \end{aligned}$$

电容元件充电时, $|u(t_2)| > |u(t_1)|$, $W_C(t_2) > W_C(t_1)$, 因此在此时间内元件吸收能量; 电容元件放电时, $W_C(t_2) < W_C(t_1)$, 因此在此时间内元件释放电能。若元件原来没有充电, 则在充电时吸收并储存起来的能量一定又在放电完毕时全部释放, 它不消耗能量。所以, 电容元件是一种储能元件。同时, 电容元件也不会释放出多于它吸收或存储的能量, 所以它又是一种无源元件。

例 1-4 有一电流源 $i = \sin(10t + 60^\circ)$, 从 $t=0$ 开始对 $C=100\mu\text{F}$ 的电容充电, 求 0.314s 后电容所储能量是多少? 设电容的初始电压 $u(0)=0$ 。