



随书附光盘一张

# **LMS** *Virtual.Lab Durability*

## **理论基础与实例教程**

张霁 徐刚 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

# LMS Virtual. Lab Durability

# 理论基础与实例教程

张霖 徐刚 编著

国防工业出版社

·北京·

## 内 容 简 介

本书首先介绍了金属疲劳的一些基本理论,然后以【LMS Virtual. Lab Durability】软件为蓝本,结合作者实际使用该软件的经验和体会,对软件主要的疲劳仿真功能进行了阐述及详细操作。主要内容包括零部件疲劳、焊点焊缝疲劳、热疲劳、系统级疲劳等。

本书主要面向机械类及相关专业的【LMS Virtual. Lab Durability】用户,也可供从事汽车、机械制造、航空航天、船舶等领域科学研究及产品开发的工程技术人员使用,同时可作为高等院校相关专业高年级本科生和研究生学习【LMS Virtual. Lab Durability】软件的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

LMS Virtual. Lab Durability 理论基础与实例教程/  
张霁,徐刚编著. —北京:国防工业出版社,2015.5  
ISBN 978-7-118-09716-0

I. ①L... II. ①张...②徐... III. ①金属材料-  
疲劳过程-软件仿真-教材 IV. ①TG14-39

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第279928号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)

三河市腾飞印务有限公司印刷

新华书店经售

\*

开本 787×1092 1/16 印张 17 字数 388 千字

2015年5月第1版第1次印刷 印数 1—3000册 定价 58.00元(含光盘)

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

# 前 言

伴随着全球工业化产品开发进程的加快,许多先进技术应用到新产品研究、开发过程当中,CAX技术(CAS、CAD、CAE及CAM)和虚拟现实的广泛应用,大大缩短了新产品的开发周期,同时也降低了产品开发成本,加快了新产品投放市场的进程,进而提高了产品竞争力和市场占有率。在设计过程中同步进行仿真分析,减少物理样机的试验次数,提高产品性能是必不可少的。

刚度、强度和疲劳寿命是工程结构使用的三个基本要求。疲劳破坏是工程结构失效的主要原因之一。引起疲劳失效的循环载荷的峰值往往远小于根据静态断裂分析计算得到的“安全”载荷。目前在一些工业产品开发过程中刚度和强度的CAE分析方法和手段已经十分成熟,耐久仿真分析也已得到普遍应用,在设计过程中发挥着重要作用。对于刚度及强度分析,各大厂商都形成了较为成熟的分析标准,能够在设计前期,针对刚度及强度性能提出有效的设计建议。目前,CAE对刚度及强度的分析已经能够很好地指导设计。而国内的疲劳寿命分析工作刚刚开始,产品的设计性能完全靠物理样机试验(道路、台架)进行验证,周期长,成本高。因此,开展疲劳寿命可靠性仿真分析研究有着十分重要的意义。

【LMS Virtual. Lab】虚拟实验室提供完备的工程解决方案,内嵌的一套集成软件包可用于对机械系统的品质属性进行系统级分析和优化。【LMS Virtual. Lab Durability】是疲劳仿真分析模块,内嵌的FALANCS求解器在欧洲应用了很多年,大量的工程实际项目验证了该求解器的高效、精确。借助【LMS Virtual. Lab】平台优势,【LMS Virtual. Lab Durability】可以帮助工程师快速评价产品的疲劳性能。

本书分为两部分,共15章。前5章为理论基础,介绍了疲劳分析的基本理论知识,包括材料力学、金属疲劳、疲劳材料曲线、疲劳累积原理等。后10章为实例操作,结合目前工程上所使用的疲劳分析方法,通过具体的例子,介绍如何使用【LMS Virtual. Lab Durability】软件进行疲劳耐久性能的仿真分析,包括零部件疲劳分析、焊点焊缝疲劳分析、振动疲劳分析、热疲劳分析以及系统级疲劳分析等。主要目的是使LMS用户了解【LMS Virtual. Lab Durability】软件的使用方法,帮助用户解决工程上的疲劳问题。本书附光盘一张,包含了实例操作部分中的模型文件。

本书主要由张霁、徐刚编写,万晓峰、王钰龙、郭海保给予了大力帮助,在此深表谢意。由于水平有限,书中难免存在不妥之处,敬请读者批评指正。

作 者

# 目 录

## 第一部分 理论基础

<b>第 1 章 绪论</b> .....	1
1.1 材料力学基础 .....	1
1.2 应力状态分析 .....	15
1.2.1 平面应力的应力状态分析 .....	16
1.2.2 空间应力分析 .....	20
1.2.3 广义胡克定律 .....	21
1.3 材料在拉伸时的力学性能 .....	22
1.3.1 低碳钢在拉伸时的力学特性 .....	23
1.3.2 其他材料在拉伸时的力学特性 .....	25
1.4 材料在压缩时的力学性能 .....	27
1.5 塑性材料和脆性材料力学性能的比较 .....	28
<b>第 2 章 疲劳基础</b> .....	29
2.1 金属疲劳 .....	29
2.1.1 疲劳寿命研究历史 .....	29
2.1.2 疲劳的分类 .....	31
2.1.3 疲劳研究的三个尺度 .....	32
2.1.4 疲劳寿命 .....	33
2.2 确定疲劳寿命的方法 .....	34
<b>第 3 章 金属材料的疲劳性能</b> .....	36
3.1 金属材料试验测试 .....	36
3.1.1 试件制作 .....	36
3.1.2 试验设备 .....	37
3.1.3 试验方法和程序 .....	37
3.2 金属材料的拉伸特性 .....	38
3.2.1 单向拉伸力学特性 .....	38
3.2.2 循环拉伸力学特性 .....	40
3.3 材料的疲劳强度 .....	45
3.3.1 应力—寿命曲线 .....	46

3.3.2	有限寿命区域的设计 $S-N$ 曲线	52
3.3.3	应变—寿命曲线	53
3.4	影响结构疲劳寿命的主要因素	56
3.4.1	应力集中的影响	57
3.4.2	尺寸的影响	62
3.4.3	表面质量的影响	65
3.4.4	载荷的影响	67
3.4.5	焊接应力、腐蚀等对疲劳强度的影响	78
3.5	零件 $S-N$ 曲线	79
3.6	循环和疲劳特性的估计 UML	84
3.7	组合比例载荷	85
3.8	缺口分析	86
3.8.1	名义弹性特性	88
3.8.2	有效截面的名义总屈服应力	90
<b>第4章</b>	<b>疲劳累积损伤理论</b>	<b>92</b>
4.1	疲劳损伤机理	92
4.2	损伤的定义及疲劳累积损伤理论	93
4.3	Miner 线性累积理论	94
4.4	非线性疲劳累积损伤理论	95
4.5	Manson-Halford 双线性损伤累积法则	97
<b>第5章</b>	<b>载荷谱与循环计数法</b>	<b>98</b>
5.1	载荷谱	98
5.2	循环计数方法	100
5.2.1	单参数循环计数	100
5.2.2	双参数循环计数	101

## 第二部分 实例操作

<b>第6章</b>	<b>【LMS Virtual. Lab】介绍</b>	<b>104</b>
6.1	概述	104
6.2	【LMS Virtual. Lab Durability】介绍	104
6.3	第一次打开【LMS Virtual. Lab】	109
<b>第7章</b>	<b>疲劳分析基本操作</b>	<b>112</b>
7.1	计算分析和结果显示	112
7.2	疲劳分析结果后处理	119
7.2.1	热点探测	119

7.2.2	生成局部张量历程 .....	121
7.2.3	导出局部张量历程 .....	125
7.3	导入有限元计算结果及载荷 .....	126
7.3.1	导入有限元计算结果文件和网格 .....	126
7.3.2	简单载荷应用 .....	129
7.4	载荷与有限元计算结果的匹配 .....	131
7.4.1	背景 .....	131
7.4.2	创建载荷与有限元计算工况的匹配 .....	131
7.4.3	如何定义匹配 .....	132
7.4.4	定义一个静态工况作为预应力工况 .....	133
7.5	线性叠加计算 .....	134
7.5.1	插入线性叠加计算工况 .....	135
7.5.2	动画显示线性叠加结果 .....	136
7.5.3	从线性叠加计算结果中寻找极值 .....	137
<b>第8章</b>	<b>转向节疲劳分析实例 .....</b>	<b>140</b>
8.1	网格分组 .....	140
8.1.1	导入网格和有限元计算结果文件 .....	140
8.1.2	定义单元组集(网格分组) .....	141
8.1.3	组群选择 .....	143
8.2	载荷加载和可视化 .....	144
8.3	耐久性分析—任务定义 .....	148
8.4	组合分析 .....	150
8.5	结果报告 .....	154
8.6	成活率 .....	155
<b>第9章</b>	<b>焊缝疲劳分析实例 .....</b>	<b>162</b>
9.1	壳单元与壳单元连接 .....	162
9.1.1	定义焊缝 .....	163
9.1.2	施加载荷 .....	163
9.1.3	创建载荷与有限元计算工况的匹配 .....	165
9.1.4	建立焊缝疲劳分析工况 .....	165
9.1.5	附加练习 .....	167
9.2	壳单元与实体单元连接 .....	169
9.2.1	焊缝探测 .....	169
9.2.2	焊缝编辑 .....	172
9.2.3	创建一个循环载荷工况 .....	176
9.2.4	建立焊缝疲劳分析 .....	176
9.3	实体单元与实体单元连接 .....	178



9.3.1	完成焊缝文件的定义	183
9.3.2	焊缝疲劳计算	186
<b>第 10 章</b>	<b>焊点疲劳分析实例</b>	<b>190</b>
10.1	基于力的方法	190
10.2	基于应力的方法	193
10.2.1	导入模型文件	193
10.2.2	导入属性	193
10.2.3	探测焊点	194
10.2.4	焊点精细化模型	195
10.2.5	进行有限元计算	196
10.2.6	创建一个工况集	197
10.2.7	创建载荷集	198
10.2.8	创建载荷与有限元计算工况的匹配	199
10.2.9	建立焊点疲劳分析工况	199
<b>第 11 章</b>	<b>基于瞬态计算结果的疲劳分析</b>	<b>201</b>
11.1	基于伪瞬态结果的疲劳分析	201
11.1.1	导入伪瞬态计算结果	201
11.1.2	动画	203
11.1.3	计算分析	204
11.2	基于瞬态结果的疲劳分析	205
11.2.1	导入瞬态计算结果	205
11.2.2	计算分析	206
<b>第 12 章</b>	<b>振动疲劳分析实例</b>	<b>208</b>
12.1	谐波振动疲劳	208
12.1.1	施加载荷	208
12.1.2	定义正弦扫描波	211
12.1.3	设置参数进行疲劳分析	212
12.2	随机振动疲劳	214
12.2.1	导入有限元数据	214
12.2.2	施加载荷	215
12.2.3	定义振动载荷	217
12.2.4	设置疲劳分析工况	217
12.2.5	练习	219
<b>第 13 章</b>	<b>系统级疲劳分析实例</b>	<b>222</b>



第 14 章 应力梯度修正 .....	230
第 15 章 热疲劳分析 .....	241
15.1 导入 FE 数据 .....	241
15.2 导入已定义好的组 .....	242
15.3 导入时域载荷数据 .....	244
15.4 关联 Static Modes 和时域载荷数据 .....	246
15.5 进行标准的应力疲劳寿命分析 .....	246
15.6 后处理 .....	249
15.7 创建温度关联 $S-N$ 曲线 .....	251
15.8 进行温度 $600^{\circ}\text{C}$ 下的应力疲劳寿命分析 .....	253
15.9 进行基于温度函数的应力疲劳损伤分析 .....	256
15.10 进行基于温度场的应力疲劳寿命分析 .....	258
参考文献 .....	262

# 第一部分 理论基础

## 第1章 绪论

### 1.1 材料力学基础

刚度、强度和疲劳寿命是对工程结构和机械使用的三个基本要求,结构和机械的疲劳破坏是其主要的失效形式,因此结构和机械的疲劳强度与疲劳寿命是其强度及耐久性研究的主要内容之一。引起疲劳失效的循环载荷峰值往往远小于根据静态断裂分析估算出来的“安全”载荷,因此开展结构疲劳研究有着重要的意义。

强度是指材料或由材料所做成的构件抵抗破坏的能力。某一工程构件的强度足够,是指该构件在载荷作用下不会发生破坏。通常情况下,绝不允许构件的强度不够,如房屋的横梁在受弯曲时不能折断,起重机钢丝绳在起吊重物时不能拉断等。刚度是指材料或由材料所做成的构件抵抗变形的能力。刚度大意味着变形小,有时构件的强度虽然足够,但是受力后因变形过大,而不能保证其正常使用。例如:齿轮轴发生过大的弯曲变形时,则导致齿轮轴与轴承的间隙过小或消失,造成旋转不自如,磨损严重等。精密机床对构件的刚度要求更高,否则,被加工的零件达不到精度要求。

在工程实际中,构件在外力作用下所产生的变形与其原始尺寸相比通常是很微小的,这种变形情况称为小变形。实验结果表明,当外力不超过某一限值时,绝大多数材料做成的物体在外力解除后(卸载)能恢复原有的形状和尺寸,物体的这种性质称为弹性。随着外力的解除能恢复的变形称为弹性变形。但当外力过大时,在外力解除后只能部分复原而残留下一部分不能恢复的变形称为塑性变形(残余变形、永久变形)。在结构和机械正常工作时,一般要求构件只发生弹性变形,而不允许出现塑性变形。

内力是指物体内部各质点之间的相互作用力。物体不受外力时,其内部各质点之间也存在着内力,它使质点间相对位置保持不变,吸力与斥力相平衡,从而使物体保持一定的几何形状。当物体受外力作用而发生变形时,内部质点间的相对距离增大或减小,吸力与斥力也发生了变化,即产生了“附加内力”。内力既看不见又摸不着,是一个抽象的概念,为了求得内力,通常采用截面法。如图 1.1(a) 所示的杆件在外力作用下处于平衡,为了求任一截面  $m-m$  上的内力,可在  $m-m$  处用一个假想的截面把杆件截开,分为 I、II 两个部分,任取其一部分,例如左部 I 为脱离体,并将右部 II 对左部 I 的作用以截面上的内力来代替,如图 1.1(b) 所示。由于假设物体是均匀连续的,所以内力在截面上是连续分布的,这里的内

力代表分布力的合力(合力  $X, Y, Z$  和合力偶矩  $M_x, M_y, M_z$ )。由于杆件原来处于平衡状态,从中截取的任何一部分在外力和内力的作用下,也必然处于平衡状态,于是考虑脱离体 I 的平衡,列出静力平衡方程,即可求出截面  $m - m$  上的内力。若取右部 II 为脱离体,如图 1.1(c)所示,同样可用静力平衡条件求出截面  $m - m$  上的内力。显然,由牛顿第三定律可知,分别由 I、II 两部分求出同一  $m - m$  截面上的内力是等值而反向的。

知道了横截面的内力后,还不能判断这个横截面是否有足够的强度,因为同样的内力从直观上来说,分布在较大的截面积上就安全,反之就危险。根据材料是均匀连续的假设,内力在截面上是连续分布的,所以还得知道内力在截面上的分布规律以及在各点处强弱或密集的程度,即内力的集度,称为应力。如图 1.2(a)所示受力构件内某一截面  $m - m$  上  $M$  点处的应力,可围绕  $M$  点取出微小面积  $\Delta A$  来研究。设  $\Delta P$  是作用在这一微分面上的内力,则  $\Delta P$  与  $\Delta A$  之比,就是这块微截面上的平均应力,即

$$p_{\text{平}} = \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (1.1)$$

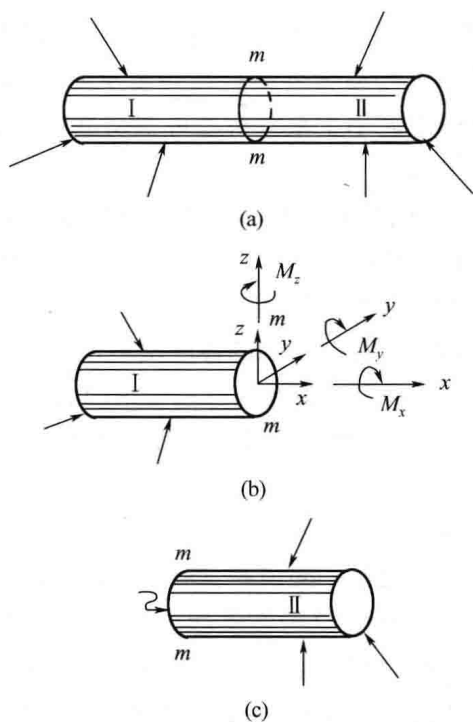


图 1.1 截面法求内力

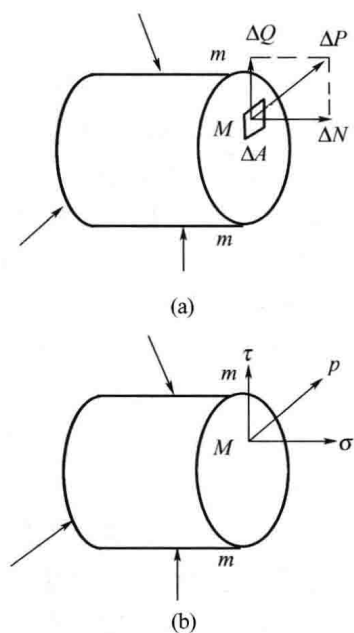


图 1.2 一点应力

一般情况下,  $p_{\text{平}}$  的大小及方向是随  $\Delta A$  的大小而改变着的。当  $\Delta A$  无限地趋于 0 时,  $p_{\text{平}}$  的极限值  $p$  就是  $M$  点处的内力集度,即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA} \quad (1.2)$$

$p$  称为截面上  $M$  点的总应力或全应力,总应力  $p$  是一个矢量。

为了进一步理解应力的性质,常把合力  $\Delta P$  再分解为垂直于截面的内力  $\Delta N$  和平行于截面的内力  $\Delta Q$ ,如图 1.2(a)所示。前者所引起的应力称为正应力,以  $\sigma$  表示;后者引起的

应力称为剪应力,以  $\tau$  表示,如图 1.2(b) 所示。于是,截面上某点( $M$  点)的正应力、剪应力和全应力分别可用下式来表示:

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = \frac{dN}{dA} \quad (1.3a)$$

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A} = \frac{dQ}{dA} \quad (1.3b)$$

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\Delta N^2 + \Delta Q^2}}{\Delta A} = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \quad (1.3c)$$

必须指出,由于受力物体各截面上每点的应力一般是不相同的,它随着截面和截面上每点的位置而改变。因此,如果仅仅说明应力的性质和数值,而不说明其所在的位置,那是没有意义的。当提到应力时,必须说明该应力发生在哪一个截面上和截面上所在的位置。应力的量纲是[力]/[长度]<sup>2</sup>,工程上常用的应力单位是兆帕(MPa)。

### 1. 拉(压)杆横截面上的应力

对于图 1.3 所示两端受轴向拉力  $P$  作用的直杆,可采用截面法求取任意横截面  $m-m$  上的内力,但这还不能说明横截面上内力的分布规律,即横截面上各点的应力情况。假设在变形前为平面的横截面,在变形后仍保持为平面且垂直于杆轴线,这个假设称为平面假设。由此可以推断:拉杆变形后,任意两个横截面之间所有纵向线段的伸长都相等,即横截面上各点的变形相同。于是内力在横截面上处处相等(图 1.4),从而

$$N = \int_A \sigma dA = \sigma \int_A dA = \sigma A \quad (1.4)$$

即拉(压)杆横截面上的正应力为

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (1.5)$$

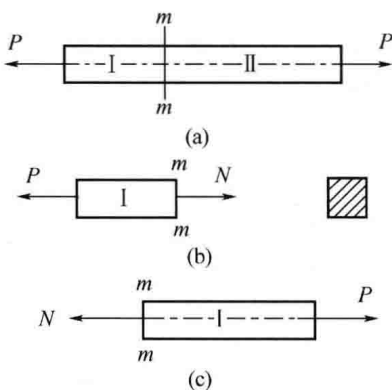


图 1.3 拉杆应力

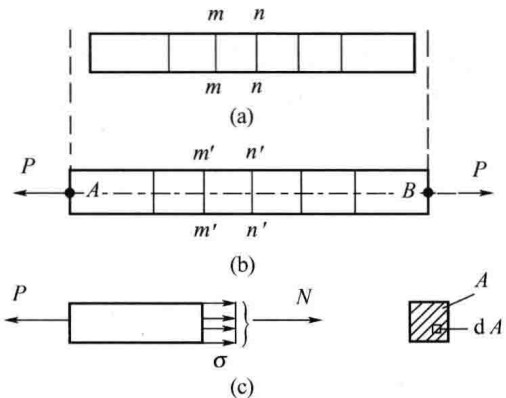


图 1.4 拉杆的正应力分布

式(1.5)是轴向拉压时杆件横截面上的正应力计算公式。它的适用条件是:作用在杆件上的外力(或外力的合力)的作用线必须与杆件轴线重合。此外,在集中力附近的小区域内该公式并不适用,原因是在该区域内的正应力并非均匀分布。圣维南原理指出,该小区域不大于杆件的横向尺寸,也就是说,在离集中力作用点稍远处式(1.5)都能适用。

## 2. 拉(压)杆斜截面上的应力

为了全面地了解杆件内的应力情况,还需要进一步研究与杆轴成任意倾角的斜截面上的应力。仍采用截面法,以假想的任意斜截面  $m-m$  (其外法线  $n$  与轴线成  $\alpha$  夹角,  $\alpha$  角以从  $x$  轴的正方向逆时针转到斜截面的外法线时为正,反之为负) 将杆件截开,取左段为脱离体,如图 1.5(a)、(b)所示。

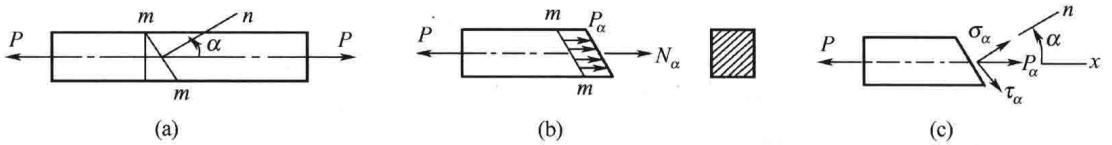


图 1.5 斜截面上的应力

斜截面上的内力为  $N_\alpha$ , 同理可知斜截面上总应力  $P_\alpha$  均匀分布, 于是

$$P_\alpha = \frac{N_\alpha}{A_\alpha} = \frac{P}{A_\alpha} \quad (1.6)$$

式中:  $A_\alpha$  为斜截面面积。它与横截面面积  $A$  之间关系可表示成

$$A_\alpha = \frac{A}{\cos\alpha} \quad (1.7)$$

可知

$$P_\alpha = \frac{P}{A} \cos\alpha = \sigma \cos\alpha \quad (1.8)$$

将总应力  $P_\alpha$  分解成垂直于斜截面的正应力  $\sigma_\alpha$  和相切于斜截面的剪应力  $\tau_\alpha$  (图 1.5(c)), 得

$$\begin{cases} \sigma_\alpha = P_\alpha \cos\alpha = \sigma \cos^2\alpha \\ \tau_\alpha = P_\alpha \sin\alpha = \sigma \cos\alpha \sin\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \end{cases} \quad (1.9)$$

由此可知, 杆件在拉压时, 斜截面上不但有正应力, 而且还有剪应力, 其值均随斜截面的方位角  $\alpha$  而变化。当  $\alpha=0^\circ$  时, 斜截面成为横截面,  $\sigma_\alpha$  达到最大值, 而  $\tau_\alpha=0$ , 即

$$\begin{cases} \sigma_{\alpha=0^\circ} = \sigma_{\max} = \sigma = \frac{P}{A} \\ \tau_{\alpha=0^\circ} = 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

当  $\alpha = \pm 45^\circ$  时,  $\tau_\alpha$  分别达到最大值和最小值, 而  $\sigma_\alpha = \frac{\sigma}{2}$ , 即

$$\begin{cases} \sigma_{\alpha=45^\circ} = \frac{\sigma}{2}, & \tau_{\alpha=45^\circ} = \tau_{\max} = \frac{\sigma}{2} \\ \sigma_{\alpha=-45^\circ} = \frac{\sigma}{2}, & \tau_{\alpha=-45^\circ} = \tau_{\min} = -\frac{\sigma}{2} \end{cases} \quad (1.11)$$

由此可知, 在轴向拉压时, 杆内最大正压力发生在横截面上 (此时  $\tau=0$ ); 最大剪应力发生在与杆轴线成  $45^\circ$  的斜截面上, 其值为横截面上正应力的  $1/2$  (即  $\frac{\sigma}{2}$ ), 该斜截面上还伴有值为

$\frac{\sigma}{2}$ 的正应力。

### 3. 轴向拉压时的变形

杆件在轴向拉伸与压缩时,除引起内力和应力外,还会发生变形。直杆在轴向拉力作用下,会发生轴向伸长和横向收缩;反之,在轴向压力作用下,会发生轴向缩短和横向增大。如图 1.6 所示,等直杆原长为  $l$ ,横截面面积为  $A$ ,在轴向拉力  $P$  作用下,杆长变为  $l_1$ ,则杆件在轴线方向的伸长为

$$\Delta l = l_1 - l \quad (1.12)$$

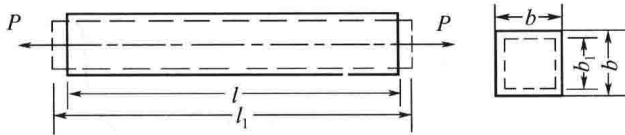


图 1.6 拉杆的变形

$\Delta l$  为杆件的轴向绝对变形,其大小并不能反映杆件变形剧烈的程度。因为同样的  $\Delta l$ ,对于原长  $l$  较大的杆件其变形程度不显得严重;否则,就不然。为了消除杆件长度的影响,把  $\Delta l$  除以杆件原长  $l$ ,称为轴向相对变形(轴向线应变),即

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (1.13)$$

实验证明:当杆件所受的外力  $P$  不超过一定限度时,伸长(缩短)  $\Delta l$  与外力  $P$  及杆长  $l$  成正比,而与杆件的横截面面积  $A$  成反比,即

$$\Delta l \propto \frac{Pl}{A} \quad (1.14)$$

引入比例常数  $E$  后,则有

$$\Delta l = \frac{Pl}{EA} = \frac{Nl}{EA} \quad (1.15)$$

式(1.15)称为胡克定律,若将正应力  $\sigma = \frac{N}{A}$  和线应变  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$  代入式(1.15),可得到胡克定律的另一种表达形式,即

$$\sigma = E\varepsilon \quad \left( \text{或 } E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \right) \quad (1.16)$$

上式说明,当杆内正应力不超过某一限度时,应力与应变成正比。这一正应力的限度称为比例极限。在这个限度内,杆件的变形完全是弹性的。式中的比例常数  $E$  是表示材料弹性性质的一个常数,称为拉压弹性模量(杨氏模量)。由于线应变  $\varepsilon$  无量纲,所以  $E$  的量纲与正应力  $\sigma$  相同,为[力]/[长度]<sup>2</sup>,工程上常用 MPa。

### 4. 泊松比(横向变形)

如图 1.6 所示,杆件原横向尺寸为  $b$ ,受拉后缩小为  $b_1$ ,则杆件的横向缩短为

$$\Delta b = b_1 - b \quad (1.17)$$

杆的横向线应变记为

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b} \quad (1.18)$$

实验表明,当杆内正应力不超过材料的比例极限时,横向线应变  $\varepsilon'$  与轴向线应变  $\varepsilon$  之比的绝对值为—常数,即

$$\left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| = \nu \quad (1.19)$$

式中:  $\nu$  为泊松比或横向变形系数,它也是反映材料弹性性质的一个常数。

扭转变形是杆件的基本变形之一,以扭转变形为主的构件称为轴。工程中受纯扭转的构件为数不多,但以扭转变形为主的构件很多。扭转的变形特征为纵向直线变成螺旋形,横截面绕轴线转动一定的角度,通常用  $\phi$  表示,称为扭转角。 $B$  截面相对于  $A$  截面的扭转角称为相对扭转角,记为  $\phi_{AB}$ ,如图 1.7 所示。采用截面法计算杆件扭转变形时的内力。当杆件受一对大小相同、转向相反、矩矢与轴线平行的力偶作用时,如图 1.8(a) 所示,沿杆  $m-m$  截面截开,左段脱离体受力图如图 1.8(b) 所示,右段脱离体受力图如图 1.8(c) 所示。由受力图知,内力只有一项,即矩矢与轴线重合的力偶,称为扭矩,记为  $M_T$ 。由平衡方程可计算出  $M_T$  值,扭矩的量纲为[力]·[长度]。扭矩的符号规定为:矩矢出截面的扭矩为正,矩矢进截面的扭矩为负。任一横截面“截开”,不论是取左脱离体还是右脱离体计算扭矩,扭矩总是同号、同值的。

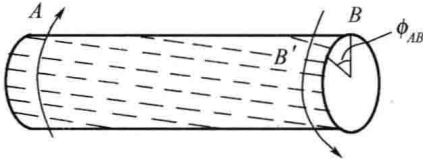


图 1.7 杆件受扭时的变形

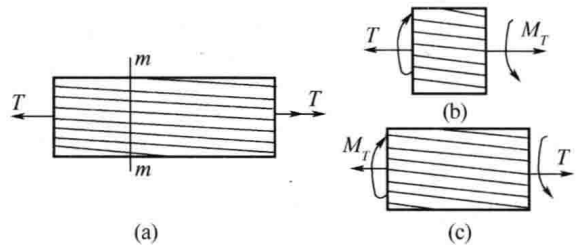


图 1.8 扭转内力

### 5. 剪应力成对定理推论

构件表面无剪应力处,横截面上靠边界处的剪应力必与边界平行。在截面边界处取单元体,如图 1.9 所示,若横截面上靠边界处的剪应力  $\tau_x$  不与边界  $dy$  平行,则可分解  $\tau_{xy}$ 、 $\tau_{xz}$ 。根据剪应力成对定理,在表面上应有  $\tau_{zx}$  与  $\tau_{xz}$  等值。但表面剪应力为 0,即  $\tau_{zx} = 0$ ,所以  $\tau_{xz}$  也只能为 0。横截面上靠边界处只剩下与边界平行的  $\tau_{xy}$ 。

### 6. 剪切胡克定律

两根相互垂直的微线段,变形后夹角的变化值称为角应变(剪应变),记为  $\gamma$ 。平面应力单元体在剪应力  $\tau$  的作用下边长几乎不变,但因夹角发生变化形状有很大改变,如图 1.10(a) 所示,图中  $\gamma_1 + \gamma_2$  就是剪应变  $\gamma$ 。实验得到的低碳钢  $\tau$  与  $\gamma$  关系如图 1.10(b) 所示,它与拉伸试验时的  $\sigma-\varepsilon$  曲线相仿,也有比例极限、弹性极限、屈服极限和强度极限。当  $\tau$  小于比例极限  $\tau_p$  时,剪应力  $\tau$  与剪应变  $\gamma$  成正比,比例系数记为  $G$ ,

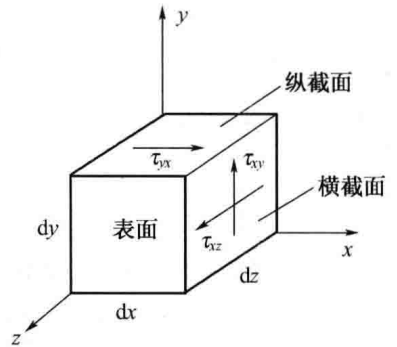


图 1.9 边界处应力单元体



称为剪切弹性模量。可写为

$$\tau = G\gamma \quad (1.20)$$

上式称为剪切胡克定律。

剪切弹性模量  $G$  与抗压弹性模量  $E$  一样,不是所有材料都严格地符合胡克定律,例如铸铁,它的  $\tau-\gamma$  曲线上也无严格的直线阶段,同样是用割线斜率作为剪切弹性模量的。

对于低碳钢,大量的实验结果统计表明,应力值的屈服极限  $\tau_s$  值是 0.55 ~ 0.6 的拉伸屈服极限  $\sigma_s$  值。

材料常数  $E, G, \nu$  之间有如下关系:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1.21)$$

式(1.21)表明  $E, G, \nu$  三个材料常数不是独立的。知道了其中两个,就可以计算出第三个。

### 7. 圆轴扭转时横截面上的应力

为方便观察受扭圆轴的变形,在圆轴表面上画上纵向线和横向线(即圆周线),在外力矩作用下,变形如图 1.11 所示。可看到如下现象:

(1) 圆周线: 圆周线之间的距离保持不变,圆周线仍保持圆周线,直径不变,只是转动了一个角度,轴端面保持平面。

(2) 纵向线: 直线变成螺旋线,保持平行,纵向线与圆周线不再垂直,角度变化  $\gamma$ 。

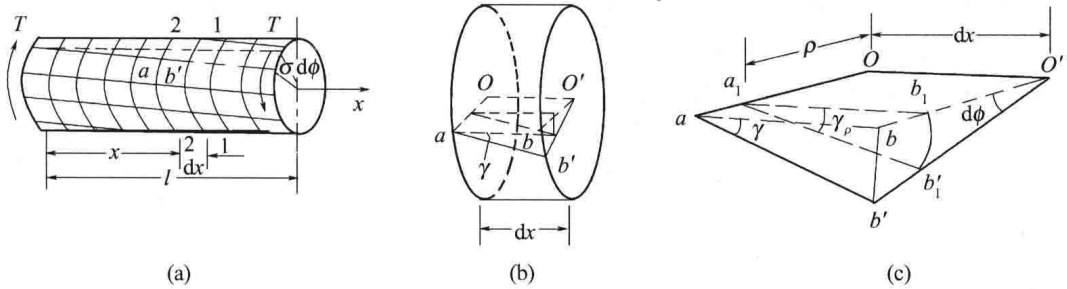


图 1.11 圆轴扭转变形分析

从而提出平面假设: 圆轴横截面始终保持平面,只是刚性地绕轴转动一个角度。根据此假设就可推导出应变规律,各轴线线段长度不变,  $\Delta l = 0$ , 因而横截面上的正应力  $\sigma = 0$ 。

取圆轴上长  $dx$  一段微轴,左截面作为相对静止的面,右截面相对左截面转过  $d\phi$  角,如图 1.11(b) 所示。轴表面的纵向线段  $ab$  变为  $ab'$ ,从横截面上看等于  $\frac{D}{2}d\phi$ ,从表面看  $b\bar{b}' = \gamma dx$ ,因此有

$$\gamma dx = \frac{D}{2}d\phi \quad (1.22)$$

内部变形同表面所见,如图 1.11(c) 所示,因此关于半径为  $\rho$  处的点的周向位移  $bb'$  也有关系式:

$$\gamma_\rho dx = \rho d\phi \quad (1.23)$$

式中:  $\gamma_\rho$  为半径  $\rho$  处的横向线与纵向线的夹角变化值, 即半径为  $\rho$  处的剪应变。

式(1.23)改写成

$$\gamma_\rho = \rho \frac{d\phi}{dx} = \rho\theta \quad (1.24)$$

式中:  $\theta$  为单位扭转角,  $\theta = \frac{d\phi}{dx}$ , 表示扭转变形剧烈的程度,  $\theta$  越大, 变形越严重。

式(1.24)表达了横截面上剪应变的分布规律, 剪应变与半径  $\rho$  成正比。

当材料处于弹性阶段的比例极限以内时, 剪切胡克定律成立得到剪应力的分布规律

$$\tau_\rho = G\gamma_\rho = G\rho\theta \quad (1.25)$$

式(1.25)表示剪应力与半径  $\rho$  成正比, 在外圆周上的剪应力达最大值, 在轴心处  $\tau = 0$ 。由剪应力成对定理可知, 外圆周处的剪应力与圆周线平行, 与半径垂直。由平面假设可推知轴的内部  $\tau$  也与半径垂直。横截面的剪应力分布如图 1.12(b) 所示。

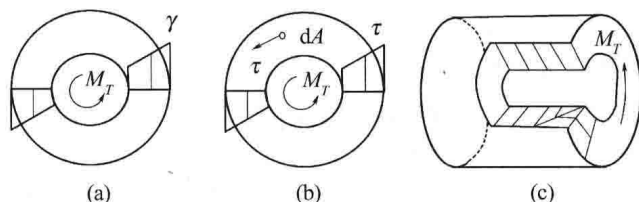


图 1.12 空心圆轴的应力、应变分布图

由内力的定义可知, 各点剪应力对轴线的力矩之和就是扭矩。由于已知扭矩, 便可以求得  $\tau$  值。取截面上截面积  $dA$ , 微面积上剪应力之和为  $\tau dA$ , 此力对轴的力矩为  $\tau dA\rho$ , 整个横截面上的剪应力对轴的转矩为  $M_T$ , 即有

$$M_T = \int_A \rho \tau dA = \int_A G\rho^2 \theta dA = G\theta \int_A \rho^2 dA = M_T = GI_p \theta \quad (1.26)$$

式中:  $I_p$  为极惯性矩,  $I_p = \int_A \rho^2 dA$ 。

从而有

$$\frac{d\phi}{dx} = \theta = \frac{M_T}{GI_p} \quad (1.27)$$

式中:  $GI_p$  为扭转刚度。  $GI_p$  大, 则单位扭转角  $\theta$  小, 变形就不剧烈。

将式(1.27)代入式(1.25), 消去  $G$ , 得圆轴横截面上剪应力计算公式为

$$\tau_\rho = \frac{M_T \rho}{I_p} \quad (1.28)$$

横截面上的剪应力  $\tau$  正比于内力扭矩, 在横截面内剪应力线性分布, 与半径成正比, 剪应力值与材料性质无关, 只取决于内力和横截面形状。可知, 实心圆轴近轴线附近的材料, 在受扭时承担的剪应力很小, 未能发挥材料作用, 而且这部分材料因靠轴线近, 承担的扭矩更小, 因此实心圆截面杆不是理想的受扭杆件。空心圆管耗材少, 抗扭能力强, 以  $\alpha = 0.7$