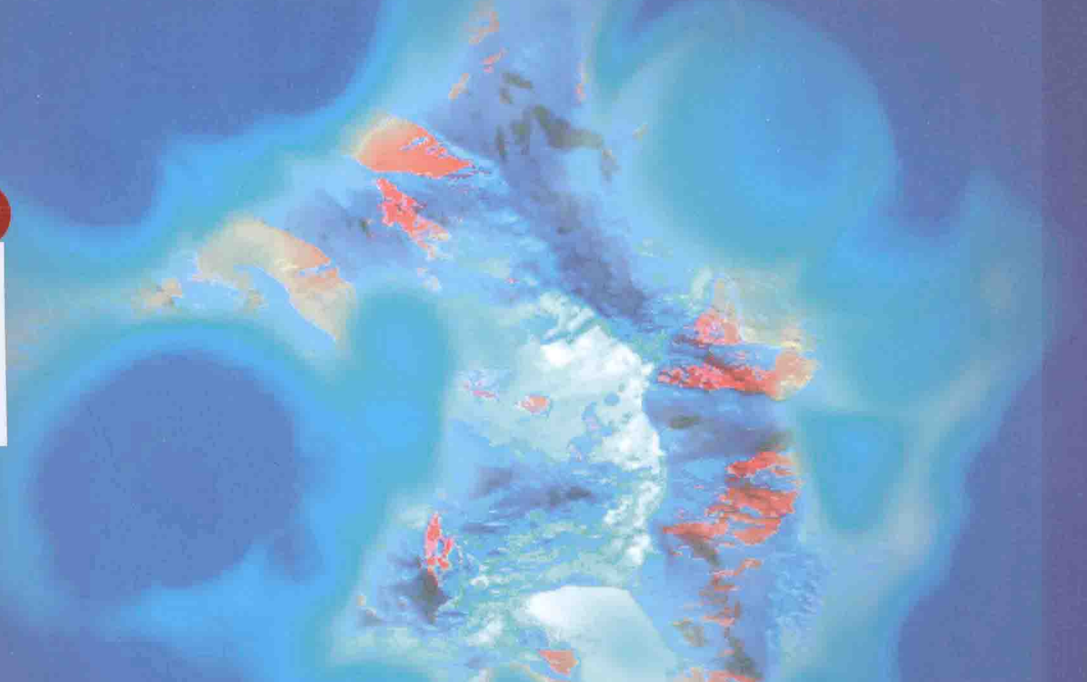
高等学校理工类课程学习辅导丛书

Physics

物理学简明教程学习辅导

马文蔚 陈国庆 周雨青 主编

朱莉 蔡昌梅 殷实 韦娜 包刚 沈才康 副主编



高等教育出版社

高等学校理工类课程学习辅导丛书

Physics

物理学简明教程学习辅导

Wulixue Jianming Jiaocheng Xuexi Fudao

马文蔚 陈国庆 周雨青 主编

朱莉 蔡昌梅 殷实 韦娜 包刚 沈才康 副主编

高等教育出版社·北京

内容提要

本书与马文蔚等编写的《物理学简明教程》配套。本书各章节顺序与主教材一致，每章分基本要求、学习指导、问题分析与讨论和习题分析与解答四个部分。每章均提出教学要求；归纳和总结知识要点，并补充典型例题，进行分析、讨论和解答；分析和讨论主教材中每章的问题；对主教材中每章的习题给出简明分析和解答。全书紧扣主教材，从教学实际出发，注重实用性。

本书适合以《物理学简明教程》为教材的师生作为教学和学习的辅助用书，也可供其他读者学习物理时使用。

图书在版编目（CIP）数据

物理学简明教程学习辅导／马文蔚，陈国庆，周雨青主编．-- 北京：高等教育出版社，2014.12
ISBN 978-7-04-040852-2

Ⅰ．①物… Ⅱ．①马… ②陈… ③周… Ⅲ．①物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ．①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 178407 号

策划编辑 郭亚嫘　责任编辑 张海雁　封面设计 张申申　版式设计 于 婕
插图绘制 杜晓丹　责任校对 刘丽娴　责任印制 田 甜

出版发行 高等教育出版社
社　　址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印　　刷 北京铭成印刷有限公司
开　　本 787mm×960mm 1/16
印　　张 15
字　　数 270 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网　　址 http://www.hep.edu.cn
　　　　 http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.landraco.com
　　　　 http://www.landraco.com.cn
版　　次 2014 年 12 月第 1 版
印　　次 2014 年 12 月第 1 次印刷
定　　价 23.80 元

物 料 号 40852-00

前　言

本书是与马文蔚等编写的《物理学简明教程》配套的辅助教材。

本书的章节顺序与主教材对应，每章包括基本要求、学习指导、问题分析与讨论和习题分析与解答四个部分。基本要求部分，参照教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》，分了解、理解、掌握、熟练掌握等层次对教学内容提出要求，便于读者把握。学习指导部分由基本概念及基本规律和典型例题两个内容组成，基本概念及基本规律部分简明扼要地归纳和总结了各章的知识要点，便于读者理清思路、把握重点、解决难点；典型例题部分选取一些典型例题，作为主教材例题的补充，进行分析、讨论和解答，以供教师课堂讲解或学生自学。问题分析与讨论部分，对主教材中每章的问题给出简明分析和讨论。习题分析与解答部分对主教材中每章的习题给出简明分析和解答。

本书由马文蔚、陈国庆（江南大学）、周雨青主编，基本要求部分和问题分析与讨论部分由陈国庆编写，学习指导部分由朱莉（第一章至第五章）和蔡昌梅（第六章至第九章）编写，习题分析与解答部分由殷实（第一章至第三章）、韦娜（第四章和第五章）、包刚（第六章和第七章）、沈才康（第八章和第九章）编写。全书由马文蔚定稿，周雨青参加了体例和内容方面的讨论。

由于编者水平有限，书中难免有不妥和错误之处，敬请读者批评指正。

编　者

2014 年 5 月于江南大学

目　　录

第一章
质点的运动及其运动定律

一、基本要求

1. 理解参考系、坐标系和质点的概念.

2. 正确理解描述质点运动的四个物理量：位置矢量、位移、速度和加速度的概念. 会求解质点运动的两类问题：(1) 已知运动方程求速度和加速度；(2) 已知加速度和初始条件求速度和运动方程.

3. 掌握圆周运动的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度.

4. 了解相对运动.

5. 掌握牛顿三定律的基本内容，了解其适用范围.

6. 熟练掌握运用牛顿运动定律求解质点动力学问题的方法和步骤.

二、学习指导

(一) 基本概念及基本规律

1. 参考系、坐标系、质点

参考系 为描述物体的运动而选的标准物叫做参考系.

坐标系 为了定量描述质点的运动，需在参考系上选择一个坐标系，如直角坐标系、极坐标系和自然坐标系等.

质点 在一定条件下，可以忽略物体的大小和形状，把物体当作一个有一定质量的点，称为质点. 质点是一个理想模型.

2. 位置矢量、位移矢量、速度、加速度

位置矢量(位矢) 从坐标原点指向质点所在位置的矢量称为位置矢量，用 $\boldsymbol{r}$ 表示.

运动方程 位矢随时间变化的关系式称为质点的运动方程. 即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$$

轨迹方程(参量方程) 运动方程消去 t 便得到质点运动的轨迹方程.

位移矢量(位移) 位矢在一段时间 Δt 内的增量，即自始点 A 指向终点 B 的有向线段，用$\Delta\boldsymbol{r}$ 表示.

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A$$

平均速度 在 Δt 时间内，质点的位移和时间间隔的比值称为质点在这段时间内的平均速度，用$\overline{\boldsymbol{v}}$ 表示.

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$$

瞬时速度(速度) $\Delta t \to 0$ 时，平均速度的极限值，或位矢对时间的一阶导数称为瞬时速度(简称速度)，用$\boldsymbol{v}$ 表示.

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

平均加速度 在 Δt 时间内，质点的速度增量为 $\Delta \boldsymbol{v}$，则单位时间内的速度增量即平均加速度为

$$\overline{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

瞬时加速度(加速度) $\Delta t \to 0$ 时，平均加速度的极限值称为瞬时加速度(简称加速度)，或速度对时间的一阶导数(位矢对时间的二阶导数)，用 $\boldsymbol{a}$ 表示.

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

3. 角量以及角量和线量之间的关系

角坐标 一个作圆周运动的质点某一时刻的位矢与 Ox 轴之间的夹角称为角坐标，用 θ 表示. 注意 θ 是有正负的，若选定沿逆时针方向转动的 θ 为正，则顺时针方向转动的 θ 就为负.

角速度 角坐标 $\theta(t)$ 随时间的变化率称为角速度，用 ω 表示.

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

角加速度 角速度 $\omega(t)$ 随时间的变化率称为角加速度，用 α 表示.

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

角量与线量之间的关系

$$s = r\theta$$

$$v = r\omega$$

$$a_{\mathrm{t}} = r\alpha$$

$$a_{\mathrm{n}} = r\omega^2$$

式中 r 是质点作圆周运动时圆的半径.

4. 相对运动

描述任何质点的运动都应该选择一定的参考系，用不同的参考系描述同一

运动的质点，将有不同的结果.

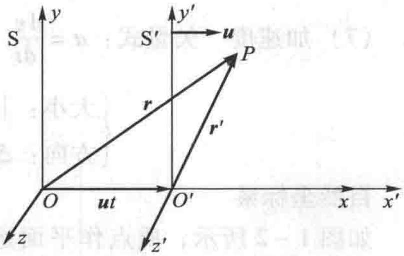


图 1－1

设有两个参考系，一个为 S 系(基本参考系)，另一个为 S′系(运动参考系)，S′系沿 Ox 轴以恒定速度 $\boldsymbol{u}$ 相对于 S 系运动. 如图 1－1 所示，一个质点在两个参考系中位矢和速度变换式分别为：

位矢变换式

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}'+\boldsymbol{u}t$$

式中 $\boldsymbol{r}$ 为质点相对 S 系的位矢，$\boldsymbol{r}'$为质点相对 S′系的位矢，$\boldsymbol{u}t$ 为 S′系相对 S 系的位矢.

速度变换式——伽利略速度变换式

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{u}$$

式中 $\boldsymbol{v}$ 为质点相对 S 系的速度(绝对速度)，$\boldsymbol{v}'$为质点相对 S′系的速度(相对速度)，$\boldsymbol{u}$ 为 S′系相对 S 系的速度(牵连速度).

5. 直角坐标系和自然坐标系中质点运动的描述

直角坐标系

(1) 位矢　矢量式：$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}$

$$\begin{cases}\text{大小：}|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2}\\ \text{方向：}\alpha=\arctan\dfrac{y}{x}\quad(\alpha\text{ 为 }\boldsymbol{r}\text{ 与 }Ox\text{ 轴之间的夹角})\end{cases}$$

(2) 运动方程　矢量式：$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}$

分量式：$x=x(t)$，$y=y(t)$

(3) 轨迹方程　$y(x)$

(4) 位移　矢量式：
$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A=(x_B-x_A)\boldsymbol{i}+(y_B-y_A)\boldsymbol{j}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}$$

$$\begin{cases}\text{大小：}|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}\\ \text{方向：}\boldsymbol{r}_A\text{ 指向 }\boldsymbol{r}_B\text{ 的方向}\end{cases}$$

(5) 平均速度　矢量式：$\overline{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j}=\overline{v}_x\boldsymbol{i}+\overline{v}_y\boldsymbol{j}$

$$\begin{cases}\text{大小：}\overline{v}=\sqrt{v_x^2+v_y^2}\\ \text{方向：}\Delta\boldsymbol{r}\text{ 的方向}\end{cases}$$

(6) 速度　矢量式：$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}$

$$\begin{cases}\text{大小：}|\boldsymbol{v}|=v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}\\ \text{方向：沿该点曲线的切线方向}\end{cases}$$

(7) 加速度　矢量式：$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}$

$$\begin{cases}\text{大小：}\ |\boldsymbol{a}|=a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}\\ \text{方向：}\ \Delta\boldsymbol{v}\ \text{的极限方向}\end{cases}$$

自然坐标系

如图 1-2 所示，质点作平面运动，并且在运动轨迹 $s=s(t)$ 已知的情况下，我们可以选定轨迹上任意一点 O 为原点，用轨迹的长度 s 来描述质点的位置，用 $\boldsymbol{e}_\mathrm{t}$ 表示质点沿轨迹切向的单位矢量，$\boldsymbol{e}_\mathrm{n}$ 表示沿轨迹法向(指向凹面)的单位矢量，$\boldsymbol{e}_\mathrm{t}\perp\boldsymbol{e}_\mathrm{n}$，方向随时间而变化，这种顺着已知的质点运动轨迹建立起来的坐标系称为自然坐标系.

(1) 自然坐标　$s=s(t)$

(2) 速度　$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{e}_\mathrm{t}=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\mathrm{t}$　($\boldsymbol{v}$ 沿轨迹切线方向)

(3) 加速度　矢量式：$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_\mathrm{t}+\boldsymbol{a}_\mathrm{n}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\mathrm{t}+\dfrac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_\mathrm{n}$

$$\begin{cases}\text{大小：}\ a=\sqrt{a_\mathrm{t}^2+a_\mathrm{n}^2}\\ \text{方向：}\ \varphi=\arctan\dfrac{a_\mathrm{n}}{a_\mathrm{t}}\quad(\varphi\ \text{为}\ \boldsymbol{a}\ \text{与}\ \boldsymbol{a}_\mathrm{t}\ \text{之间的夹角})\end{cases}$$

式中 ρ 是质点运动轨迹上某点的曲率半径，$\boldsymbol{a}_\mathrm{t}$ 为切向加速度，$\boldsymbol{a}_\mathrm{n}$ 为法向加速度，如图 1-3 所示.

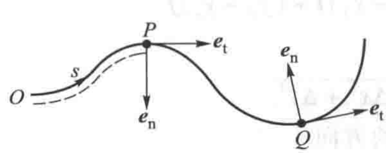


图 1-2

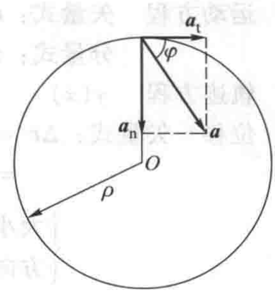


图 1-3

6. 弄清以下几个问题

(1) 位移和位矢有何区别?

位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和位矢 $\boldsymbol{r}$ 虽然都是矢量，但二者是两个不同的物理量. 位矢是在某一时刻，以坐标原点为起点，以运动质点所在位置为终点的有向线段，而位移是在一段时间间隔内，从质点的起始位置指向质点的终止位置的有向线段；位矢描述的是某一时刻运动质点在空间中的位置，而位移描述的是某一段时间间隔内运动质点位置变动的大小和方向；位矢与时刻相

对应，位移与时间间隔相对应．在一般情况下，两者不相同．

（2） 位移和路程有何区别？在什么情况下两者的量值相等？

路程是在某段时间内，质点所经路径（轨迹）的总长度，一般为曲线的弧长，而位移是在这段时间内，从起始位置指向终止位置的有向线段；路程是标量，只有大小，无方向，并且恒为正．位移是矢量，不仅有大小，而且有方向；曲线运动时，$|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta s$. 只有在质点作单方向直线运动时，位移的大小与路程的量值才相等．或当 $\Delta t \to 0$ 时，$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$.

（3） 平均速度与瞬时速度有何区别？

平均速度$\overline{\boldsymbol{v}} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$与一段时间间隔相联系，只能粗略地描述质点的运动．瞬时速度$\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$是当时间 $\Delta t \to 0$ 时平均速度的极限值，与某一时刻相联系，精确地描述某时刻质点运动的情形．

（4） 平均速度和平均速率有何区别？在什么情况下两者的量值相等？

平均速率是运动质点所经过的路程与时间的比值，即 $\overline{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$是标量；平均速度是运动质点的位移与时间的比值，即$\overline{\boldsymbol{v}} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$是矢量．一般情况下，$|\overline{\boldsymbol{v}}| \neq \overline{v}$，只有当质点作单方向直线运动时，平均速度的大小与平均速率的量值才相等．

（5） 速度和速率有何区别？

速率 $v = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$描述质点运动的快慢，只有大小，无方向，是标量；而速度$\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$则同时描述了质点运动的快慢和方向，不仅有大小，而且有方向，是矢量．但当 $\Delta t \to 0$ 时，$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$，所以$|\boldsymbol{v}| = v$.

7. 牛顿运动定律

牛顿第一定律　任何物体都要保持其静止或匀速直线运动状态，直到外力迫使它改变运动状态为止．其数学表达式为

$$\boldsymbol{F} = 0 \text{ 时}, \quad \boldsymbol{v} = \text{常矢量}$$

该定律说明：

（1） 任何物体都具有保持原有运动状态不变的性质，因此第一定律又称惯性定律．

（2） 力是迫使物体改变运动状态，产生加速度的原因．

（3） 适用于惯性系．

牛顿第二定律　物体动量随时间的变化率等于作用于物体的合外力．其数

学表达式为

$$\boldsymbol{F}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t}$$

此式又称为质点动力学方程. 当物体的速度远小于光速($v \ll c$)时，m 为常量，上式可写成

$$\boldsymbol{F}=m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=m\boldsymbol{a}$$

(1) 牛顿第二定律表示物体在某瞬时所受的力与该时刻的加速度之间的关系.

(2) 当几个外力同时作用于物体时，所有外力的矢量和等于物体的质量乘以加速度，具体计算时常用它的分量式.

在直角坐标系中　矢量式：$\boldsymbol{F}=ma_x\boldsymbol{i}+ma_y\boldsymbol{j}+ma_z\boldsymbol{k}$

$$\text{分量式：}\begin{cases}F_x=ma_x\\F_y=ma_y\\F_z=ma_z\end{cases}$$

在自然坐标系中　矢量式：$\boldsymbol{F}=ma_{\mathrm{t}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}+ma_{\mathrm{n}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}$

$$\text{分量式：}\begin{cases}F_{\mathrm{t}}=ma_{\mathrm{t}}=m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\\F_{\mathrm{n}}=ma_{\mathrm{n}}=m\dfrac{v^2}{\rho}\end{cases}$$

F_{t}和 F_{n} 分别表示合外力的切向分量和法向分量，ρ 是质点所在处曲线的曲率半径.

(3) 适用于宏观物体的低速($v \ll c$)运动.

(4) 适用于惯性系.

牛顿第三定律　两个物体之间的作用力和反作用力，沿同一直线，大小相等，方向相反，分别作用在两个物体上. 其数学表达式为

$$\boldsymbol{F}=-\boldsymbol{F}'$$

该定律表明了作用力和反作用力：

(1) 是同时产生，同时存在，同时消灭的一对力.

(2) 分别作用在两个物体上，不能相互抵消.

(3) 二者大小相等，方向相反，性质相同，而且在同一直线上.

(4) 适用于惯性系.

8. 力学中几种常见力

物体作机械运动时，尽管受力情况十分复杂，但按力的性质来分有万有引力(包括重力)、弹性力(张力、正压力、支持力等)、摩擦力(静摩擦力和滑动摩擦力). 为了能正确分析物体的受力，必须要把握各类力的特点，明确在什么

条件下物体受哪种力，这种力的大小和方向如何.

万有引力

$$\boldsymbol{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\boldsymbol{e}_r$$

$\boldsymbol{F}$ 是两个质点之间的引力. 式中 m_1、m_2 分别是两个质点的质量，r 是两个质点之间的距离，G 为引力常量($G=6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{kg}^{-2}$)，$\boldsymbol{e}_r$ 为 m_1 指向 m_2 的单位矢量，负号表示 m_1 施于 m_2 的万有引力 $\boldsymbol{F}$ 的方向始终与沿位矢的单位矢量 $\boldsymbol{e}_r$ 的方向相反(图 1-4).

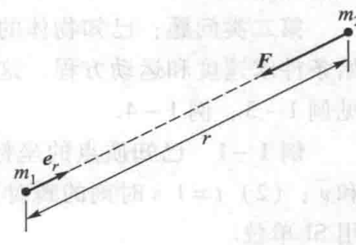


图 1-4

地球对地面附近物体的万有引力叫做重力，用 $\boldsymbol{P}$ 表示. 重力的大小又叫重量.

$$\boldsymbol{P} = m\boldsymbol{g}$$

式中 $\boldsymbol{g}$ 为地球表面附近的重力加速度($g=9.8\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$).

学习时应注意：

(1) 视重与重力的区别. 如宇航员乘坐宇宙飞船以 a 加速上升时，其视重大于重力，即 $P'=m(g+a)>P$；当他加速下降时，视重小于重力，即 $P'=m(g-a)<P$；当他作自由落体运动($a=g$)时，则 $P'=0$，称为失重.

(2) 重量与质量的区别. 质量是物体的内在属性，是不随物体所处位置而变化的；重量是物体所受重力的大小，随物体所处位置的不同而改变. 物体在地球的不同地点，其质量不变而重量稍有变化：在赤道地区最小，在两极附近最大.

弹性力 相互接触的两个物体，彼此挤压而产生形变时所产生的欲使其恢复原来形状的力叫做弹性力.

常见的弹性力有：弹簧被拉伸或压缩时产生的弹性力($F=-kx$)；绳索被拉紧时所产生的张力；重物放在支承面上产生的正压力和支持力等.

摩擦力 两个互相接触的物体间有相对滑动的趋势，但尚未相对滑动时，在接触面上便产生阻碍物体发生相对滑动的力称为静摩擦力. 它随着外力的增大而增大.

$$F_{\mathrm{f0m}} = \mu_0 F_{\mathrm{N}}$$

式中 F_{f0m} 为最大静摩擦力，μ_0 为静摩擦因数，F_{N} 为物体的正压力.

当外力超过最大静摩擦力时，两物体间出现相对滑动，这时仍存在一对阻止物体相对滑动的摩擦力，称为滑动摩擦力 F_{f}.

$$F_{\mathrm{f}} = \mu F_{\mathrm{N}}$$

μ 为动摩擦因数. 若未特别指明，可认为 $\mu=\mu_0$，但实际上应是 $\mu\leqslant\mu_0$.

（二）典型例题

1. 运动学两类问题

第一类问题：已知物体的运动方程 $\boldsymbol{r}(t)$，求运动状态量．这类问题要应用微分法．见例 1－1、例 1－2.

第二类问题：已知物体的速度及初始条件求运动方程，或已知加速度及初始条件求速度和运动方程．这类问题要应用积分法，在计算上较为复杂一些．见例 1－3、例 1－4.

例 1－1 已知质点的坐标为 $x=2t$，$y=6-2t^2$．求：（1）1～2 s 内的 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和 $\overline{\boldsymbol{v}}$；（2）$t=1$ s 时刻的瞬时速度 $\boldsymbol{v}_1$；（3）任意时刻的加速度．式中各量均采用 SI 单位.

解 这是二维直角坐标系下的平面运动，可用矢量式求解.

（1）由题意知，任意时刻的位矢为

$$\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(6-2t^2)\boldsymbol{j}$$

将 $t=1$ s 和 $t=2$ s 代入上式可得，1 s 和 2 s 时刻的位矢分别为

$$\boldsymbol{r}_1=(2\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})\,\mathrm{m}$$

$$\boldsymbol{r}_2=(4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j})\,\mathrm{m}$$

1～2 s 内的位移为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}=(2\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j})\,\mathrm{m}$$

1～2 s 内的平均速度为

$$\overline{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=(2\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j})\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

（2）由 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 得任一时刻的速度为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j}$$

将 $t=1$ s 代入上式可得，1 s 时的速度为

$$\boldsymbol{v}_1=(2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j})\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

（3）由 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 得，任一时刻的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-4\boldsymbol{j}\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$$

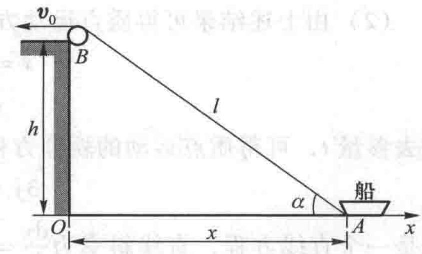
例 1－2 如图所示，在离水面高度为 h 的岸边有人用绳子跨过一定滑轮用恒定的速度 v_0 拉船靠岸，试分析船运动的速率比 v_0 大还是比 v_0 小？船是否作匀速运动？

解 设绳长为 l，船的速率为 u，在时刻 t 船位于 A 处，船离岸边 O 点的距离为 x，船前进时，绳长 l、x 和 α 角都在改变．在三角形 AOB 中，有

$$l^2 = x^2 + h^2$$

上式对时间 t 求导数得

$$2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = 2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$



例 1－2 图

因为 $v_0 = \dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$，$u = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，故船速为

$$u = \frac{l}{x}v_0 = \frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}v_0 = \frac{v_0}{\cos\alpha}$$

可见船速 u 大于绳速 v_0．由于 v_0 是常量，船前进时随着 α 角的增大，船速将越来越快，船作加速运动．设船的加速度为 a，则

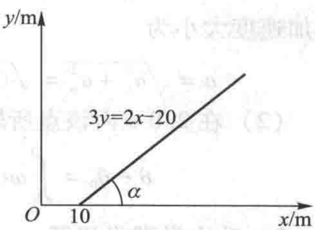
$$a = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}v_0\right) = -\frac{h^2}{x^3}v_0^2$$

式中负号表示加速度的方向与 Ox 轴的正向相反，指向岸边．船作变加速直线运动．

那么为什么不能用 $u = v_0\cos\alpha$ 来求船速呢？这是因为虽然绳头的速率为 v_0，但由于角 α 也在变化，所以通过定滑轮后绳上各点的速率并不是 v_0，从定滑轮到船头的这段绳上各点速率均不相同，绳上各点既有平动又有绕定滑轮的转动，是两种运动的合成，因此与船相连处绳尾的速率大于 v_0，故不能用 $u = v_0\cos\alpha$来求船速．

例 1－3　一质点具有恒定加速度 $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}$，在 $t = 0$ 时，$\boldsymbol{r}_0 = 10\boldsymbol{i}$，$v_0 = 0$．求：(1) 任意时刻的速度和位矢；(2) 质点在 Oxy 平面上的轨迹方程，并画出轨迹的示意图．式中各量单位均采用 SI 单位．

解　该题属于质点运动学的第二类问题，已知加速度 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}(t)$ 及初始条件，求速度及运动方程，采用积分的方法来解决．



例 1－3 图

(1) 由加速度定义式 $\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 及初始条件 $t_0 = 0$ 时，$v_0 = 0$，积分可得

$$\int_0^{v}\mathrm{d}\boldsymbol{v} = \int_0^{t}\boldsymbol{a}\mathrm{d}t = \int_0^{t}(6\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$

$$\boldsymbol{v} = 6t\boldsymbol{i} + 4t\boldsymbol{j}$$

又由$\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$及初始条件 $t = 0$ 时，$\boldsymbol{r}_0 = 10\boldsymbol{i}$，积分可得

$$\int_{r_0}^{r}\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_0^{t}\boldsymbol{v}\mathrm{d}t = \int_0^{t}(6t\boldsymbol{i} + 4t\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$

$$\boldsymbol{r} = (10 + 3t^2)\boldsymbol{i} + 2t^2\boldsymbol{j}$$

(2) 由上述结果可得质点运动方程的分量式，即

$$x = 10 + 3t^2$$

$$y = 2t^2$$

消去参量 t，可得质点运动的轨迹方程为

$$3y = 2x - 20$$

这是一个直线方程，直线斜率为$\frac{dy}{dx} = \tan\alpha = \frac{2}{3}$，$\alpha = 33°41'$. 轨迹为如图所示的直线.

例 1-4 一半径为 0.50 m 的飞轮在启动时的短时间内，其角速度与时间的二次方成正比，在 $t = 2.0$ s 时测得轮缘一点的速度值为 $4.0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. 求：(1) 该轮在 $t' = 0.5$ s 时的角速度，轮缘一点的切向加速度、法向加速度和加速度的大小；(2) 该点在 2.0 s 内所转过的角度.

解 (1) 因 $\omega r = v$，由题意 $\omega \propto t^2$ 得比例系数

$$k = \frac{\omega}{t^2} = \frac{v}{rt^2} = \frac{4.0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}{0.50\ \mathrm{m} \times (2.0\ \mathrm{s})^2} = 2\ \mathrm{rad \cdot s^{-3}}$$

$$\omega = 2t^2$$

所以 ω 是 t 的函数，则 $t' = 0.5$ s 时的角速度、轮缘一点的切向加速度和法向加速度分别为

$$\omega = 2t'^2 = 2 \times 0.5^2 = 0.5(\mathrm{rad \cdot s^{-1}})$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r = 4t'r = 2.0 \times 0.50 = 1.0(\mathrm{m \cdot s^{-2}})$$

$$a_n = \omega^2 r = (0.5\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}})^2 \times 0.50\ \mathrm{m} = 0.125\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

故加速度大小为

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(1.0)^2 + (0.125)^2}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = 1.01\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

(2) 在 2.0 s 内该点所转过的角度

$$\theta - \theta_0 = \int_0^2 \omega dt = \int_0^2 2t^2 dt = \frac{2}{3}t^3 \Big|_0^2 = 5.33(\mathrm{rad})$$

2. 动力学两类问题

第一类问题：恒力作用下的单体或连接体问题. 每个物体受力均为恒力，加速度为常量，由此计算速度和运动方程较容易. 此类问题的重点在于求未知的加速度和力. 见例 1-5.

该类题的解题步骤：

(1) 确定研究对象；

(2) 隔离物体，受力分析，画出受力图；

(3) 选定坐标系，将各力及加速度都沿坐标轴方向投影，列出牛顿第二

定律的分量式方程及辅助方程；

(4) 对所有方程式联立求解，并对结果作简短讨论.

第二类问题： 变力作用下的单体问题. 物体受力随位置变化 $\boldsymbol{F}(r)$（如引力、弹性力等）、随时间变化 $\boldsymbol{F}(t)$（如碰撞、强迫振动等）或随速度变化 $\boldsymbol{F}(v)$（如摩擦阻力、黏性力等）. 一般在这类问题中，用牛顿第二定律列方程并不复杂，但计算物体的速度和运动方程比较难，所以此类问题的重点在于微分方程的求解. 见例 1－6.

该类题的解题步骤：

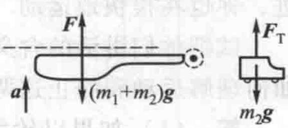
(1) 分析物体所受力的性质；

(2) 在选定坐标系中列出运动方程分量式；

(3) 求解上述方程；

(4) 代入初始条件（亦即 $t=0$ 时的 x_0 或 v_0）并计算所需结果.

例 1－5 一架质量为 5 000 kg 的直升机吊起一辆 1 500 kg 的汽车以 0.60 $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ 的加速度向上升起. (1) 空气作用在螺旋桨上的上举力多大? (2) 吊汽车的缆绳中张力多大? 设缆绳质量不计.



例 1－5 图

解 (1) 如图所示，对直升机－汽车整体，由牛顿第二定律，有

$$F-(m_1+m_2)g=(m_1+m_2)a$$

故 $F=(m_1+m_2)(g+a)=(5\,000+1\,500)\times(9.8+0.6)\ \mathrm{N}=6.76\times10^4\ \mathrm{N}$

(2) 对汽车，由牛顿第二定律得

$$F_{\mathrm{T}}-m_2g=m_2a$$

$$F_{\mathrm{T}}=m_2(g+a)=1\,500\times(9.8+0.6)\ \mathrm{N}=1.56\times10^4\ \mathrm{N}$$

例 1－6 一艘质量为 m 的电艇，以速度 v_0 直线行驶，现关闭发动机，其所受阻力为 $F_{\mathrm{f}}=-kv^2$，式中 k 为常量，试求电艇关闭发动机后行驶 l 距离时的速度大小.

解 取电艇行驶方向为 x 轴正向，关闭发动机时电艇的位置为坐标原点，由牛顿第二定律，有

$$F=F_{\mathrm{f}}=ma$$

即
$$-kv^2=ma \tag{1}$$

而
$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

即
$$a=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} \tag{2}$$

代入式(1)，得