理工类本科生

Mathematics

21世纪高等学校数学系列教材

新编数学分析（上册）

■ 林元重 著

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

理工类本科生

Mathematics

21世纪高等学校数学系列教材

新编数学分析（上册）

林元重 著

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新编数学分析. 上册/林元重著. —武汉:武汉大学出版社,2014.11
21 世纪高等学校数学系列教材. 理工类本科生
ISBN 978-7-307-14486-6

Ⅰ.新… Ⅱ.林… Ⅲ.数学分析—高等学校—教材 Ⅳ.O17

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 234898 号

责任编辑:李汉保　　责任校对:鄢春梅　　版式设计:马　佳

出版发行:**武汉大学出版社**　(430072　武昌　珞珈山)
(电子邮件:cbs22@ whu. edu. cn 网址:www. wdp. whu. edu. cn)
印刷:武汉中科兴业印务有限公司
开本:787×1092　1/16　印张:14　字数:336 千字　插页:1
版次:2014 年 11 月第 1 版　2014 年 11 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-307-14486-6　定价:29.00 元

——微积分是科学史上最伟大的发现,她是数学王国里的一部史诗。我们应该给她谱上美妙的“音符”。

——数学分析就像一座风光无限的泰山,而那些抽象概念和理论就是挡在通往山顶道路上的峭壁。在峭壁上修筑“栈道”是我们的责任。

——数学分析课程就好比是给数学学子定制的“校服”,校服是否“合身”,取决于它的设计——教材内容的编排是否合适。为莘莘学子量身设计完美的“款式”是我们的义务。

内 容 提 要

本书是为适应新时期教学与改革的需要而编写的，它是作者长期教学实践的总结和系统研究的成果。本书的重要特色是：注意结合数学思维的特点，浅入深出，从朴素概念出发，通过揭示概念的本质属性建立了抽象概念及其理论体系。解决了抽象概念、抽象理论引入难、讲解难、理解难、掌握难的问题。全书以清新的笔调，朴实的语言，缜密的构思诠释了数学分析的丰富内涵。

全书分上、下两册。上册包括极限论、一元函数微分学、一元函数积分学。下册包括级数论、多元函数微分学、多元函数积分学。

本书可以供高等学校数学类专业使用，也可以作为理工科专业的参考用书。

序

数学是研究现实世界中数量关系和空间形式的科学。长期以来,人们在认识世界和改造世界的过程中,数学作为一种精确的语言和一个有力的工具,在人类文明的进步和发展中,甚至在文化的层面上,一直发挥着重要的作用。作为各门科学的重要基础,作为人类文明的重要支柱,数学科学在很多重要的领域中已起到关键性、甚至决定性的作用。数学在当代科技、文化、社会、经济和国防等诸多领域中的特殊地位是不可忽视的。发展数学科学,是推进我国科学研究和技术发展,保障我国在各个重要领域中可持续发展的战略需要。高等学校作为人才培养的摇篮和基地,对大学生的数学教育,是所有的专业教育和文化教育中非常基础、非常重要的一个方面,而教材建设是课程建设的重要内容,是教学思想与教学内容的重要载体,因此显得尤为重要。

为了提高高等学校数学课程教材建设水平,由武汉大学数学与统计学院与武汉大学出版社联合倡议,策划,组建21世纪高等学校数学课程系列教材编委会,在一定范围内,联合多所高校合作编写数学课程系列教材,为高等学校从事数学教学和科研的教师,特别是长期从事教学且具有丰富教学经验的广大教师搭建一个交流和编写数学教材的平台。通过该平台,联合编写教材,交流教学经验,确保教材的编写质量,同时提高教材的编写与出版速度,有利于教材的不断更新,极力打造精品教材。

本着上述指导思想,我们组织编撰出版了这套21世纪高等学校数学课程系列教材,旨在提高高等学校数学课程的教育质量和教材建设水平。

参加21世纪高等学校数学课程系列教材编委会的高校有:武汉大学、华中科技大学、云南大学、云南民族大学、云南师范大学、昆明理工大学、武汉理工大学、湖南师范大学、重庆三峡学院、襄樊学院、华中农业大学、福州大学、长江大学、咸宁学院、中国地质大学、孝感学院、湖北第二师范学院、武汉工业学院、武汉科技学院、武汉科技大学、仰恩大学(福建泉州)、华中师范大学、湖北工业大学等20余所院校。

高等学校数学课程系列教材涵盖面很广,为了便于区分,我们约定在封首上以汉语拼音首写字母缩写注明教材类别,如:数学类本科生教材,注明:SB;理工类本科生教材,注明:LGB;文科与经济类教材,注明:WJ;理工类硕士生教材,注明:LGS,如此等等,以便于读者区分。

武汉大学出版社是中共中央宣传部与国家新闻出版署联合授予的全国优秀出版社之一。在国内有较高的知名度和社会影响力,武汉大学出版社愿尽其所能为国内高校的教学与科研服务。我们愿与各位朋友真诚合作,力争使该系列教材打造成为国内同类教材中的精品教材,为高等教育的发展贡献力量!

21世纪高等学校数学系列教材编委会

2014年7月

前　言

数学分析作为数学与应用数学专业（或相近专业）的一门基础课，由于内容多、用途广、教学周期特别长，其重要地位不言而喻。

但是，社会发展需求的变化，生源知识基础的变化，教学方法和手段的变化，却未能促使数学分析教材的风格变化。教材的编写忽视了对数学概念、理论引入的直观性和实效性。以“抽象解释抽象”的情况时有发生，严重背离“分析”二字，使数学分析几乎成了“抽象——抽象”的代名词。学生难读、教师难教的现象十分严重。教材成了制约教学质量和教学效果的“瓶颈”。《新编数学分析》就是在不断解开这些“瓶颈”的过程中应运而生的。

《新编数学分析》是作者长期教学实践的总结和系统研究的成果，具有以下特点：

1. 注意结合数学思维的特点，浅入深出，从朴素概念出发，通过揭示概念的本质属性建立了抽象概念及其理论体系。解决了抽象概念、抽象理论引入难、讲解难、理解难、掌握难的问题。

2. 语言表达精练、逻辑性强、层次结构清晰、图文并茂，重点突出。

3. 将生动有效的教学指导方法融入教材结构，使学生易读，教师易教。

4. 对教材结构的编排体系进行改革与创新，使之更具有条理性和完整性。

全书分上、下两册共6章。为了适应不同层次（如专科、本科）的教学需要，作者将少量难度大的内容用小号字排印，供选学之用。在每一章末尾还有用小字号排印的“解题补缀”，以起到解题补充、点缀之作用，同时也可以作为学生今后考研的参考。

2014年2月，国家提出了“加快构建以就业为导向的现代职业教育体系，引导地方本科高校向应用技术型高校转型，向职业教育转型”的发展思路。根据这一思路，师资和教材对于院校的转型发展是重要因素。《新编数学分析》正是顺应了这一历史性变革发展的需要，是对数学教材编排体系和思维方法的改革与创新。

《新编数学分析》承蒙我的同事刘鹏林教授和武汉大学出版社编辑李汉保先生的认真审改，纠正了一些错误和不妥之处，并提出许多宝贵的意见和建议，他们的辛勤劳动使书稿的质量有了明显的提高。武汉大学出版社王金龙先生为本书的策划出版给予了大力支持。在此向他们表示衷心的感谢！

由于作者水平有限，不妥之处在所难免，恳请专家、同行批评指正。

林元重

2014年8月

目　　录

第1章 极 限 论

1.1 引 言

1.1.1 数学分析是什么

数学分析由于其主要内容是微积分，所以也称为微积分学.微积分是研究什么的呢？让我们来考查以下两个经典问题.

例 1.1（瞬时速度）设一质点作直线运动，其运动规律为 $s=f(t)$，s 为质点在时刻 t 时的位置坐标.求该质点在 t_0 时刻的速度.

考查质点从时刻 t_0 到 t 这段时间内的运动，在这段时间内质点运动的平均速度是

$$\overline{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{f(t_0+\Delta t)-f(t_0)}{\Delta t} \tag{1-1}$$

$\overline{v}$ 刻画了在这段时间内质点运动的平均快慢程度，但不能刻画 $t=t_0$ 这一瞬间的快慢程度 v_0.不过，只要 t 愈接近 t_0，$\overline{v}$ 就愈接近 v_0，换句话说，当 t 无限接近于 t_0 时，$\overline{v}$ 将趋近于 v_0.我们把这一事实记成

$$\lim_{t\to t_0}\overline{v}=v_0 \quad 或 \quad \overline{v}\to v_0 \quad (t\to t_0)$$

并说当 $t\to t_0$ 时，$\overline{v}$ 以 v_0 为极限.符号 lim 表示极限的意思.这样，求瞬时速度就归结为求平均速度的极限，即

$$v_0=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{f(t_0+\Delta t)-f(t_0)}{\Delta t} \tag{1-2}$$

由式(1-2)所表示的极限实质上是一种变化率，是因变量 s 依自变量 t 的（瞬时）变化率.

我们通常把这种瞬时变化率称为函数的导数或微商.记为 $s'(t_0)$，即

$$s'(t_0)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{f(t_0+\Delta t)-f(t_0)}{\Delta t} \tag{1-3}$$

有关变化率的问题，在科学和技术问题中是普遍存在的.如力学中求物体变速运动的速度、加速度及角速度；物理、化学中求物质的比热、密度及浓度；经济学中求国民经济的发展速度、劳动生产率；几何学中求曲线的切线斜率，等等，这些具体问题都可以归结为求两变量间的变化率，即函数的导数.研究导数及其应用是微分学中的主要课题.

例 1.2（曲边梯形的面积）设 $f(x)\geqslant 0$，$a\leqslant x\leqslant b$.由曲线 $y=f(x)$，直线 $x=a$ 和 $x=b$ 以及 x 轴所围成的图形（区域）称为曲边梯形（见图 1-1），求该曲边梯形的面积.

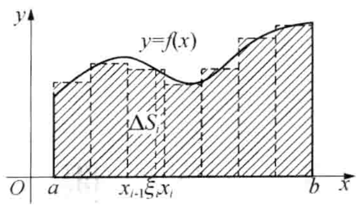

图 1-1

如图 1-1 所示,用平行于 y 轴的直线 $x=x_i(i=1,2,\cdots,n-1)$ 将原曲边梯形分割成 n 个小曲边梯形.每个小曲边梯形的面积近似于小矩形的面积,即

$$\Delta S_i \approx f(\xi_i)\Delta x_i, \Delta x_i = x_i - x_{i-1}.$$

原曲边梯形的面积 S 近似于各小矩形的面积之和,即

$$S=\sum_{i=1}^{n}\Delta S_i \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i \tag{1-4}$$

从图 1-1 中可以看出,当上述分割越来越密时,式(1-4)的近似程度越来越高,即当每个 $\Delta x_i \to 0$(此时,$n\to\infty$),有 $\sum\limits_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i \to s$,即

$$S=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i \tag{1-5}$$

由式(1-5)所表示的极限称为"和式极限".和式极限问题在科学和技术领域中非常普遍,如力学中求变力做功、物体的重心及转动惯量;物理、化学中求非均匀物体的质量、热量及压力;几何中求曲线的长度,平面图形的面积及物体的体积等,这些具体问题都归结为求类似的和式极限.在积分学中,我们把这类和式极限称为函数的定积分.记为

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i \tag{1-6}$$

研究函数的积分及其应用是积分学中的主要课题.

导数和定积分是一元微积分中两个完全不同的基本概念,二者之间有着密切的联系,这就是微积分学的基本定理,即牛顿 — 莱布尼兹公式.

由于描述现实世界中事物的函数,在更多情形下,是带有多个变量的函数,即多元函数.而我们所描述的事物的性质又和一元函数描述的情形具有很大相似性,这就有了多元微积分.多元微积分是一元微积分的推广.在许多情况下,解决多元微积分的问题需要用到一元微积分的知识.

另外,在科学实验和工程技术中,一些复杂问题可以看成由许多简单问题叠加而成,这就产生了级数理论.级数是有限个数相加的推广,解决级数问题需要微积分方法.

以上所提到的三个方面(一元微积分、多元微积分、级数理论)加上极限理论,就构成了数学分析的全部内容.所谓数学分析就是在极限概念公理化定义的基础上,围绕函数的微积分、级数理论等一系列问题,演绎成的一套完整理论体系.至于这门课程在数学专业课程中的地位,我们可以这样说:"大学数学方法就是数学分析的方法".

1.1.2 关于实数的基本概念和性质

从上面的讨论中我们可以看出,如果把数学分析当成一个集合,那么,构成这个集合的

基本元素就是函数，而极限方法就是数学分析的基本方法.在这一节里，为学习新理论奠定基础，我们将归纳有关实数与函数的一些基本概念和性质，其中大部分性质在中学数学课程中已介绍过.

1. 实数及其性质

我们知道，实数由有理数与无理数组成.有理数既可以用分数$\dfrac{p}{q}$（p,q 为整数，$q\neq 0$）表示，也可以用（十进制）有限小数或无限循环小数来表示；而十进制无限不循环小数称为无理数.

我们把全体实数构成的集合称为实数域，记为 $\mathbf{R}$；全体有理数构成的集合称为有理数集，记为 $\mathbf{Q}$；全体整数构成的集合称为整数集，记为 $\mathbf{Z}$；全体非负整数构成的集合称为自然数集，记为 $\mathbf{N}$；全体正整数构成的集合记为 $\mathbf{N}_+$.

实数域的任何一个子集都称为数集.常见的数集就是区间，区间有以下几种形式：

开区间$(a,b)=\{x\mid a<x<b\}$；　　闭区间　$[a,b]=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$；

半开半闭区间$(a,b]=\{x\mid a<x\leqslant b\}$；　$[a,b)=\{x\mid a\leqslant x<b\}$；

无穷区间$(-\infty,b)=\{x\mid x<b\}$；　　$(-\infty,b]=\{x\mid x\leqslant b\}$；

$(a,+\infty)=\{x\mid x>a\}$；　$[a,+\infty)=\{x\mid x\geqslant a\}$；　$(-\infty,+\infty)=\mathbf{R}$.

此外，还常用到以下几个特殊的数集：

点 a 的邻域　　$U(a,\delta)=\{x\mid |x-a|<\delta\}=(a-\delta,a+\delta)$，简记为 $U(a)$；

点 a 的空心邻域　　$U^{\circ}(a,\delta)=\{x\mid 0<|x-a|<\delta\}$，简记为 $U^{\circ}(a)$；

点 a 的右邻域　　$U_+(a,\delta)=[a,a+\delta)$，简记为 $U_+(a)$；

点 a 的左邻域　　$U_-(a,\delta)=(a-\delta,a]$，简记为 $U_-(a)$.

实数具有下列性质：

(1)（有序性）任意两个实数 a、b，必满足下述三个关系之一：$a<b$，$a=b$，$a>b$.

(2)（封闭性）任意两个实数的和、差、积、商（除数不为 0）仍然是一个实数.

(3)（稠密性）两个不相等的实数之间必有另一个实数（有理数和无理数）.

(4)（连续性）实数域 $\mathbf{R}$ 与数轴上的点存在一一对应关系，即全体实数布满了整个数轴，不存在空隙.而有理数集则不同，有理数集虽然在数轴上的分布是稠密的，但是存在空隙.

在中学数学课程中，我们还学习过实数的绝对值及其简单性质.

实数 a 的绝对值定义为$|a|=\begin{cases} a, & a\geqslant 0\\ -a, & a<0\end{cases}$.从数轴上看，$|a|$等于点 a 到原点的距离.

实数的绝对值有以下一些性质：

(1) $|a|=|-a|\geqslant 0$；当且仅当 $a=0$ 时有 $|a|=0$；

(2) $-|a|\leqslant a\leqslant |a|$；

(3)（三角不等式）$|a|-|b|\leqslant |a\pm b|\leqslant |a|+|b|$；

(4) $|ab|=|a||b|$，$\left|\dfrac{a}{b}\right|=\dfrac{|a|}{|b|}$（$|b|\neq 0$）.

2. 有界数集

定义 1.1　设 E 是一个非空数集，如果存在数 M（或 L），使对一切 $x\in E$，都有 $x\leqslant M$（或 $x\geqslant L$），则称数集 E 有上（下）界，M（或 L）称为数集 E 的一个上（下）界.

如果一个数集既有上界也有下界,则称该数集有界.

显然有界数集也可以按下述方式定义:设 E 是一个非空数集,如果存在正数 M,使对一切 $x \in E$,都有 $|x| \leqslant M$,则称数集 E 有界.

一个数集如果有上界 M,则大于 M 的一切实数都是该数集的上界.因此,有上界的数集必有无穷多个上界.下界的情况也是如此.

例如,数集 $(-\infty,1)$ 有上界,$[1,+\infty)$ 中的每一个数都是它的上界,并且1是它的最小上界;数集 $(-1,+\infty)$ 有下界,$(-\infty,-1]$ 中的每一个数都是它的下界,并且 -1 是它的最大下界;而数集 $(-1,1)$ 既有上界也有下界,故它是有界集.

1.1.3 函数的基本概念

1. 函数的定义

定义 1.2 设 D 为非空数集,如果存在对应关系 f,使对 D 内每一个 x,都有唯一的一个实数 y 与之对应,则称 f 是定义在数集 D 上的函数,记为

$$y=f(x), \quad x \in D \tag{1-7}$$

数集 D 称为函数 f 的定义域,x 所对应的数 y 称为 f 的函数值,全体函数值所成集合称为函数 f 的值域,记为 $f(D)$,即 $f(D)=\{y \mid y=f(x), x \in D\}$.习惯上称 x 为自变量,称 y 为因变量.

在函数的定义中,定义域和对应关系是确定函数的两要素.两个函数相同是指它们有相同的定义域和对应关系.例如,由 $y=\sqrt{x^2}, x \in [0,+\infty)$ 和 $s=t, t \in [0,+\infty)$ 给出的函数是同一个函数,而 $f(x)=1, x \in (-\infty,+\infty)$ 和 $g(x)=1, x \in (-\infty,0) \cup (0,+\infty)$ 是两个不同的函数.

在中学数学课程里,我们知道函数的表示方法主要有三种:解析法(即公式法)、列表法、图像法,其中解析法在数学分析中最常用.用解析法表示函数时,函数的定义域可以省略不写,这时,定义域常取使函数解析式子有意义的自变量值的全体.

有些函数在其定义域的不同部分用不同的式子表达,这类函数通常称为分段函数.下面给出数学分析中几个重要的分段函数的例子.

例 1.3 符号函数

$$\operatorname{sgn} x=\begin{cases}1, & x>0 \\ 0, & x=0, \\ -1, & x<0\end{cases}$$ 其图像如图1-2所示.

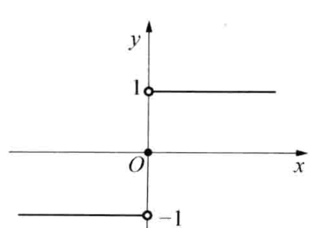

图 1-2

由例 1.3,绝对值函数 $|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0,\\ -x, & x<0\end{cases}$ 可以写成 $|x|=x\,\mathrm{sgn}x$.

例 1.4 狄利克雷(Dirichlet)函数和黎曼(Riemann)函数

狄利克雷函数:$D(x)=\begin{cases}1, & x\in Q,\\ 0, & x\notin Q\end{cases}$

黎曼函数:$R(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{q}, & \text{当 } x=\dfrac{p}{q}\left(p,q\in \mathbf{N}_{+},\dfrac{p}{q}\text{ 既约真分数}\right),\\ 0, & x=0,1 \text{ 或 } x\in(0,1)\setminus Q\end{cases}$

狄利克雷函数和黎曼函数的图像均不能完整地画出,图 1-3 和图 1-4 分别是它们的示意图.

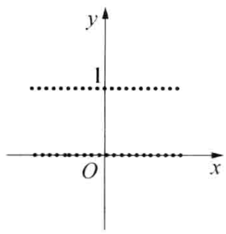

图 1-3

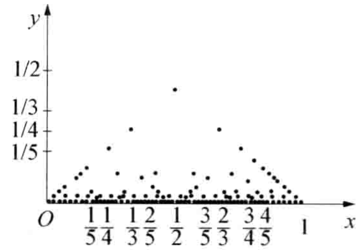

图 1-4

2. 函数的运算

(1)(四则运算)给定两个函数 $f(x),x\in D_1$ 与 $g(x),x\in D_2$,如果 $D=D_1\cap D_2\neq\varnothing$,这两个函数的和、差、积、商运算定义如下

$$y=(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x),\quad x\in D,$$
$$y=(f\cdot g)(x)=f(x)g(x),\quad x\in D,$$
$$y=\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)},\quad x\in D,g(x)\neq 0.$$

(2)(复合运算)给定两个函数 $y=f(u),u\in E$ 与 $u=g(x),x\in D$,如果 $D^*=\{x\mid x\in D,g(x)\in E\}\neq\varnothing$,定义这两个函数复合运算如下

$$y=(f\circ g)(x)=f(g(x)),\quad x\in D^*$$

称为复合函数.称 f 为外函数,g 为内函数.

复合函数也可以由多个函数相继复合而成.例如,由三个函数 $y=\mathrm{e}^u,u=\sin v,v=1+x^2$ 复合而成的复合函数为 $y=\mathrm{e}^{\sin(1+x^2)}$.

(3)(反函数)设函数 $y=f(x),x\in D$ 满足:对于值域 $f(D)$ 内的每一个值 y,D 内有且只有一个值 x,使得

$$f(x)=y$$

则按此对应关系可以得到一个定义在 $f(D)$ 上的新函数,称为 $y=f(x)$ 的反函数,记为

$$x=f^{-1}(y),y\in f(D)$$

根据定义,函数 f 存在反函数,等价于函数的对应关系是 D 与 $f(D)$ 之间的一一对应关系.反函数可以看成是将函数 f 的自变量与因变量的位置互换而得到的.

在习惯上，我们通常用 x 作为自变量，y 作为因变量，故函数 $y=f(x)$，$x\in D$ 的反函数常写成

$$y=f^{-1}(x), x\in f(D)$$

这样一来，函数 $y=f(x)$，$x\in D$ 与反函数 $y=f^{-1}(x)$，$x\in f(D)$ 的图像是不同的，它们关于直线 $y=x$ 对称，如图 1-5 所示.

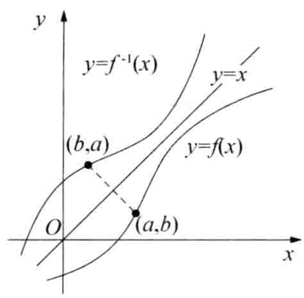

图 1-5

(4)（初等函数）在中学数学课程中，我们已经熟悉以下六类函数：

常量函数 $y=c$ （c 为常数）； 幂函数 $y=x^{\alpha}$ （α 为常数）；

指数函数 $y=a^{x}\,(a>0, a\neq 1)$； 对数函数 $y=\log_{a}x\ (a>0, a\neq 1)$；

三角函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$，$y=\sec x$，$y=\csc x$；

反三角函数 $y=\arcsin x$，$y=\arccos x$，$y=\arctan x$，$y=\mathrm{arccot}\, x$.

它们统称为基本初等函数，这些函数的性质及图像，在中学数学课程里有详细的讨论，这里不再赘述.

由基本初等函数经过有限次四则运算与复合运算所得到的函数，称为初等函数.

前述的符号函数、狄利克雷函数、黎曼函数都不是初等函数.

4. 具有某些特性的函数

(1)（有界函数）设 f 为定义在 D 上的函数，如果数集 $f(D)$ 有上（下）界，则称函数在 D 上 f 有上（下）界；也称 f 为 D 上的有界函数.

显然有界函数可以按下述方式定义：设 f 为定义在 D 上的函数，如果存在正数 M，使对一切 $x\in D$，都有 $|f(x)|\leqslant M$，则称 f 为 D 上的有界函数.

例如，正弦函数 $y=\sin x$ 和余弦函数 $y=\cos x$ 为 $\mathbf{R}$ 上的有界函数；函数 $y=x-[x]$ 也是 $\mathbf{R}$ 上的有界函数（见图 1-6）；正切函数 $y=\tan x$ 是区间 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$ 上的有界函数，但它在区间 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 上是无界函数.

(2)（单调函数）设 f 为定义在 D 上的函数，如果对任意 $x_1, x_2\in D$，当 $x_1<x_2$ 时，恒有：

① $f(x_1)\leqslant f(x_2)$，则称 f 在 D 上递增，当 $f(x_1)<f(x_2)$ 恒成立时，称 f 在 D 上严格递增；

② $f(x_1)\geqslant f(x_2)$，则称 f 在 D 上递减，当 $f(x_1)>f(x_2)$ 恒成立时，称 f 在 D 上严