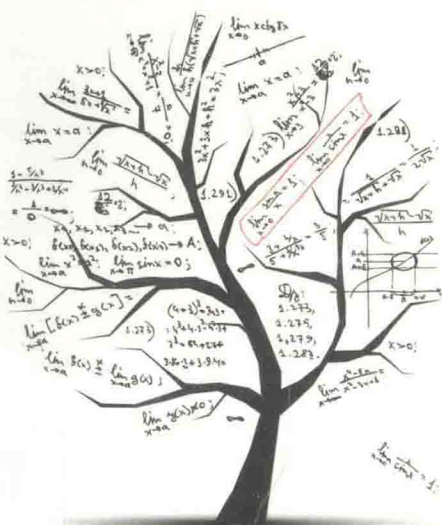


- 数学与散文的嫁接
- 散文与数学的交融

数学如诗

张宏时 / 著



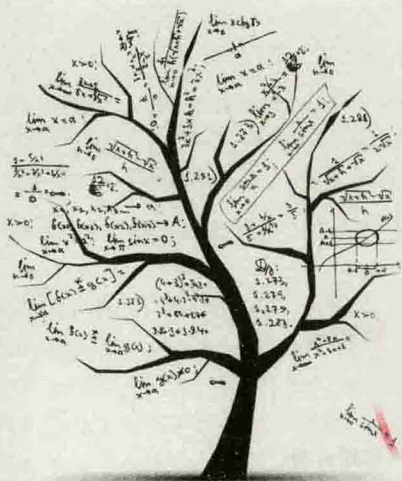
数学到了最后阶段就遇到想象，在圆锥曲线、对数、概率、微积分中，想象成了计算的系数，于是数学也成了诗。

——雨果



苏州大学出版社
Soochow University Press

- 数学与散文的嫁接
- 散文与数学的交融



数学如诗

张宏时 / 著



苏州大学出版社
Soochow University Press

图书在版编目(CIP)数据

数学如诗 / 张宏时著. —苏州: 苏州大学出版社,
2015.1

ISBN 978-7-5672-1163-6

I. ①数… II. ①张… III. ①数学—普及读物 IV.
①01—49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 015806 号

书 名: 数学如诗

著 者: 张宏时

责任编辑: 王 亮

装帧设计: 刘 俊

出版发行: 苏州大学出版社(Soochow University Press)

出 版 人: 张建初

社 址: 苏州市十梓街 1 号 邮编: 215006

印 刷: 苏州工业园区美柯乐制版印务有限责任公司

网 址: www.sudapress.com

邮购热线: 0512-67480030

销售热线: 0512-65225020

开 本: 880 mm×1 230 mm 1/32 印张: 7.5 字数: 153 千

版 次: 2015 年 1 月第 1 版

印 次: 2015 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5672-1163-6

定 价: 29.00 元

凡购本社图书发现印装错误,请与本社联系调换。服务热线: 0512-65225020



目录

残梦·数学·散文(自序)	001
--------------	-----

数学是理性的,散文是多情的,两者之间似乎冰火不相容。但是,这并不是说两者之间没有耦合点,我一直试图寻觅这个耦合点,想让数学散文成为会燃烧的冰块。

毕达哥拉斯定理	013
---------	-----

古远的泥板、方形的砖块、悠扬的琴弦、地中海的波涛、周公与商高的对话、大禹治水的方法、爱因斯坦的公式、费马的猜想等等,这一切叠印起来,构成了独特的人文景象。由此,毕达哥拉斯和毕达哥拉斯定理显示出了无穷的魅力和超然的历史张力,当然也包含哲理和诗意。假如没有这些,毕达哥拉斯会身影孤单,毕达哥拉斯定理会黯然失色;正因为有了这些,毕达哥拉斯才有血有肉,毕达哥拉斯定理才有魂有魄。

极致的追求	041
-------	-----

在对圆周率一次次极致的追求中,人们认识了数学的极限,但人的精神世界是没有极限的,精神世界只有在对无限世界的探索中才能得到焕发和满足。



e 时代..... 061

这里所说的不是电子化意义上的 E 时代,而是数学意义上的 e 时代。e 时代借用了 E 时代的叫法,但内容大不相同。e,本身就是一个数值。e 产生的时代影响,一点不亚于 E 时代。

“根”在何处 081

树高千丈总有根,只要你理解了“起根发由”这四个字,那么就不难理解代数的“根”就是代数的精华所在。

三角断想 099

有了化入、有了迁出、有了腾挪、有了指代、有了辗转。三角,显示了自身的变化和魅力。三角,不喜欢滞呆的平庸的目光。

笛卡尔之梦 111

如果说解析几何是哲学河床上的流体,那么其流动早由哲学河床结构决定,而梦只是河床上一个溪流的曲水流觞而已。

“无穷”的诗意 125

人们不得不告别固有的思维方式,不得不检查原有的逻辑分析,不得不审视本有的语境表达。从这点上说,微积分是哲学领悟、物理直觉和数学技巧最惊人结合的诗篇!

何曾得相似 145

在这里,相似就成为联想的纽带、类比的前提、变换的依据、顿悟的基础、猜想的源头。相似,以它独特的个性与魅力,演绎着数学的亦实亦虚、亦理亦幻。



骰子杂议 161

社会或大自然的每一次悸动,人们对难以预知事情的邂逅,可能是冥冥之中规律性给我们的一种暗示。概率论的任务是分析它、解构它,洞察偶然背后的必然。随遇发生的是偶然,随生而盛的是概率。

从亚里士多德到布尔 177

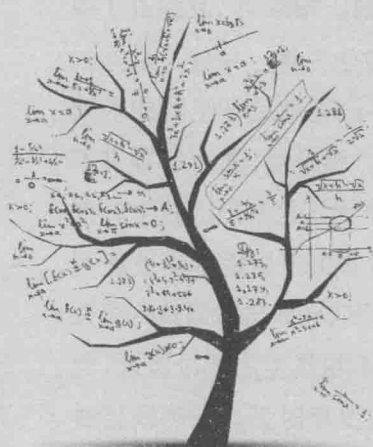
逻辑的数学化是一个趋向,它大体上有一个起承转合的过程。倘若粗略地说亚里士多德、莱布尼茨、德摩根完成了“起”“承”“转”,那么布尔的工作重在“合”。

数脉高峰 193

把一座座峰峦连接起来,就形成了一条美妙的数脉天际线。对于曲线,我们通常关注的是它的最高处。只要稍微注视一下,在10世纪中叶以后400年左右的时段里,曲线是往最高处走的。这个时段正是宋元时期,明清之际这条曲线慢慢回落下去。

数学诗歌随笔 219

正是凭着这些想象,数学家强烈的欲望和情感,以及那一步步推导、一行行算式,统统化成了凝练而又美妙的诗行。这些诗行,蕴含着哲理思考,渗透着审美意识,充盈着美感经验,包含着美的创造。



残梦·数学·散文（自序）

数学是理性的，散文是多情的，两者之间似乎冰火不相容。但是，这并不是说两者之间没有耦合点，我一直试图觅寻这个耦合点，想让数学散文成为会燃烧的冰块。



写《数学如诗》，对我而言，圆了一个梦——确切地说，这个梦是残梦。

梦的缘起要追溯到半个世纪之前。1962年，我跨进了中学大门。我各科成绩都不错，尤以数学为最。兴趣是最好的老师。书本上和课堂上的那些内容已经满足不了我的求知欲望，我便加强了课外知识的阅读。那时候，课外辅导书不多，但大师级人物写的中学生课外读物还是有的。我十分崇拜数学大师华罗庚。我曾从学校图书馆先后借了华罗庚写的《从杨辉三角谈起》《数学归纳法》和《谈谈与蜂房结构有关的数学问题》等书籍来阅读。那些年物质生活还很匮乏，但那些好的读物伴随我度过了难忘的少年时光。虽然我当时不能完全读懂这些书，但我被其中的内容深深吸引住了。尤其是蜂房的那本书，华罗庚把蜂房结构写得深入浅出、引人入胜。华罗庚说，小小蜜蜂的天生智慧，要靠18世纪以后的人用高等数学来解读。这使我惊叹不已。后来，我还真的找到一个野外养蜂场，也仅仅为看一看蜂房的结构。

梦幻的种子已经悄然植在我的心底。小小的蜂房，是蜜蜂的栖身之所，也曾是我精神的寄托之处。一个蜂房竟然蕴藏了那么多的数学问题，我们的世界又何尝不是一个数学的世界？少年时代往往充满理想，我暗暗立志，将来做一名数学家。我的梦，就从那时开始。

1966年，“十年动乱”开始，和那时的千千万万中学生一样，“老三届”和“知青”成为贴在我身上的标签。记得在一个冬日里，我站在南黄海围海造田的大堤上，迎着寒冷肆虐的



海风，久久地失神地望着夕阳照射下无边无垠的暗黄色的海浪——我最初的梦破碎了。

命运改变了我的生活轨迹。20 世纪 70 年代初，我参军入伍，来到长白山麓一支野战部队——人民英雄董存瑞生前所在部队，当上了炮兵。由于我有一定的数学基础，当初被部队作为计算兵来培养。后来，我有幸到“董存瑞班”当战士。在“董存瑞班”三年多的时间里，我经受了莫大的锻炼，逐渐知道什么是信仰、什么是无畏、什么是坚毅。这对我来说是最宝贵的人生历练和精神滋养，而且历久弥新。当我拿起笔写后面各个篇章的时候，我暗暗把它们看作一个个待攻克的“碉堡”，那种信仰、那种无畏、那种坚毅无形之中呼唤着我，鼓励着我，鞭策着我。我想我可能失败，但我要对得起“勇敢”两个字。祈愿老班长董存瑞在天之灵投下赞许的目光，一切足矣。

“十年动乱”结束后，恢复了高考，我所在部队当时担任战备值班任务，我失去了高考机会，但我无怨无悔。20 世纪 80 年代初，神州大地掀起了一股向科学进军的热潮，部队也参与到这股热潮中来。东风随春归，发我枝上花。我蓦然发现，原来早已破碎的梦在我心中又苏醒了，虽然我也清楚地知道，这只是一个残梦而已。

于是，我上了广播电视大学。在几年的时间里，就数学科目我读过高等数学、高等代数、概率与统计、工程数学等课程。说是上电大，其实我没有上过一天课，只是在每一门课结束的时候，向部队请假前去参加考试。很幸运，每门考试



我都能通过。

回想起来,自学是艰苦的,也是快乐的。我那时年轻,精力充沛,每每在营房熄灯号吹过之后,便迎来了宝贵的学习时光。夜深人静了,我还沉浸在书本里,毕达哥拉斯、亚里士多德、牛顿、莱布尼茨、拉格朗日、柯西、欧拉等数学大师仿佛从书本里走了出来,与我进行一次次秉烛夜谈。与其说是阅读,不如说是“悦读”,因为那过程是一种体验、一种欣赏、一种理解、一种感悟,更重要的是培养了我独立思考的习惯和能力。我那时已经隐约地意会到,在数学中,一个命题往往包含了极其深刻的逻辑,一个定理往往融入了极其精致的思想,一个公式往往包藏了极其精彩的故事。

在沸腾的军营里,我的梦想曾经与现实有过一次邂逅,并擦出了火花。过去炮兵射击,先确定射击诸元,然后通过射表进行换算,最终完成射击准备,整个计算过程全由计算兵手工操作完成。射表是用射击试验与理论计算相结合的方法编制出的一群群密密麻麻的数据,一本射表百十页,计算兵一刻也离不开它。有一段时间,我对射表作了认真研究,面对庞大的数据,我食不甘味,夜不能寐。在我理不出头绪的时候,18世纪法国著名数学家拉格朗日的插值法给了我很大启发。据此,我为当时部队配发的计算器编写了计算程序,从射击诸元到完成射击准备,只要输入数据,就能自动算出所要的结果,无须再用射表。20世纪80年代,计算机和信息技术在部队刚开始起步,我作了勇敢的尝试,经过实弹射击的检验,获得了成功。当闪闪的军功章佩戴在我胸前的时



候,我觉得梦不再是虚无缥缈的东西,梦的真正故乡是在现实之中。

20 世纪 80 年代中期,部队裁军整编,我从部队转业,来到海关工作,从一名守卫祖国北疆的军人,变为守护国家经济大门的卫士。身份变了,但我的数学“情结”没有变。我在海关理论刊物《海关研究》和《中国海关学院学报》上曾发表过一些论文,包括用数学语言写的论文。当然,我觉得所谓的数学“情结”更多地体现在工作之中。工作头绪多了,要善于“合并同类项”;任务重了,要适当“因式分解”;过细工作是“微分”,取得成绩是“积分”;等等。工作既要有热情,又要讲逻辑,用数学的观点思考问题,会使工作严谨扎实。我以特有的方式延续着一个早已远去的残梦。

我前几年退休了,闲余时间也喜欢读读散文。有一天,我突然萌发一个念头,散文世界里有没有数学散文?我用“数学散文”在“百度”上搜索了一下,结果没有。我有点失望。失望之余,再一想,反而有点莫名的兴奋。我相信“百度”的搜索威力,“数学散文”没有搜索到,说明数学散文尚未有人涉足,或者已有人涉足,但还没有形成多大的动静。数学散文属于暂无人开垦的处女地。可能应了那一句话:尽日觅不得,有时还自来。就这样,我开始有了写数学散文的欲望和冲动。这种欲望和冲动,我觉得是潜意识的产物,也许残梦一直深潜在我的心底,使我的心境不得安宁。

不由得又回到蜂房问题上去。几十年过去了,有关蜂房的那些数学原理和公式,我早已淡忘,只记得华罗庚在书的



开头写了一段“小引”，现再翻资料，摘录如下：

人类识自然，
探索穷研，
花明柳暗别有天。
谲诡神奇满目是，
气象万千。

往事几百年，
祖述前贤，
瑕疵讹谬犹盈篇。
蜂房密奥未全揭，
待咱向前。

“祖述前贤”“花明柳暗”“谲诡神奇”“气象万千”“瑕疵讹谬”，这些具有文学色彩的词汇出现在对具体数学的描述之中，本身似乎含有一种暗示。说起来十分奇怪，几十年后重读它，竟使我产生了数学散文诗意化最初的萌动。

就这样，我开始在数学与散文之间徜徉了。

散文并没有严格的确切的定义，因为散文本身是一个宽泛的文体概念。散文是一种文学形式，它能容纳大至宇宙、小至寸草的万千世界。既然如此，数学散文在散文中也应有一席之地。我心目中的数学散文，是以数学为切入点，写历史、写社会、写人生、写感悟、写情趣。数学散文似乎与写自然之类的散文靠得近一些，但又有不同。自然之类的散文可以在自然中寻找最具丰富内涵、可感知的材料，情因物生，物



因情显,进而表达出作者的思想情愫。譬如,风霜雨雪、凄树荒草,这些大自然最常见的物景,成就了不少优美散文。而数学散文的材料大抵是定理、公式或者相关的数学概念,缺少具体的物的感知性,凭此写出散文,难度不言而喻。好在写散文可以随便一些、松动一些。其实,随便一些、松动一些,并不容易,那是一种很高的境界。反过来,如果不随便一些、松动一些,恐怕跨不进最低的门槛。

数学是理性的,散文是多情的,两者之间似乎冰火不相容。但是,这并不是说两者之间没有耦合点。我一直试图觅寻这个耦合点,想让数学散文成为会燃烧的冰块。

与其他文学样式相比,散文更强调情致。就情致来说,数学也符合散文的这一要求。在多数人看来,数学的面孔过于冷峻,数学的逻辑过于严酷,与情致没有关系。这是只看到表象或是误解。其实,探究数学的过程是一个情感相当微妙的复杂的过程。敏感、好奇、困惑、兴奋、执著,几乎构成了数学家情致的基本特征。数学家的情致是睿智的、细腻的、丰富的、绵长的,远远超过一般人的情感体验。他们深知所有的一切都需要时间的检验。所以,他们不善于眉开眼笑,更不善于喜极而泣,而是始终保持睿智的思考和平静的心态。有许多数学成果,由于思想太超前了,当时无人理解,几十年后、甚至数百年后才被人们重新认识。人们已聆听不到他们当年心脏如何激烈地搏动,看不到他们当年飞扬的神采,他们的情感早已与数学发明或发现搅拌在一起,凝固成永恒的记录。这是一种残酷,更是一种美丽;



这是一种平凡,更是一种伟大。数学把人的喜怒哀乐简化或浓缩成一个个公式、一个个定理。数学犹如冰清玉洁的世界,那些命题、公式、定理恰似晶莹剔透的冰雕,如果你会欣赏它们,你一定会感到它们冰冷外表的背后是创作者生命的温度和激情。

记不清哪位作者说过,把散文写得和诗一样,是一个好的散文家;把诗写得和散文一样,是一个坏的诗人。我认为,散文本身是多样化的,任何写作经验都有其适用的范围,不宜一概而论。但数学散文更应具有诗意,原因就是总有人有意无意地将数学家与诗人相比,并把一些数学定理比喻为诗作。这说明数学与诗可能有某种天然的关联,只是人们平时不易察觉罢了。要把数学散文当诗一样写,怎样写?最主要的是材料要有诗的质感,主题要有诗意的表现,或萧散古淡,或空灵秀美,或情思绵邈,等等。这正是我思考最多、用劲最多的地方。

以数学问题为开端,到诗意化的散文,是我的追求。我始终感到有一种表达的困难。原因在于,数学所使用的语言与诗意化的语言是迥然不同的两类语言体系。数学以独特的最简洁的语言来精确地描述事实,成为我们理解和分析世界的工具;而诗歌则是思想和语言的高度浓缩,是对主客观世界的直观感受或情感流露。如果说诗歌是艺术的创造,那么,数学则是创造的艺术。因此,如果两者要“扯”到一起,必须有一个前提,即数学是用独特的数学语言写就的诗行。我感到,数学也是诗意栖居的地方,当我把数学也作为诗来读



的时候，散文就汨汨流淌出来了。

数学散文的落脚点仍是散文。几乎任何一个数学问题都有一个渐进的历史过程，所以数学散文无法摆脱数学的历史，但又不同于数学史。数学史本来就很复杂，细节的地方又太多，不少问题还存在很大的争议。因此，写数学散文只能按散文的要求进行取舍。我往往取某个历史的“截面”或“片段”，将它们串联、编排起来，为散文的展开提供背景或资料。史料的收集还不算难，难就难在对史料独特的发掘和阐释。在史料的分寸把握与史料的意义指向之间，我更注重后者，借此才能反映数学的基本走向及其规律。因而，这本书可以看作一本特别的数学散文集，它有别于一般的趣味数学之类的书，尽管数学散文也需要趣味作支撑，但它不是单纯地说故事，而是要在字里行间嵌入自己的所思所想，寓趣于理，韵味于情；它更不同于一般的课外辅导书，不涉及具体数学问题的具体解法，而只在总体上提供人文和精神方面的思考。本书中没有任何数学插图，一切尽量诉诸文字，只是在文字无法表达清楚的情况下，在某些地方偶尔使用数学符号或公式，它们是文章的有机组成部分。

需要说明的是，我所写的内容大体上与中学数学有关。中学数学内容很多，不可能都写到散文中来。我只能择其要者。我当然要考虑，数学内容本身的地位和作用，同时还要有利于散文的表达，两者缺一不可。本书选择了毕达哥拉斯定理、圆周率 π 、超越数 e 、三角学、方程的解、笛卡尔坐标、概率、微积分、逻辑等内容，除此以外，我也写了中国传统数学



高峰时期宋元时代的数学代表人物。如果说数学是一片浩瀚的大海,中学数学只能算一个小小的港湾,我的散文最多只能算是在港湾边上拾到的几枚贝壳而已。假若你能透过贝壳,看到几许数学的内在之美、哲理之美、人文之美,感觉到几许数学在人类文明和价值序列中所占的重要地位,我就心满意足了。

我时常处在矛盾之中。一方面,我需要阅读许多书籍和资料,充实自己;另一方面,我又不想读得过多。读得过多,无形之中会有束缚。我的参考书并不多,主要有美国克莱因所著的《古今数学思想》、厦门大学郭金彬和孔国平所著的《中国传统数学思想史》、宁正新编著的青少年科普丛书之《精美数学》等。除此以外,我还参阅了互联网上公开的相关资料。我不断提醒自己,一定要从书籍和资料中“跳”出来,一定要有自己的视角,一定要有自己的感悟,一定要有自己的情思。在我的心底,数学和散文互为天地,互为家园,但毕竟数学博大精深,用散文来表现它,或多或少有“杂交”和“嫁接”的成分,难免有不妥或疑误之处,希望能求教于广大读者。

每一个人都有自己的梦想。我的梦因自身所处的情况不同而相应变化。纵然是残梦,我也一直苦苦坚守着我的精神家园。按理,我这个年龄不宜写作了,但我在含饴弄孙、享受天伦之乐之余,断断续续写了一些文字,在散文和数学的双重“苦旅”里艰难跋涉、乐此不疲。这源于我的自信。有道是,山不在高,有仙则名;水不在深,有龙则灵。题材为我之



“仙”，视角为我之“龙”。

我多次梦幻我就是蜜蜂，早早飞离了蜂房，在数学和散文的两个园地之间来往穿梭，辛勤地采蜜。精神分析学家弗洛伊德说过，梦的内容在于思想愿望的达成，其动机在于某种愿望。就这个意义上说，我的思想愿望已经达成，《数学如诗》能付梓出版，残梦也圆。