

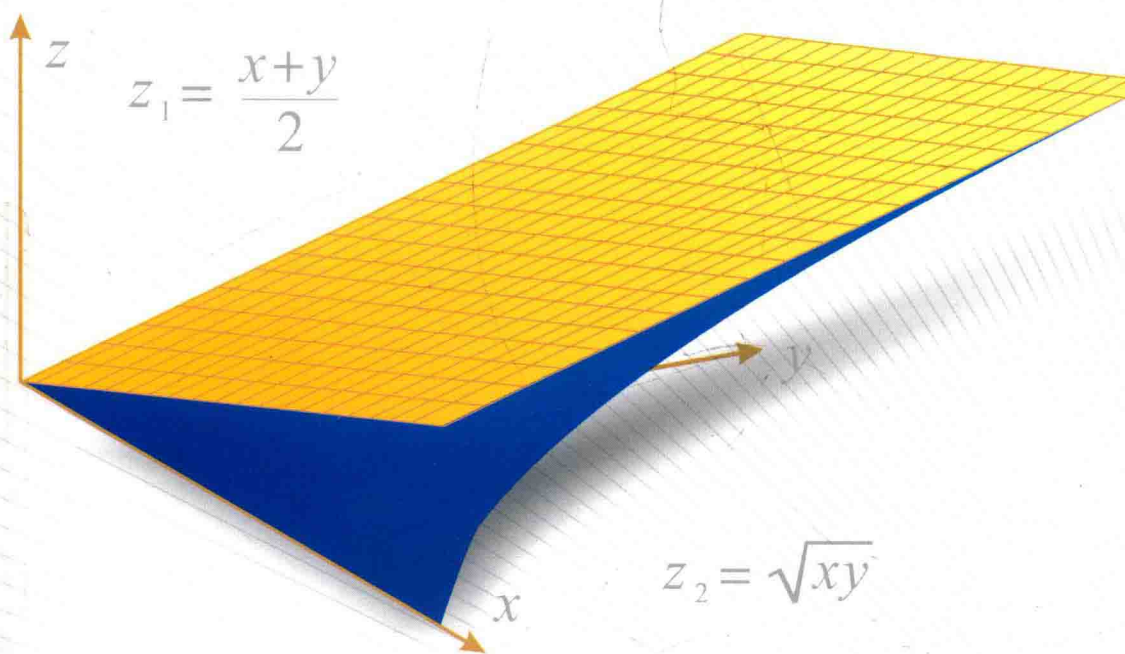
最新高中数学

创优

CHUANG YOU
KE LI YAN TAO
& JIAO XUE SHE JI

课例研讨与教学设计

◎ 任伟芳 主编



宁波出版社
NINGBO PUBLISHING HOUSE

最新高中数学

创优

CHUANG YOU
KE LI YAN TAO
& JIAO XUE SHE JI

课例研讨与教学设计

主 编 任伟芳

副主编 徐春波 翁树祥

编 委 (以姓氏笔画为序)

王世恩 叶秀娟 乐海霞 李 烽

刘 翔 何卫华 邵宇科 高 贞



宁波出版社
NINGBO PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

最新高中数学创优课例研讨与教学设计 / 任伟芳主编.

—宁波: 宁波出版社, 2012. 12

ISBN 978 - 7 - 5526 - 0497 - 9

I. ①最… II. ①任… III. ①中学数学课—课堂教学—教学研究—高中 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 270276 号

最新高中数学创优课例研讨与教学设计

主 编 任伟芳

责任编辑 杨青青

封面设计 金字斋

出版发行 宁波出版社

地址邮编 宁波市甬江大道 1 号宁波书城 8 号楼 6 楼 315040

网 址 <http://www.nbcbs.com>

印 刷 宁波报业印刷发展有限公司

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 23

字 数 400 千

版 次 2012 年 12 月第 1 版

印 次 2012 年 12 月第 1 次印刷

标准书号 ISBN 978 - 7 - 5526 - 0497 - 9

定 价 39.80 元

如发现缺页或倒装,影响阅读,请与承印厂联系调换。 电话:0574-87685521

教师是育人的工程师。数学教师的责任是把数学的学术形态转换为学生得以成长的教育形态。每一份课例,就是一份教育大厦的施工图纸。它承载着教师的教育理念,闪烁着教育智慧的光芒。让我们多多分析课例,崇尚实践,杜绝空谈,把每一节课的教学,精心地打造为一座美轮美奂的“教育建筑”。

A stylized handwritten signature in black ink, appearing to read '张彦彦' (Zhang Yanyan).

2012 年 11 月

前 言

2003年4月,国家教育部制订了新一轮《普通高中数学课程标准(实验)》。2004年秋季开始,湖南、广东、山东、宁夏四省区率先开始实施高中新课程改革。2006年,新课程改革在全国全面推开。新课程理念像一缕春风吹遍了祖国大地。课程改革了,教育观念变了,数学课堂教学也悄然发生了可喜的变化,课堂更多地出现师生互动、平等参与的生动局面。课堂教学的组织形式多样化了,课堂面貌焕然一新。

毋庸置疑,这次历经九个春秋的新课程改革实践,反映了时代精神的深刻变革,是对与素质教育相对立的应试教育课程体系的重建。因此,可以说这次普通高中课程改革是一场广泛而深入的教育创新。随着新课程改革的进一步深化,当我们对轰轰烈烈进行着课改下的高中数学课展开调查、交流、反思时,发现了一些不容忽视的问题。例如,我们可以看到这样的情景:教师上课教具一般都是把直尺一本教案,上课就是讲例题,学生没有反应,师生的互动几乎没有,学生都习惯了老师这种单一的传统教学模式。纵观这些数学课堂,缺乏学生主动参与的环节。新课程标准提出,关注学生在课堂教学中的表现应成为课堂教学评价的主要内容,评价包括学生在课堂上师生互动、自主学习、同伴合作中的行为表现、参与热情、情感体验和探究思考的过程,即要关注学生是怎么学的。此外,数学课堂也要关注教师如何促进学生的学习,如教师如何组织并促进学生的讨论、如何激发学生学习的热情和探究的兴趣等等。也就是说,还要关注教师是怎样教的。教学实践中出现的一系列问题迫切需要反思、引领和示范。《最新高中数学创优课例研讨与教学设计》一书正是在此背景下编写的。本书有以下特点:

●实用。本书从上千节优秀课视频中精选二十几节课作为案例编写而成。所选课例均来自教学一线骨干教师的教学实践活动,很多实例曾在全国、省比赛中获过奖,可以引领一线数学教师更好地实践新课程,因此这些课例值得我们回味、借鉴和反思。

●创新。本书的宗旨是总结最近两年的数学优质教学的最新成果,在这些课例中不乏有创新的教学设计和课堂展示。我们可以从中领悟到这些课都是凝



聚名师智慧,贴近教学一线,展现课改魅力,提升课堂品位的创新课。

●经典。走进新课程背景下高中数学创优课现场,可以体会到课改最新走向,本书的课堂实录尽可能做到原汁原味地展示课堂风采,因此有很大的参考价值和实用价值。经典的创优课堂为深化课改在教学理念、教学方法和体现人文价值上提供最原始课堂实践材料与理论依据。

“智慧课堂造就高效”和“同课异构精彩纷呈”中每节课例含教学分析、教学实录、优在哪里、深度研讨等四部分内容。其中“优在哪里”和“深度研讨”是从某个新课程理念或教学原理的角度出发来阐述创优课在常态课下可以借鉴的优点。“有效教学论坛实例”是针对同课异构创优课作出的点评,针对性强,可以看到观念与做法不同的声音,会起到“百花齐放、百家争鸣”的效果,正所谓辩则明、思则清,因此,有效教学论坛也被编入本书中。为了展示创优课的“磨课”过程和专家的观点,特意编辑了附录,以便读者对创优课有一个全面整体的认识。“优秀教学设计精选”选择一些有个性、特色、创意等反映新课程实施成果的教学设计,既可供研习使用,其素材也可直接用于教学。

本书在编写过程中得到了一线高中数学教师和有关专家的支持,在此向他们表示衷心的感谢。

任伟芳

2012年11月

目 录

第一章 智慧课堂造就高效

课例一 指数函数	(1)
课例二 利用函数性质判定方程解的存在	(13)
课例三 等差数列	(24)
课例四 等差数列的前 n 项和公式	(34)
课例五 正弦函数、余弦函数的图象	(43)
课例六 三角函数的诱导公式	(48)
课例七 二倍角的正弦、余弦、正切公式	(56)
课例八 平面向量数量积复习课	(68)
课例九 二元一次不等式(组)与平面区域	(78)
课例十 直线与平面垂直的判定	(90)
课例十一 曲线与方程	(99)
课例十二 一道解析几何试题的探究——谈谈怎样解题	(112)
课例十三 抛物线焦点弦性质的探究——一堂利用《几何画板》进行 课堂整合的案例	(122)
课例十四 一类动点轨迹问题的变式研究	(137)
附一 追问“缺失”重在目标——反思“点到直线距离”教学的预设与 生成	(149)
附二 高中的对数应该怎么教	(155)

第二章 同课异构精彩纷呈

课例一 分类加法计数原理与分步乘法计数原理	(161)
课例二 分类加法计数原理与分步乘法计数原理	(174)
课例三 分类加法计数原理与分步乘法计数原理	(184)
课例四 分类加法计数原理与分步乘法计数原理	(196)
课例五 分类加法计数原理与分步乘法计数原理	(210)
课例六 随机事件的概率	(221)



课例七 随机事件的概率	(231)
课例八 随机事件的概率	(242)
课例九 随机事件的概率	(256)
课例十 随机事件的概率	(265)
附一 在碰撞中走向完善 在反思中达到提升——“分类加法计数原理 与分步乘数计数原理”第一课时磨课回顾及反思	(273)
附二 “随机事件的概率”一课的赏析与思考	(280)
附三 对高中数学课堂有效教学的再思考——有感于 2011 年浙江省 课堂教学评比与观摩活动	(285)

第三章 有效教学论坛实例

实例一 提升教学构想的境界,让有效教学更精彩	(291)
实例二 巧设铺垫,高效课堂	(293)
实例三 品数学课之数学味,谈情景设计之有效性	(295)
实例四 共建有效情境,鼓励自主探究	(297)
实例五 为了每一位学生,再谈课堂有效教学	(299)
实例六 让数学课堂更具活力,更有实效——新课标下谈有效合作 学习	(301)
实例七 重视理答策略,打造有效课堂	(304)
实例八 高中数学课堂教学有效性的最低纲领:培养数学能力	(306)
实例九 促进学生的数学理解,提高课堂教学的有效性	(308)
实例十 由“随机事件的概率”一课浅谈数学“有效教学”	(310)
实例十一 找准教学起点,提高教学实效	(312)
实例十二 目标定位,以学定教——通过同课异构活动提升课堂 有效性	(314)

第四章 优秀教学设计精选

教学设计一 不等关系(第一课时)	(317)
教学设计二 基本不等式	(323)
教学设计三 平面向量(第一课时)	(327)
教学设计四 直线的倾斜角与斜率	(332)
教学设计五 椭圆及其标准方程	(337)
附一 课堂提问启发诱导艺术案例	(343)
附二 理解数学,理解学生,理解教学	(347)
附三 全国中学青年数学教师优秀课评价标准(修订版)	(357)

第一章

智慧课堂造就高效

课例一 指数函数



教学分析

【教学目标】

(1) **知识与技能**: 理解指数函数的概念, 掌握指数函数的图象和性质, 培养学生利用指数函数性质进行解题的能力。

(2) **过程与方法**: 通过观察图象, 分析、归纳、总结、自主建构指数函数的性质, 领会数形结合的数学思想方法, 培养学生发现、分析、解决问题的能力。

(3) **情感、态度与价值观**: 在指数函数的学习过程中, 体验数学的科学价值和应用价值, 培养学生善于观察、勇于探索的良好习惯和严谨的科学态度。

【教学重点】

指数函数的概念和图象。

【教学难点】

用数形结合的方法从特殊到一般地探索, 分类概括指数函数的性质。



教学实录

【投影】

问题情境:2011年8月30日某县的日报刊登了一则消息“截至今日,本县垃圾的体积达到1万立方米”,同时指出“垃圾的体积每三年增加一倍”。

问题1:3年后该县垃圾的体积是多少?

6年后该县垃圾的体积是多少?

9年后该县垃圾的体积是多少?

师:3年后该县垃圾的体积是多少?

生(齐):2万立方米。

师:6年后该县垃圾的体积是多少?

生(齐):4万立方米。

师:9年后该县垃圾的体积是多少?

生(齐):8万立方米。

【投影】

问题2:设想该县垃圾的体积继续每三年增加一倍,则24年后该县垃圾的体积是多少?

师:设想该县垃圾的体积继续每三年增加一倍,则24年后该县垃圾的体积是多少?

生(齐): 2^8 ,也就是256万立方米。

【投影】

问题3:根据报纸所述的信息,估计三年前该县垃圾的体积是多少?

师:根据报纸所述的信息,估计三年前该县垃圾的体积是多少。

生(齐): $\frac{1}{2}$,也就是0.5万立方米。

【设计意图】

通过生活实例激发学生的学习兴趣,由特殊到一般,让学生自主体验指数函数产生的背景,培养学生思维的主动性。

【投影】

问题 4: 如果设垃圾体积加倍的周期数为 3, 则 $3x$ 年后该县垃圾的体积 y 是多少?

师: 如果设垃圾体积加倍的周期数为 3, 则 $3x$ 年后该县垃圾的体积 y 是多少?

生(齐): $y=2^x$ 。

师: (板书: $y=2^x$) 在这里 y 是关于 x 的函数吗?

生(齐): 是的。

师: 为什么?

生 1: 对于 x 的每一个取值, y 都有唯一的值和它对应。

师: 请你继续思考一下, 既然 y 是关于 x 的函数, 那么函数的定义域是什么?

生 1: x 为实数。

师: 大家同意吗? 在问题中 x 的含义是什么?

生 1: 是正整数。

师: (在 $y=2^x$ 后板书 $x \in \mathbf{R}$) 那么在这里, 如果根据刚才那位同学所说的, 我们将 x 的范围改成“ $x \in \mathbf{R}$ ”, 请问它还是一个函数吗?

生(齐): 是。

师: 那么这个函数和大家之前所学过的函数, 在形式上有什么特别之处?

生 2: 自变量 x 出现在指数这个位置上, 底数是一个常数。

师: 当自变量出现在指数位置上时, 这样的函数我们称之为指数函数。

【投影】

1. 指数函数的定义

一般地, 函数 $y=a^x$ ($a>0, a \neq 1$) 叫作指数函数, 它的定义域是 $\mathbf{R}$ 。

师: 大家来看, 这个定义中, 我们要注意什么?

【投影】

定义中要注意的要点

表 1-1-1

①	自变量	x
②	定义域	$\mathbf{R}$
③	a 的范围	$a>0, a \neq 1$
④	定义的形式(对应法则)	$y=a^x$

师:请同学们根据指数函数的定义思考:刚才我们得到的 $y=2^x$ 是指数函数吗?

生(齐):是。

师:那你能根据定义再写出一些指数函数吗?

生(齐): $y=3^x$ 。(教师板书: $y=3^x$)

师:能不能底数再小一点呢?

生(齐): $y=(\frac{1}{2})^x$ 。[教师板书: $y=(\frac{1}{2})^x$]

师:能再小一点吗? [停顿,有学生提出: $y=(-2)^x$] $y=(-2)^x$,可以吗?

生(齐):不是,底数小于零。

师: $y=(\frac{1}{3})^x$ 是指数函数吗?

生(齐):是的。

师:我们刚才研究了指数函数的定义,知道了它的解析式和结构特征,那么请同学们考虑,接下来我们会研究指数函数的……(略作停顿,一部分学生提出图象或性质)图象。那么根据图象,我们可以进一步研究函数的性质。你能作出这些指数函数的图象吗?

生(齐):可以。

师:步骤是……

生(齐):列表、描点、连线。

师:好,那么请同学们在坐标纸上画出黑板上这些函数的图象。[备注:黑板上的函数有 $y=2^x$, $y=(\frac{1}{2})^x$, $y=3^x$, $y=(\frac{1}{3})^x$]

师:接下来,我们看一下几何画板中所展示的函数图象。

【投影】

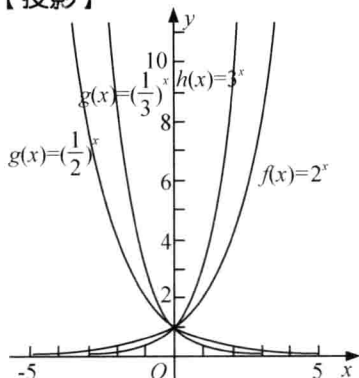


图 1-1-1

(教师在教室内巡视,和个别同学进行交流,并及时点拨、纠正。通过个别学生所作图象,借助投影仪展示,错误的指出原因,正确的分析指数函数性质。)

【设计意图】

借助坐标纸,通过列表、描点、连线,让学生动手作出几个特殊的指数函数的图象,加深对指数函数图象的认识。教师用多媒体将特殊的指数函数图象推广到一般情况,学生通过观察图象总结出指数函数的性质,同时对于底数的

讨论也就变得自然流畅了。

师:这样的图象给我们一种悬空起飞、直冲云霄的感觉。将这四个图连在一起的时候,我又感觉像荷花,积极向上,内含莲子。

师:请同学们仔细思考一下,我们作出指数函数的图象,为的是是什么?

生(齐):研究函数的性质。

师:好,请同学们考虑,我们从指数函数的哪些性质去考虑?

师:我们刚刚学习了函数的……

生(齐):奇偶性,单调性。

师:函数最基本的三要素是什么?

生(齐):定义域,值域,还有对应关系。

师:好,在这里你能说出指数函数的哪些性质?

生3:(教师提示:根据图象的特征)当自变量逐渐增大时,函数值也增大,图象呈上升趋势。

师:说明什么问题?

生3:函数在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增。

师:那是不是所有的指数函数都单调递增?

生3:不是,当底数 $a > 1$ 时,函数在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递增;当底数 $0 < a < 1$ 时,函数在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递减。[教师板书:底数 $a > 1$ 时,函数在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递增;当底数 $0 < a < 1$ 时,函数在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递减]

师:很好,根据图形的特征来看,你还有什么发现?

生3:底数互为倒数时,两个指数函数图象关于 y 轴对称。

师:很好,你发现了两个函数图象间的对称性,还有什么发现吗?

生4:图象都交于同一个点 $(0, 1)$ 。

师:好,这说明当 $x = 0$ 时,函数值 $f(0) = 1$,函数图象过定点 $(0, 1)$ [教师板书:函数图象过定点 $(0, 1)$],还有吗?

生5:值域都是 $(0, +\infty)$ 。

师:你是怎么看出来的?

生5:图象恒在 x 轴上方,说明函数值均大于0。[教师板书:图象恒在 x 轴上方,值域为 $(0, +\infty)$]

师:还有吗,函数的第一要素定义域怎样?

生(齐): $(-\infty, +\infty)$ 。

师:好,刚才我们是从几个特殊的指数函数的图象特征来观察的,请同学们

考虑一下,其他指数函数的图象是不是都这样?

生(齐):差不多。

师:同学们再看一下,我们用几何画板,作出指数函数的图象,大家看,当底数不断变化时,函数的图象有什么变化?

【投影】

利用《几何画板》,将底数 a 的值连续变化,指数函数的图象也随之进行有规律地旋转。(A 点的纵坐标显示的是 a 的取值)

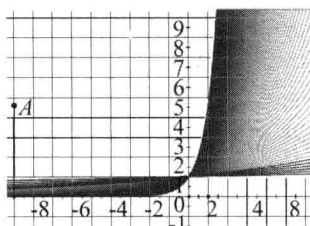


图 1-1-2

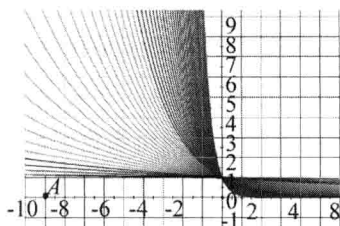


图 1-1-3

生 5:当 $a > 1$,底数越来越大,指数函数的图象越来越接近 y 轴;当 $0 < a < 1$,底数越来越小时,在第一象限内指数函数的图象越来越接近 x 轴。

师:我们现在来总结一下:研究指数函数首先根据定义,作出函数图象,然后观察图象的特征,进一步得到指数函数的性质,这也是今后我们研究一般函数的流程。

【投影】

研究一般函数的流程

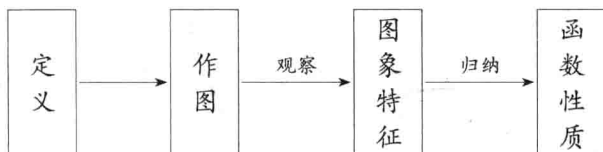


图 1-1-4

师:现在我们来看例题。

【投影】

例 1. 比较下列各题中两值的大小:(1) $1.5^{2.5}$, $1.5^{3.2}$;

师:这两个数都是什么形式的?

生(齐):指数幂的形式。

师:这两个数,结构上有没有相同点?

生(齐):同底不同指数。

师:这两个发现,有什么启示?

生6:都可以看成指数函数 $y=1.5^x$ 图象上的两个点,因为底数 $1.5>1$,是增函数,由 $2.5<3.2$,所以 $1.5^{2.5}<1.5^{3.2}$ 。

师:好,他的方法是考查了指数函数 $y=1.5^x$,这个函数底数大于1,所以这个函数在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递增,又因为 $2.5<3.2$,所以 $1.5^{2.5}<1.5^{3.2}$ 。(教师板书以上内容)实际上我们还可以从图象上看。(结合图 1-1-5,说明 $1.5^{2.5}<1.5^{3.2}$)

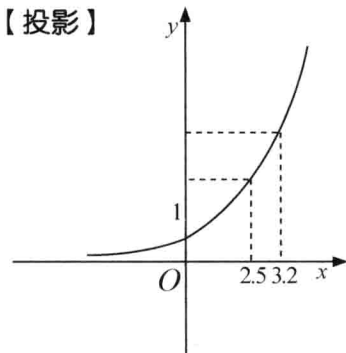


图 1-1-5

【投影】

(2) $0.5^{-1.2}, 0.5^{-1.5}$;

师:我们再看这两个指数幂结构怎样。

生(齐):底数相同,指数不同。

师:那我们可以怎么处理?

生7:因为 $0<0.5<1$,函数在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递减, $-1.2>-1.5$,所以 $0.5^{-1.2}<0.5^{-1.5}$ 。

师:那如果这样呢?

【投影】

变式: $a^{1.2}, a^{1.5} (a>0, a\neq 1)$;

师:什么一样?

生(齐):底数。

师:我们可以考虑……

生8:考虑分类,分 $a>1$ 和 $0<a<1$ 讨论。当 $a>1$ 时, $y=a^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数,因为 $1.2<1.5$,所以 $a^{1.2}<a^{1.5}$;当 $0<a<1$ 时, $y=a^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数,因为 $1.2<1.5$,所以 $a^{1.2}>a^{1.5}$ 。

师:底数相同时,我们可以直接利用函数图象或者函数单调性比较大小,我们再看一个小题。

【投影】

(3) $2^{1.6}, 3^{1.6}$ 。

师:底数还相同吗?

生(齐):不同,但是指数相同。

师:这个时候我们只考虑一个指数函数可以吗?

生(齐):不可以。

师:那怎么办呢?(停顿一会,示意一位学生回答)

生 9:可以考虑两个函数图象。

师:哪两个函数图象?

生 9: $y=2^x$ 和 $y=3^x$ (示意其在黑板上作图)

师:显然 $3^{1.6} > 2^{1.6}$, 说明两个指数幂指数相同, 底数不同时, 可以画两个函数图象。

【投影】

变式: $2^{1.6}$, $3^{-0.5}$;

师:底数、指数又如何?

生(齐):底数指数都不同。

生 10: $2^{1.6} > 2^0 = 1$, $3^{-0.5} < 3^0 = 1$, 所以 $2^{1.6} > 3^{-0.5}$ 。

生 11: 还可以利用刚才的方法, 用函数的图象。

师:我们来做一个总结, 比较两个指数幂的大小, 有哪些方法?

生 12: 不管底数或指数是否相同, 都既可以利用图象或性质, 也可以利用中间量 1 作比较。

【设计意图】

本环节的设计目的是实现学生对指数函数知识的初步应用, 完成学生学习的“实践——认识——再实践”过程, 力求通过例题的讲授、得当的数学语言、规范的板书使学生养成良好的解题习惯, 起到教师的示范作用。通过例题及例题的变式巩固学生对指数函数性质的理解, 让学生会用指数函数的图象与性质解决数学问题。

师: 这是我们刚才我们画出的四个函数的图象, 请同学们找一找, 它们分别对应哪些函数。

【投影】

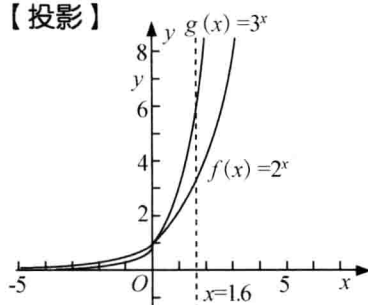


图 1-1-6

【投影】

四个函数 $y=2^x, y=3^x, y=(\frac{1}{2})^x, y=(\frac{1}{3})^x$ 的图象如右图所示,

则:①对应函数 $y=(\frac{1}{2})^x$;

②对应函数 $y=(\frac{1}{3})^x$;

③对应函数 $y=3^x$;

④对应函数 $y=2^x$.

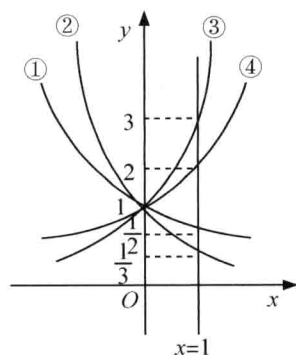


图 1-1-7

师:有没有更简单的方法? 比如说底数越大,图象越陡,越陡就越靠近 y 轴,取一个特殊的自变量为多少,比较好,比较特殊。

生(齐):自变量 x 取 1。

师生(共同归纳):自变量 x 取 1 的时候,函数值 y 就等于底数。

师:本节课学完了,你有什么收获?

【板书】

表 1-1-2

	$0 < a < 1$	$a > 1$
图象		
定义域	$\mathbf{R}$	
值域	$(0, +\infty)$	
性质	(1) 过定点 $(0, 1)$, 即 $x=0$ 时, $y=1$	
	(2) 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数	(2) 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数

师:你还能从数学思想上总结一下吗?

生 13:通过研究指数函数,学习了从特殊到一般的思想。

生 14:在作指数函数图象的过程中,运用了分类讨论思想、一般到特殊的思